

**MODELES MACROECONOMIQUES
POUR LA PROSPECTIVE LIBRE**

P. COURREGE J. DEFLANDRE P. MATARASSO

CNRS - EQUIPE TECHNIQUE DE BASE DU PIRSEM

Mars 1982

MODELES MACROECONOMIQUES POUR LA PROSPECTIVE LIBRE

P. COURREGE ⁽¹⁾, J. DEFLANDRE ⁽²⁾, P. MATARASSO ⁽²⁾

Ce travail a pour but d'élaborer l'appareil formel et de définir les schémas d'utilisation prospective d'une classe de modèles macroéconomiques incluant une représentation de la base physique suffisamment intrinsèque pour permettre l'étude exploratoire quantitative (que l'on appellera prospective libre) de fonctionnements économiques différents de l'actuel, en particulier pour permettre d'explorer, dans le cadre d'une planification alternative, les éventuelles transformations structurelles de l'appareil productif ou des comportements collectifs.

Equipe technique de base du PIRSEM ⁽³⁾.

Paris, Mars 1982 ⁽⁴⁾.

⁽¹⁾ CNRS ; UER de mathématiques, Université de Paris VII.

⁽²⁾ CNRS ; Programme Interdisciplinaire de Recherche sur les Sciences de l'Energie et des Matières premières (PIRSEM).

⁽³⁾ 282, boulevard Saint-Germain, 75007 - Paris.

⁽⁴⁾ Ce texte a été revu pour des corrections de détails en octobre 1982.

TABLE DES MATIÈRES

| | |
|--|--------|
| CHAPITRE 1 - INTRODUCTION | 7 |
| § 1.1 - <u>Prospective, prévision et planification</u> | 8 |
| § 1.2 - <u>Prospective libre</u> | 10 |
| § 1.3 - <u>Modèles de prospective libre</u> | 12 |
| § 1.4 - <u>Propos méthodologiques</u> | 14 |
| § 1.5 - <u>Développement du travail</u> | 18 |
| CHAPITRE 2 - GENERALITES SUR LES MODELES DE PROSPECTIVE | 21 |
| § 2.1 - <u>Considérations préliminaires sur la modélisation</u> | 23 |
| a) Modèles : représentants et représentés | 23 |
| b) Phénomène économique : le physique et le monétaire | 24 |
| c) Modèles et réalité : prévision et prospective libre | 25 |
| § 2.2 - <u>Réalisations et schémas d'utilisation des modèles</u> | 27 |
| a) Préliminaires ; espaces standard | 27 |
| b) Forme générale des structures : réalisations | 29 |
| c) Schémas d'utilisation : études exploratoires | 31 |
| d) Optimisation ; analyse multicritère | 33 |
| § 2.3 - <u>Structures pivotales et réalisations associées</u> | 36 |
| a) Orientation ; échelle temporelle | 36 |
| b) Structures pivotales | 37 |
| c) Contrôle des structures pivotales ; réalisations évolutives | 40 |
| d) Réalisations statiques | 45 |
| § 2.4 - <u>Comparaisons, élaborations, identifications de structures</u> | 49 |
| a) Préliminaire : hiérarchies de structures pivotales acceptables | 49 |
| b) Comparaisons et élaborations de réalisations | 50 |
| c) Comparaisons et élaborations de structures pivotales | 52 |
| d) Quelques types formels de contraintes | 56 |
| e) Identifications | 60 |
| CHAPITRE 3 - REPRESENTATION DE LA BASE PHYSIQUE | 63 |
| § 3.1 - <u>Les trois nomenclatures de base</u> | 65 |
| a) Biens, activités, secteurs | 65 |
| b) Quantification | 66 |
| c) Première analyse des nomenclatures de biens et d'activités | 67 |
| d) Secteurs | 69 |
| § 3.2 - <u>Coefficients techniques</u> | 71 |
| a) Préliminaires | 71 |
| b) Coefficients techniques de fonctionnement et de maintenance | 72 |
| c) Traitement de la gestion des stocks interpériode | 74 |
| d) Coefficients techniques de transformation des équipements | 77 |
| e) Caractéristiques des transferts entre secteurs | 79 |

| | |
|--|-----|
| § 3.3 - <u>Variables physiques</u> | 83 |
| a) Variables de base | 83 |
| b) Interprétations et conventions | 84 |
| c) Deux types de variables dérivées | 86 |
| § 3.4 - <u>Contraintes physiques</u> | 88 |
| a) Préliminaires | 88 |
| b) Contraintes d'équilibre physique des secteurs intérieurs | 88 |
| c) Equations d'évolution | 90 |
| d) Contraintes d'organisation des échanges | 92 |
| e) Contraintes circonstanciées | 94 |
| f) Contraintes physiques et équilibre des échanges extérieurs | 98 |
| | |
| CHAPITRE 4 - REPRESENTATION DE L'APPAREIL MONETAIRE ET FINANCIER | 101 |
| § 4.1 - <u>Prix ; cadre comptable</u> | 103 |
| a) Systèmes de prix | 103 |
| b) Echanges en valeur | 105 |
| c) Investissements en valeur | 107 |
| d) Opérations | 111 |
| e) Quantification des opérations | 112 |
| § 4.2 - <u>Comptabilité</u> | 114 |
| a) Variables monétaires et financières de base | 114 |
| b) Equations comptables | 116 |
| c) Equations d'évolution des encours | 119 |
| d) Particularités | 120 |
| § 4.3 - <u>Contraintes d'organisation financière</u> | 124 |
| a) Contraintes formelles d'organisation financière | 124 |
| b) Contraintes numériques d'organisation financière | 125 |
| c) Soldes significatifs | 126 |
| d) Exemple formel d'organisation financière | 129 |
| | |
| CHAPITRE 5 - SYNERGIE DU MODELE ET MODES D'UTILISATION | 133 |
| § 5.1 - <u>Récapitulation du formalisme : structures pivotales en cause</u> | 134 |
| a) Orientation | 134 |
| b) Descriptif | 134 |
| c) Descripteurs des structures canoniques | 136 |
| d) Extensions et fonctions d'évolution des structures canoniques | 139 |
| e) Structures différenciées ; structures sectorielles | 140 |
| f) Structures adaptées ; perspectives de mise en oeuvre | 144 |
| § 5.2 - <u>Etudes focalisées sur la base physique</u> | 147 |
| a) Préliminaires : découplage du physique et du monétaire | 147 |
| b) Utilisation directe de la structure pivotale physique | 148 |
| c) Structures adaptées physiquement découplables ou découplées | 152 |
| d) Détermination des prix courants et prix duaux | 155 |
| e) Construction de structures physiquement découplables | 157 |
| f) Exemples de structures pivotales adaptées | 160 |

| | |
|--|-----|
| § 5.3 - <u>Comparaisons et discussions</u> | 164 |
| a) Orientation | 164 |
| b) Modèle de Von Neuman-Sraffa et modèles d'allocation de ressources ... | 164 |
| c) Modèles d'équilibre général | 168 |
| d) Modèles économétriques | 172 |
| | |
| CHAPITRE 6 - METHODES DE CONSTRUCTION | 177 |
| § 6.1 - <u>Démarcation et délimitation</u> | 178 |
| a) Démarcation préliminaire | 178 |
| b) Exemple de démarcation | 179 |
| c) Protocole de mise en œuvre ; délimitation et agrégation | 180 |
| d) Exemple de descriptif | 182 |
| e) Délimitation : genèse des nomenclatures | 185 |
| § 6.2 - <u>Agrégation</u> | 189 |
| a) Processus d'agrégation : aspect nominatif | 189 |
| b) Processus d'agrégation : aspect quantitatif | 191 |
| c) Systématique de l'agrégation | 195 |
| d) Formulation du problème de l'agrégation | 198 |
| e) Agrégation primaire et agrégation secondaire | 200 |
| f) Exemples de fiches | 204 |
| g) Dimensions | 207 |
| § 6.3 - <u>Modalités de constitution</u> | 210 |
| a) Orientation | 210 |
| b) Agrégats inhomogènes : paniers, lots, parcs | 211 |
| c) Ressources et déterminants géoclimatiques | 213 |
| d) Analyses temporelles locales | 217 |
| e) Services | 219 |
| f) Travail et consommations finales | 223 |
| | |
| CHAPITRE 7 - PROSPECTIVE LIBRE ET PLANIFICATION | 229 |
| § 7.1 - <u>Attendus sur la planification</u> | 230 |
| a) Planification indicative et planification dirigiste | 230 |
| b) Planification alternative | 231 |
| c) Rôle de la prospective | 232 |
| § 7.2 - <u>Schémas d'études prospectives</u> | 235 |
| a) Préliminaires : échelle temporelle et structure pivotale en cause ... | 235 |
| b) Etudes à long terme et études de cheminement | 238 |
| c) Couplage ou découplage de la transition | 240 |
| d) Indications complémentaires | 242 |
| e) Perspectives | 244 |
| | |
| BIBLIOGRAPHIE | 247 |
| INDEX DES NOTATIONS | 253 |
| INDEX TERMINOLOGIQUE | 257 |

AVERTISSEMENT

En haut de chaque page figure l'indication du paragraphe et du ou des alinéas qu'elle contient.

Les notes, en bas des pages, sont numérotées à l'intérieur des paragraphes ou des introductions de chapitres.

CHAPITRE 1 - INTRODUCTION

Dans ce chapitre introductif, on présente les motivations du travail et son orientation méthodologique plutôt qu'un résumé de son contenu : la lecture des introductions des chapitres 2 à 7 peut donner une idée de ce dernier (¹).

Après un rapide aperçu sur la situation actuelle de la prospective et sur les modèles disponibles (§1.1), on présente la double motivation du travail : promouvoir une démarche de prospective libre (§1.2) et développer une classe de modèles numérisables permettant de mettre en oeuvre cette démarche (§1.3). On discute ensuite (§1.4) l'orientation méthodologique, allant du général au particulier, et les principes généraux selon lesquels cette classe de modèles est définie dans les chapitres suivants. On donne enfin (§1.5) quelques indications sur les conditions dans lesquelles le travail a été effectué.

Pour l'essentiel, l'exposé ne présuppose pas une connaissance approfondie de la théorie économique, mais seulement une certaine familiarité avec les concepts élémentaires concernant l'approche descriptive des phénomènes économiques (²) : concepts concernant les méthodes d'analyse (réduction, agrégation, quantification,...), concepts concernant la représentation de la base physique (ressources et produits, processus techniques, production et consommation, équipements, agents et échanges,..) ou celle de l'appareil monétaire et financier (prix, recettes et dépenses, transferts, prêts et emprunts, encours,...). Dans les §1.1 et 1.4, les références faites aux modèles existants s'adressent plutôt aux spécialistes de ces modèles; elles peuvent être ignorées par les non-spécialistes; l'exposé reprend ensuite tout à la base, à partir des concepts précédents.

Le formalisme et son utilisation prospective, que l'objectif de l'exposé est de définir, sont introduits en utilisant le langage de la théorie des ensembles : vu la complexité des structures en cause, une certaine dextérité dans le manie- ment de ce langage est sans doute requise; mais, cela mis à part, le niveau ma- thématique ne dépasse pas, sauf exceptions isolées, celui de l'algèbre élémen- taire.

(¹) ainsi qu'il est indiqué à la fin de l'introduction du chapitre 2, l'étude du texte peut commencer par les chapitres 3 et 4 qui sont moins abstraits.

(²) le qualificatif "économique" est toujours employé ici dans son sens le plus large; voir à ce sujet le début de l'alinéa 2.1.b

§ 1.1. PROSPECTIVE, PRÉVISION ET PLANIFICATION

La prospective - l'exploration de l'avenir (technologique, économique, social,...)- actuellement pratiquée en France et plus généralement dans les pays d'économie non planifiée, est marquée, aussi bien en ce qui concerne les méthodes que la finalité de la démarche, par la disparité existant entre ce qui est fait au niveau sectoriel des entreprises et ce qui est fait au niveau macroéconomique des collectivités territoriales (locales, régionales, nationales, internationales).

Au niveau sectoriel, dans les grandes entreprises ou dans le cadre des bureaux d'études spécialisés, la prospective est peu dissociée de la planification des constructions d'installations ou de l'organisation des grandes opérations industrielles ou militaires. Cette planification intra-sectorielle, même décentralisée (par exemple entre filiales), est volontariste ; elle est basée sur des modèles d'allocations de ressources ⁽¹⁾, en termes physiques, dont les systèmes de contraintes peuvent être largement sous-déterminés et qui, de ce fait très souples, peuvent donner lieu à analyses multicritère par application des méthodes de programmation (essentiellement) linéaire.

Par contre, au niveau des collectivités territoriales, principalement de la nation, l'essentiel des travaux de prospective relève de la prévision ("ce que risque d'être l'avenir historiquement") et plus précisément de la prévision par extrapolation tendancielle du passé récent au moyen des modèles économétriques ⁽²⁾. Ces modèles sont des instruments rigides dont la validité est réduite à des variantes de faible amplitude autour d'un scénario central extrapolé du passé récent à partir des analyses en valeur de la comptabilité nationale. Cette rigidité tient à ce que l'estimation de la structure, en particulier celle des fonctions de production et de consommation, est basée sur une analyse empirique : la cohérence est assurée, sans représentation élaborée de la base physique, par calage global sur le passé récent via la spécification empirique de relations de comportement qui as-

⁽¹⁾ voir par exemple [44],[79],[94] (chapitre 12),[27] (titre II, chapitre IV), [119],[58],[45],[87] (section 1 et 2).

⁽²⁾ modèles de Leontief ([89],[90],[19],[11],[92],[16]), modèles macroéconomiques empiriques ([40]) comme FIFI ([2],[3]) ou DMS ([51],[52]), modèles mondiaux ([92],[72],[103],[16]).

surent une résolution avec unicité. Il en résulte en particulier que ces modèles, instruments élaborés d'extrapolation, ne permettent d'étudier ni les ruptures d'équilibre, ni la cohérence d'éventuelles réorganisations profondes de l'appareil productif ou du système économique ⁽³⁾.

Au demeurant, cette lacune est adaptée à la finalité dominante des travaux de prévision : ils sont exploités politiquement de façon normative, comme éléments du discours général sur l'inéluctabilité du nouvel ordre économique mondial, pour justifier la perspective d'un avenir unique dans ce sens, la rigidité des modèles économétriques servant de caution à cette prétendue unicité ⁽⁴⁾.

De plus, la réduction de la prospective macroéconomique à la prévision est à rapprocher du caractère indicatif (de prévisions plus que d'objectifs) de la planification au niveau de la collectivité nationale ⁽⁵⁾, contexte qui est concomittant de la destruction des équilibres locaux. En particulier, les collectivités locales ou régionales se trouvent livrées aux impératifs de l'économie internationale sans avoir les moyens d'étudier des alternatives, ce dénuement prospectif contrastant avec la planification volontariste du développement industriel pratiquée par les grandes firmes, multinationales ou nationalisées, pour leurs implantations locales dans l'espace économique laissé libre par la faiblesse de la planification nationale ⁽⁶⁾.

En résumé, le fait est que, entre les modèles de programmation, souples mais partiels, et les modèles économétriques, globaux mais rigides, il n'existe pas d'instrument opérationnel de prospective libre pouvant servir de support quantitatif, au niveau national comme au niveau local, à un débat approfondi sur les alternatives. L'absence d'un tel instrument est lourde de conséquences : si le plan reste purement indicatif, elle conduit à la dépendance économique des collectivités vis-à-vis des intérêts internationaux des producteurs ; si le plan devient plus volontariste, elle risque de se traduire par les aberrations d'un dirigisme aveugle.

⁽³⁾ voir par exemple [40] (chapitre 1, § 2), [57] (§ 4), [26] (chapitre 5, pages 277,278).

⁽⁴⁾ voir par exemple [47].

⁽⁵⁾ voir le § 7.1.

⁽⁶⁾ voir [25] (chapitre VI).

§ 1.2. PROSPECTIVE LIBRE

Par prospective libre, on entend l'exploration de "ce que pourrait être l'avenir, techniquement et fonctionnellement" par opposition à l'exploration de "ce que risque d'être l'avenir, historiquement" qui fait l'objet de la prévision .

Ainsi, dans la prospective libre, l'extrapolation du passé récent n'est plus une hypothèse impérative de l'exercice, comme c'est le cas pour la prévision ⁽¹⁾ , mais seulement une hypothèse contingente parmi d'autres : la liberté est prise d'explorer des fonctionnements économiques, et plus généralement sociétaux, très différents de ceux du présent ou du passé, cela par référence à un jeu d'hypothèses entièrement explicité, hypothèses concernant le patrimoine et les ressources, les techniques, l'organisation des échanges, les comportements et stratégies de gestion, l'environnement économique extérieur. On note que, dans cette démarche, l'actuel ou le passé ne constituant (éventuellement) plus un système global de références existentielles, la cohérence des fonctionnements étudiés repose entièrement sur le jeu d'hypothèses qui doit de ce fait être suffisamment exhaustif, spécialement en ce qui concerne la base physique du processus économique; dire alors que les études faites concernant l'avenir n'est plus qu'une manière d'exprimer leur ouverture ⁽²⁾ .

De façon complémentaire à cette ouverture et face aux problèmes de cohérence globale qu'elle pose, la démarche envisagée prend comme objet des collectivités territoriales dans leur totalité macroéconomique plutôt que des organisations sectorielles, cela conformément à l'énoncé suivant : pour des ensembles humains pouvant être de tailles diverses (collectivités locales, régionales, nationales, internationales) mais englobant la totalité des activités ayant lieu sur un territoire, étudier quantitativement de façon statique ou évolutive, d'une part la multiplicité des régimes de fonctionnement ou des cheminements qui sont

⁽¹⁾ au moins de la prévision par projection qui apparaît ainsi comme prospective liée (§ 1.1) ; voir [9] (pages 108-110) et [5] (en particulier pages 11-13).

⁽²⁾ Cette liberté exploratoire faisait explicitement partie de la démarche prospective conçue par Gaston BERGER avant 1960 (voir par exemple [9], pages 27-34 et 85-92). Cette orientation a été ensuite occultée par la suprématie de l'approche prévisionniste (voir [38]), même dans le mouvement "futuribles" (voir [39], en particulier pages 33-35, et par exemple [5]).

compatibles (cohérents) avec un jeu d'hypothèses concernant les conditions exogènes, d'autre part la variabilité de cette multiplicité en fonction de ces conditions.

On note que, dans ces exercices de synthèse ahistoriques de systèmes macroéconomiques, l'accent est mis davantage sur l'équilibre et sur la cohérence que sur les processus d'affrontement qui constituent souvent la dynamique économique et sociale : le propos est plus d'anticipation (à plus ou moins long terme y compris les études de transition) que d'analyse des luttes ou des stratégies ⁽³⁾. À ce sujet, les liens de ces études exploratoires avec la planification peuvent être précisées comme suit : certes, tel ou tel cheminement ainsi synthétisé peut être pris comme objectif d'une planification volontariste, de façon normative, de même que les prévisions peuvent servir (et servent souvent) à justifier un avenir unique ⁽⁴⁾ ; cependant, s'opposant aux démarches de programmation rigide, à critère unique, la démarche exploratoire envisagée peut intervenir au contraire comme préalable, puis comme instrument d'adaptation continue, dans un processus de planification que l'on veut souple, concerté, à horizon long ; il ne faut en tout cas pas confondre cette démarche (qui ne peut que rester de par sa visée globale à un niveau assez élevé d'agrégation) avec la détermination du détail des mesures de planification, surtout d'une planification rigide dont elle est antithétique ⁽⁵⁾.

On note aussi que la prospective libre envisagée se distingue des constructions utopistes ⁽⁶⁾ par son caractère exploratoire de la multiplicité des possibles, lequel s'oppose au caractère normatif des visions du futur prônées par les utopistes.

⁽³⁾ Toutefois, l'appareil formel envisagé (voir le § 1.4) peut aussi constituer le cadre de telles analyses.

⁽⁴⁾ § 1.1.

⁽⁵⁾ voir le chapitre 7.

⁽⁶⁾ voir par exemple [86].

§ 1.3. MODÈLES DE PROSPECTIVE LIBRE

Dans le texte qui suit, on se propose d'introduire une classe de modèles ⁽¹⁾ susceptibles de permettre, de façon quantitative via un traitement numérique convenable, une prospective libre ⁽²⁾.

La liberté exploratoire, conditionnellement à un jeu d'hypothèses, qui est requise par la prospective libre ⁽²⁾ est une propriété importante des modèles d'allocation de ressources basés sur la programmation linéaire qui sont utilisés dans la prospective sectorielle ⁽³⁾ ; cette propriété est concomitante, dans ces modèles, d'une part d'une analyse élaborée en termes physiques, d'autre part du caractère sous-déterminé des systèmes de contraintes en cause. Les modèles que l'on a en vue vont conjuguer la prise en compte d'une totalité macroéconomique sur un territoire donné (caractéristique qui est actuellement l'apanage des modèles économétriques) avec deux caractéristiques qui étendent au niveau macroéconomique celles soulignées ci-dessus pour les modèles sectoriels : la représentation intrinsèque de la base physique et le caractère sous-déterminé des systèmes de contraintes. Ces deux caractéristiques vont être des facteurs importants de la liberté exploratoire recherchée.

Par représentation intrinsèque de la base physique, on entend une représentation qui s'appuie, via une démarche d'agrégation primaire en termes physiques, sur des analyses modulaires compréhensives des processus techniques, actuels ou anticipés, de production-consommation, de transformation des équipements, de transferts : ces analyses modulaires concernent, en termes physiques de coefficients techniques (de fonctionnement, de maintenance, de transformation des équipements, de transfert), les unités d'activités des processus techniques, sans préjuger des assemblages de ces unités en un système productif dont l'un des buts de la démarche est d'étudier la multiplicité des possibles, de ceux qui sont compatibles avec un jeu d'hypothèses ⁽²⁾ ; les niveaux d'activité qui repèrent ces assemblages constituent ainsi des variables, tandis que les coefficients techniques que fournissent les analyses modulaires constituent des données qui font partie du jeu d'hypothèses. Cette représentation contraste avec celle basée sur des analyses globales en valeur, qui est à l'origine de

⁽¹⁾ voir le § 2.1 à propos de ce terme. ⁽²⁾ § 1.2. ⁽³⁾ § 1.1.

la rigidité des modèles économétriques ⁽³⁾ .

Le caractère sous-déterminé des systèmes de contraintes envisagés concerne essentiellement la représentation de l'organisation économique et du comportement des agents : une fois mis en place le repère de cohérence que fournit la représentation intrinsèque de la base physique, on peut laisser indéterminés ou faire varier de façon exogène certains de ces éléments organisationnels ou comportementaux jugés contingents après les avoir analysés de façon compréhensive; par exemple éléments de l'organisation monétaire et financière ou comportements d'utilisation des équipements ou d'investissement; cela permet, sans sortir du domaine de validité du modèle contrôlé par le jeu d'hypothèses explicité, une grande souplesse dans les analyses multicritère concernant ces éléments, leur influence (leur "poids") sur le reste du système ou leurs spécifications optimales; en introduisant, par exemple, sur une même structure représentant la base physique, une hiérarchie de "superstructures" correspondant à des contraintes organisationnelles ou comportementales, on peut faire apparaître le "poids" de ces contraintes sur le fonctionnement physique sous-jacent. La validité de tels schémas opératoires est relative au jeu d'hypothèses explicité; elle va au-delà de la validité extrapolatoire des modèles économétriques, laquelle réclame l'estimation empirique monolithique d'une totalité catégorique ⁽⁴⁾ de relations de comportements, cela afin d'utiliser la référence existentielle historique à défaut de celle, compréhensive, que permet une représentation intrinsèque de la base physique. Au demeurant, on peut aussi envisager d'adjoindre une telle totalité de relations de comportement à une représentation intrinsèque de la base physique pour arriver, par exemple, à un modèle dynamique du type de DMS mais qui, plutôt qu'empirique, serait pourvu d'un coeur de spécification compréhensive ⁽⁵⁾ .

⁽⁴⁾ i.e. donnant lieu à résolution avec unicité (§ 1.1) ; la propriété, pour un système de contraintes, d'être sous-déterminé ou catégorique est systématisée au chapitre 2, entre autres aux alinéas 2.2.c et 2.3.c .

⁽⁵⁾ voir à ce sujet [40] (chapitre 1, §2) et l'alinéa 5.3.d.

§ 1.4. PROPOS MÉTHODOLOGIQUES

Pour aborder le programme brossé dans les paragraphes 1.2. et 1.3 ci-dessus, l'approche proposée dans l'exposé qui suit ne consiste pas à présenter une spécification particulière du type de modèle envisagé et des résultats numériques la concernant; cela est en cours ailleurs ⁽¹⁾. L'objectif de l'exposé est plutôt de mettre en place, dans la perspective de ces modèles mais au niveau des spécifications générales, un cadre formel, un formalisme susceptible d'englober tout un spectre de spécifications particulières et de permettre à la fois une maîtrise méthodologique des traitements numériques de ces spécifications et une homogénéité des développements théoriques réclamés pour leur compréhension.

Procédant du général au particulier, on cherche à faire apparaître l'interprétation de chacun des êtres formels introduits au niveau maximum de généralité où il est possible de le manipuler : cette démarche a pour but d'arriver à contrôler l'interprétation des structures représentantes et leur utilisation prospective pour des spécifications particulières où la complexité combinatoire de la situation économique à prendre en compte quantitativement et les problèmes posés par le traitement numérique sont tels qu'il est difficile de saisir, de communiquer, de contrôler, les significations sans se référer à des schémas abstraits; ce sont ces schémas dont on s'occupe dans ce travail.

Dans ce processus d'abstraction, deux procédés de formalisation jouent un rôle important : d'une part les nomenclatures fondamentales (de biens, d'activités, de secteurs, de types d'opérations ⁽²⁾) sont considérées comme des termes du formalisme (en l'occurrence des ensembles finis), ce qui permet de les manipuler de façon générique, sans avoir à expliciter une spécification particulière, mais réclame d'en cerner abstraitement l'interprétation; d'autre part certains blocs de contraintes précisément délimités du point de vue conceptuel (contraintes physiques, organisationnelles, comportementales,...) sont considérés sous forme réduite, en extension, ce qui permet aussi de les mani-

(1) voir [31] et le § 1.5 ci-après.

(2) biens, activités, secteurs, types d'opérations sont respectivement des agrégats de ressources ou de produits, de processus techniques, d'agents, de types d'opérations élémentaires (voir les alinéas 3.1.a et 4.1.d).

puler de façon générique et contribue à la souplesse recherchée. Le niveau des spécifications générales auquel se situe ce travail est celui où sont possibles ces manipulations sous forme générique dans un cadre axiomatique convenant à l'inscription des jeux d'hypothèses ⁽³⁾.

Dans la ligne précédente, l'exposé se présente comme une succession de définitions formelles et d'interprétations raisonnées, de plus en plus spécifiques dans l'ordre croissant des chapitres, le formalisme proposé visant à être un instrument de description du phénomène économique ⁽⁴⁾ et des démarches prospectives. Dans ce sens, et eu égard à la prospective libre qui est en cause, on reste pratiquement à l'écart des grandes doctrines concernant le comportement des agents ou les stratégies de gestion économique (théorie du marché et des prix, doctrine de Keynes, monétarisme, etc) : le formalisme proposé permet leur formulation, donc leur étude en tant que spécifications particulières, mais l'exposé est en quelque sorte antérieur à ces théories dans la hiérarchie de mise en place des éléments fondamentaux de la représentation.

Parmi les éléments fondamentaux sur lesquels on s'appuie ici on note d'abord le principe selon lequel la base physique du processus économique a un ordre propre d'existence et peut être représentée de façon intrinsèque (en particulier via la démarche d'agrégation en termes physiques ⁽⁵⁾) indépendamment de l'ordre monétaire et financier, voire étudiée de façon autonome; cette distinction des deux ordres, tout à fait contraire aux pratiques "tout en valeur" de la macroéconomie ⁽⁶⁾, est essentielle à la démarche proposée; elle n'exclut pas, bien sûr, leur interaction mais au contraire permet d'en formuler plus clairement les mécanismes.

En liaison avec cette identification de l'ordre physique, on note ensuite, comme élément fondamental sur lequel on s'appuie, la distinction entre les trois nomenclatures primaires (de biens, d'activités, de secteurs ⁽²⁾) : cette distinction permet de lever pas mal d'ambiguïtés inhérentes au formalisme de

⁽³⁾ § 1.2.

⁽⁴⁾ au moins de ses aspects retenus dans la prospective envisagée; § 1.2.

⁽⁵⁾ voir les § 1.3 et 6.2.

⁽⁶⁾ plus généralement, l'approche conceptuelle de l'économie adoptée ici est à l'antithèse du courant monétariste ([54],[55]) ou de ses développements français ([53],[7]); la distinction du physique et du monétaire est même exploitée plus complètement que ne le fait Sraffa, en particulier en ce qui concerne le capital fixe (voir l'alinéa 5.3.b).

Léontief et des modèles à production simple qui confond les trois, ou à celui de Von Neuman-Sraffa qui confond les deux dernières; elle permet aussi de donner des évaluations compréhensives, en termes techniques, des fonctions (ou ensembles) de production des secteurs, au lieu des fonctions empiriques auxquelles est limitée la démarche microéconomique par absence de prise en compte des techniques (i.e. par absence de la seconde nomenclature); ces évaluations suppriment l'antinomie entre le caractère non linéaire des fonctions de production à facteurs substituables et le caractère linéaire des contraintes techniques.

Ces éléments sont susceptibles de nombreux développements théoriques qui ne sont que rapidement suggérés ici ⁽⁷⁾. Plus généralement, le formalisme introduit à été conçu pour jouer, grâce à la souplesse résultant de ce qu'il est situé au niveau des spécifications générales, un rôle de cadre commun pour des développements théoriques divers en même temps qu'un rôle de formulaire préalable à la construction de modèles numérisés et d'instrument de contrôle conceptuel de leur mise en oeuvre ⁽⁸⁾ : pour qu'il puisse ainsi constituer une articulation claire entre développements théoriques et traitements numériques, on a cherché à faire en sorte qu'il soit à la fois assez générique pour que l'approche mathématique soit possible et assez explicite pour que les simulations numériques soient réalistes ⁽⁹⁾. Une telle articulation manque dans l'état actuel de la discipline économique, en ce sens que, d'une part les modèles de l'économie mathématique ⁽¹⁰⁾ sont trop schématiques, d'autre part les modèles macroéconomiques à finalité numérique (essentiellement les modèles économétriques) sont trop complexes et touffus dans leurs spécifications particulières noyées dans le formalisme des codes de calcul pour pouvoir être étudiés du point de vue mathématiques, autrement que sur des maquettes ⁽¹¹⁾ : le formalisme introduit a pour but de remplacer l'étude de maquettes par celle des spécifications générales. Le modèle de Léontief (statique, par exemple) constitue

⁽⁷⁾ voir à ce sujet les § 5.3 et 6.2. ⁽⁸⁾ voir le début du présent § 1.4.

⁽⁹⁾ par exemple une version raisonnablement numérisable de la théorie de Debreu ([100],[37]) pourrait être développée dans le cadre proposé (voir l'alinéa 5.3.c).

⁽¹⁰⁾ par exemple le modèle de la microéconomie formalisée ([100],[37]) ou celui de Von Neuman-Sraffa ([108],[116],[114],[1]).

⁽¹¹⁾ maquettes de FIFI étudiées dans [28] ou dans [112], maquettes des modèles macroéconomiques dynamiques comme DMS ([67],[42]), maquettes illustratives utilisées dans [15], etc.

une exception à la dichotomie précédente et un cas où la démarche unitaire que l'on a en vue a été largement exploitée : le formalisme est celui du modèle à production simple ⁽¹²⁾ et la spécification générale ne réclame, pour être particularisée, que de donner des noms aux postes de la nomenclature de secteurs. L'élégance de cette démarche a sans doute exagérément valorisée le modèle à production simple : il s'agit de faire la même chose mais avec un formalisme permettant d'éviter ses ambiguïtés déjà mentionnées.

⁽¹²⁾ voir par exemple [100] (chapitre 5, § 5), [105],[106],[95].

§ 1.5. DÉVELOPPEMENT DU TRAVAIL

Ce texte ne remplit que très partiellement les objectifs ambitieux énoncés aux § 1.3 et 1.4 : il s'agit d'un premier essai destiné à fixer les idées; pour arriver à un formalisme satisfaisant du point de vue de la bivalence visée ⁽¹⁾, un travail considérable reste à faire tant en ce qui concerne l'approfondissement formel, mathématique, des spécifications générales que l'expérimentation numérique de spécifications particulières variées.

En particulier, la représentation de la base physique (chapitre 3) est sans doute plus élaborée que celle de l'appareil monétaire et financier (chapitre 4). Outre l'importance méthodologique donnée ici à la première ⁽²⁾, cette disparité tient à ce que ce texte a résulté du développement théorique d'un travail numérique d'économie physique effectué, antérieurement et parallèlement, par les auteurs. Ce travail a consisté en la mise au point, poussée jusqu'à la disponibilité d'un logiciel opérationnel, d'une maquette de macroéconomie rurale, c'est-à-dire d'une spécification particulière du modèle ⁽¹⁾ permettant, via la résolution de programmes linéaires, l'analyse multicritère statique de l'organisation du système productif de collectivités locales d'économie rurale moderne. L'aspect monétaire et financier a donc été moins travaillé que l'aspect physique; en particulier il n'a pas été expérimenté numériquement.

De plus, l'ensemble du travail a été fait dans un environnement intellectuel axé sur les problèmes technologiques plus que sur les problèmes économiques (ici au sens étroit du terme) et presque complètement en marge des milieux économiques institutionnels. La diffusion restreinte dans ces milieux en 1980 d'un rapport préliminaire sur la maquette citée ci-dessus ⁽³⁾ n'a pas permis d'enclancher de collaboration : cela tient en particulier à la réticence de nombreux économistes envers la macroéconomie physique, au moins lorsqu'elle est complètement découplée des problèmes monétaires et financiers. Le présent travail constitue une amorce de

⁽¹⁾ § 1.4.

⁽²⁾ § 1.3 et 1.4.

⁽³⁾ référence [30].

de réponse à cette réticence ⁽⁴⁾.

Outre la présentation d'une expérimentation numérique concernant la maquette citée ci-dessus ⁽⁵⁾, ce travail sera complété par diverses publications qui sont en cours de préparation : d'une part, développements théoriques concernant le problème de l'agrégation ⁽⁶⁾ ou le calcul des valeurs-ressources dans le cadre des modèles en cause ⁽⁷⁾; d'autre part, mise en oeuvre de versions améliorées de la maquette, versions permettant des exercices de prospective libre se rapprochant des schémas présentés au chapitre 7 ⁽⁸⁾; enfin, à un terme plus éloigné, premiers résultats concernant l'analyse macro-technologique de collectivités locales concrètes pour lesquelles des matrices de coefficients techniques sont en cours de d'élaboration.

Cependant, tous les travaux précédents ne sont que des préliminaires : il est clair que la mise au point d'un outil opérationnel de prospective libre réclamera de rassembler un potentiel de travail très supérieur à celui dont disposent les auteurs ou les équipes locales qui ont commencé des enquêtes technologiques ⁽⁹⁾.

⁽⁴⁾ les auteurs remercient cependant P. CHARTIER, R. CHABBAL, M. CLAVERIE D. COHEN, R. COURBIS, B. DESSUS, M. FROISSARD, C. GRUSON, B. GUIBERT, C. HENRY, P. OUTREQUIN, P. PRIOURET pour leurs encouragements pendant la préparation ou à la suite de ce rapport; les auteurs remercient par ailleurs R. BARA, L. BRETTON, A. COT, P. EWENCZYK, D. GABAY, les membres du GAREP, D. LACAZE, D. SAUMON, F.A. WOLLMAN pour diverses conversations et avis qui ont été utiles au présent travail; les auteurs remercient enfin M. DRAKE et M. SUAREZ pour leurs services de documentation, ainsi que B. CHAUCHE et C. PRADIER pour leur excellent travail de dactylographie.

⁽⁵⁾ référence [31].

⁽⁶⁾ référence [32], où sera repris le contenu de l'annexe F de [30].

⁽⁷⁾ voir l'alinéa 1.1.f du fascicule (I) de [31].

⁽⁸⁾ § 7.2.

⁽⁹⁾ voir l'alinéa 7.2.e; voir aussi [62] qui a constitué une tentative dans ce sens.

CHAPITRE 2 - GENERALITES SUR LES MODELES DE PROSPECTIVE

L'interprétation adéquate du formalisme développé dans ce travail puis la maîtrise de la mise en oeuvre numérique des modèles correspondants réclament l'usage de diverses notions et distinctions générales (autour de concepts comme résolution, sous-détermination, optimisation, études statiques, études évolutives, etc) concernant les modèles et leur utilisation en prospective. Ce chapitre a pour objet de situer ces notions et distinctions en posant des définitions, une terminologie, qui seront utilisés systématiquement dans la suite : on introduit pour cela un formalisme ensembliste élémentaire, formalisme minimal, suffisant pour expliciter les notions de base et les opérations sur les modèles que l'on a en vue, mais trop pauvre pour permettre des développements déductifs, axiomatiques, intéressants. Cette démarche est usuelle dans les exposés généraux concernant le concept de modèle ⁽¹⁾ ; mais, à la différence de la plupart de ces exposés qui n'utilisent un tel formalisme pauvre que pour illustrer des considérations informelles, on l'introduit ici de façon systématique pour lui faire jouer le rôle méthodologique, épistémologique, d'un cadre général susceptible d'inclure par particularisation toutes les spécifications envisagées : les structures et schémas opératoires définis dans ce chapitre le sont pour admettre, et sauf erreur admettent, comme cas particuliers, d'abord les spécifications générales qui sont étudiées dans les chapitres 3, 4 et 5, ensuite les spécifications particulières susceptibles de traitement numérique qui sont envisagées dans les chapitres 6 et 7. Par cette démarche allant du général au particulier et faisant apparaître l'interprétation, pour chacun des êtres formels introduits, au niveau maximum de généralité où il est possible de les manipuler, on a pour but d'arriver, dans les situations particulières noyées sous la complexité, à contrôler l'interprétation par référence aux schémas abstraits, donc simples, dont relèvent ces situations.

Après un préambule sur le thème "modèles et réalité" (§2.1), on examine d'abord les formes générales de structures (appelées "réalisations"; §2.2) qui, intégrant les concepts de données, de variables et de contraintes, permettent d'exprimer les schémas généraux d'utilisation des modèles, en termes de résolution, de sous-détermination, d'optimisation. On introduit ensuite

⁽¹⁾ voir par exemple [101] (chapitre 2), [40] (chapitres 2 et 6), [68],[118].

les formes fonctionnelles (appelées "structures pivotales"; §2.3) qui sont retenues pour la représentation du déroulement temporel et de ses mécanismes en termes de théorie du contrôle éventuellement sous-déterminée. On examine enfin (§2.4) les schémas généraux de comparaison, élaboration et identification des structures précédentes.

Ce chapitre (sans doute indigeste) de définitions générales peut n'être lu qu'après les chapitres 3 et 4, qui en sont présentés indépendamment, et parallèlement aux chapitres 5, 6 et 7 qui s'appuient au contraire dessus.

§ 2.1. CONSIDERATIONS PRÉLIMINAIRES SUR LA MODÉLISATION

a) Modèles : représentants et représentés. Le terme de "modèle" est employé ici, de façon standard ⁽¹⁾, pour désigner la représentation formelle d'un phénomène. Un modèle comporte un objet représenté, un objet représentant, une interprétation du second en termes du premier et un mode d'utilisation. L'objet représenté est un phénomène, c'est-à-dire un corpus de connaissances (en particulier de procédures d'observation) et d'idées théoriques relatives à une portion de la réalité (ici économique ⁽²⁾) délimitée par une analyse réductrice. L'objet représentant est formel, entièrement constitué par sa définition ⁽³⁾; on le considère ici comme une structure mathématique au sens de la théorie des ensembles ⁽⁴⁾. L'interprétation est un méta-discours qui associe aux termes du corpus, descriptif ou théorique, relatif au phénomène représenté des termes formels de la structure représentante. C'est par l'interprétation que s'exprime l'adéquation du modèle au phénomène en ce sens que, via les associations précédentes, la structure représentante constitue une certaine image du phénomène. L'utilisation exploratoire du modèle à laquelle on s'intéresse ici consiste alors à faire jouer à la structure représentante le rôle d'une maquette, d'un automate, permettant l'expérimentation "in vitro", expérimentation tournée vers l'actuel ou le passé dans l'utilisation explicative et vers l'avenir dans l'utilisation prospective. La validité de cette démarche dépend de l'adéquation du modèle au phénomène, laquelle repose sur l'interprétation. On reviendra souvent dans la suite sur le rôle de cette dernière ⁽⁵⁾.

On note que l'on situe ici le phénomène, ce que l'on cherche à représenter par un modèle, dans l'univers du discours, descriptif ou théorique, sur la réalité. Il ne s'agit pas là d'un parti pris idéaliste niant "la réalité" de la réalité, par opposition à un parti pris matérialiste qui situerait le phénomène dans la réalité "elle-même". Il s'agit plutôt d'une démarche pragmati-

⁽¹⁾ voir par exemple [101] (page 45), [40] (page 21), [68], [118], les rubriques "modèle" des encyclopédies, etc.

⁽²⁾ voir l'alinéa 2.1.b.

⁽³⁾ voir [68] (page 5).

⁽⁴⁾ voir [14] (§8, page 51) ou [13], (§1, page 9).

⁽⁵⁾ voir entre autres l'alinéa 2.1.c.

que qui consiste à constater que les modèles sont branchés sur un discours concernant la réalité et non pas "directement" sur cette dernière. On appelle donc phénomène ce sur quoi est branché le modèle. Cette remarque peut d'ailleurs être renforcée par le fait que l'on s'intéresse à des modèles de prospective, d'anticipation, et pas seulement d'explication de ce qui a déjà eu lieu. Or l'avenir est encore plus médiatisé par le discours que l'actuel ou le passé.

b) Phénomènes économiques : le physique et le monétaire . Le qualificatif "économique", concernant un ensemble humain, est entendu ici dans un sens très large : il fait référence aussi bien à la base physique, écologique et technologique, qu'à l'organisation des échanges, à l'appareil monétaire et financier ou aux comportements des agents.

L'analyse réductrice conduisant à la délimitation de phénomènes économiques est marquée par la dichotomie du réel (du physique) et du monétaire ⁽⁶⁾. A ce propos, en ce qui concerne l'interdépendance du physique et du monétaire, on adopte le point de vue selon lequel le fonctionnement physique a, dans le processus économique global, un ordre propre d'existence. De cet ordre relèvent les variables représentant les quantités physiques et les contraintes représentant les invariants qui lient ces variables, tels la conservation de l'espace, de l'énergie, des matières, ou les caractéristiques techniques. L'identification de l'ordre physique au niveau analytique du recensement des variables et des contraintes ne signifie évidemment par elle-même aucune opposition entre cet ordre et l'ordre monétaire lui aussi préalablement identifié en termes de variables et de contraintes : au contraire une représentation clairement identifiée de chacun d'eux est nécessaire pour analyser leur interdépendance. Ce point de vue est celui de la microéconomie formalisée. En macroéconomie, la pratique des mesures et agrégations de quantités physiques en termes monétaires mélange inextricablement les deux ordres... jusqu'à obscurcir non seulement les contraintes proprement physiques,

⁽⁶⁾ voir par exemple l'introduction de [43] .

mais aussi celles correspondant précisément à l'interdépendance du physique et du monétaire : retenant ici de la macroéconomie son approche globale et appliquée mais pas cet amalgame ⁽⁷⁾, on distingue systématiquement la représentation de la base physique ⁽⁸⁾ et celle de l'appareil monétaire et financier ⁽⁹⁾ ... pour préparer l'analyse de leurs interactions.

c) Modèles et réalité : prévision et prospective libre. Dans la pratique de la modélisation, il est usuel de mêler le phénomène ⁽¹⁰⁾ et son image formelle, cela à la fois au niveau de l'imaginaire pour la conception et au niveau linguistique pour la communication. Sans doute inévitable et au demeurant utile pour l'élaboration de la pensée, cette confusion a des inconvénients graves si elle se conjugue avec une utilisation du modèle, soit aveugle, sans discernement, soit tendancieuse. En prospective économique, elle a d'importantes conséquences politiques. Plutôt que sur l'exemple ressassé de la planification rigide qui relève davantage d'une absence de prospective, on insiste à ce sujet sur le blocage provoqué par l'utilisation normative des prévisions obtenues à l'aide des modèles économétriques : ces prévisions sont utilisées pour justifier, et imposer politiquement, la perspective unique d'un avenir extrapolé du passé récent alors que cette unicité est seulement relative à ces modèles qui, de par leur mode de spécification et d'estimation empirique, ne peuvent qu'être des instruments d'extrapolation ⁽¹¹⁾.

Dans ce travail, on cherche à dépasser les deux travers précédents : la rigidité des modèles économétriques et la confusion entre représentant et représenté, entre l'avenir prospecté et l'avenir réel. Face à la première, on développe des modèles dont les structures sous-déterminées et incluant une représentation intrinsèque de la base physique permettent d'explorer la multiplicité des avenir techniquement possibles. Face à la seconde, on fait jouer

⁽⁷⁾ voir les §1.3 et 1.4 ainsi que l'alinéa 5.3.d.

⁽⁸⁾ chapitre 3. ⁽⁹⁾ chapitre 4.

⁽¹⁰⁾ en tant que corpus de connaissances et d'idées théoriques; alinéa 2.1.a.

⁽¹¹⁾ voir par exemple à ce sujet [40] (pages 9-11) et [15]; voir aussi les alinéas 2.2.c, 2.4.e, 5.3.d et 7.1.a.

un rôle méthodologique important à l'interprétation des structures envisagées. Ce rôle va bien au-delà de celui de guide heuristique pour l'estimation des données et l'identification des paramètres du modèle : dans la démarche compréhensive ⁽¹²⁾ plutôt qu'empirique qui est préconisée, le méta-discours interprétatif confère signification aux termes formels et, constituant un tampon explicite entre représentant et représenté, permet de contrôler cette signification et de circonscrire la confusion entre ces deux pôles.

Dans le même sens, on s'attache aussi à expliciter comment le choix des structures est lié au type d'utilisation prospective des modèles, en particulier à dégager la distinction, pour ne pas dire l'opposition, entre les modèles catégoriques utilisés pour la prévision et les modèles sous-déterminés que l'on a en vue pour la prospective libre ⁽¹³⁾.

⁽¹²⁾ voir entre autres les alinéas 3.3.b, 3.4.b, 4.2.a, 4.2.b, 6.1.e, 6.2.e.

⁽¹³⁾ voir les alinéas 2.2.c, 2.3.c, 2.4.e, les § 1.3, 5.2, 7.2.

§ 2.2. RÉALISATIONS ET SCHÉMAS D'UTILISATION DES MODELES

a) Préliminaires; espaces standard. Ce paragraphe a pour objet, d'une part une première spécification très générale des structures représentantes ⁽¹⁾ pour les modèles envisagés (alinéa 2.2.b), d'autre part l'explicitation, dans le cadre ainsi défini, de schémas génériques d'utilisation des modèles (alinéas 2.2.c et 2.2.d).

Bien que l'appareil conceptuel soit standard, en termes de variables et de contraintes, il a paru difficile de se limiter pour le présent travail à des références : en effet, les modèles axés sur la prospective libre que l'on a en vue sont en général sous-déterminés et de ce fait ne rentrent pas dans le cadre conceptuel d'une correspondance entrée-sortie rigide ⁽²⁾, déterministe ou stochastique, cadre qui est celui des modèles économétriques et qui semble être le seul envisagé dans les réflexions générales sur la modélisation ⁽³⁾.

Les notions présentées ici de façon très générale, les contraintes étant exprimées uniquement sous forme réduite, seront progressivement particuliérisées dans la suite : d'abord au §2.3 par l'introduction du temps et l'explicitation des formes fonctionnelles en cause; ensuite aux chapitres 3,4,5. La référence systématique à ces notions, simples dans leur généralité, permet d'ordonner la réflexion et de contrôler l'utilisation du modèle dans les situations particulières où domine la complexité de la jungle des contraintes.

On commence par introduire les espaces que décrivent les variables et au moyen desquels vont être construites les structures en cause : on appellera espace standard tout produit cartésien $X = \prod_{h \in H} X_h$, où H est un ensemble fini non vide et où, pour chaque $h \in H$, X_h est soit la droite réelle \mathbb{R} , soit la demi-droite fermée $\mathbb{R}_+ = [0, +\infty)$, soit l'ensemble réduit à un seul

⁽¹⁾ alinéa 2.1.a.

⁽²⁾ on dira "catégorique", voir les alinéas 2.2.c et 2.3.c.

⁽³⁾ voir par exemple [101](chapitre 2), [40](chapitres 2 et 6), [68], [15], [118]; les modèles d'optimisation utilisés dans la gestion des entreprises sont plus souples, mais les exposés les concernant se limitent aux aspects techniques (voir par exemple [35], [115], [44], [82], [84]).

élément $\{0\}$. Les éléments de X sont alors les familles, ou multipléts, $x = (x_h)_{h \in H}$ de nombres réels tels que $x_h \in X_h$ pour chaque $h \in H$, le nombre x_h étant appelé coordonné d'indice h du multiplétt x . L'ensemble d'indices H sera appelé liste nominative ou nomenclature de l'espace standard $X = \prod_{h \in H} X_h$; ses éléments sont des noms qui permettent le repérage des coordonnées des éléments de X . Le nombre d'éléments de H tels que $X_h \neq \{0\}$ sera appelé dimension de X . Contrairement à la pratique fréquente en économie, les nomenclatures ne seront en général pas identifiées à des intervalles de l'ensemble $\mathbb{N} = \{0, 1, \dots\}$ des entiers naturels : les constitutions de ces nomenclatures jouent un rôle important dans l'appréhension de l'architecture des modèles ⁽⁴⁾.

On appellera espace facteur de l'espace standard $X = \prod_{h \in H} X_h$, tout espace standard $X' = \prod_{h \in H'} X_h$, où H' est une partie non vide de H , une sous-nomenclature de H . A l'espace facteur $X' = \prod_{h \in H'} X_h$ est associée la projection canonique $\Pi_{X', X} : (x_h)_{h \in H} \rightarrow (x_h)_{h \in H'}$ de X sur X' laquelle sera simplement appelée projection de X sur X' et notée $\Pi_{X'}$, s'il n'y a pas d'ambiguïté sur X . L'élément $\Pi_{X'}(x)$ de X' (avec $x \in X$) sera appelé composante de x (dans, ou relativement à, l'espace X'). L'espace standard $X'' = \prod_{h \in H''} X_h$, avec $H'' \subset H \setminus H'$ ⁽⁵⁾, sera dit étranger à X' et sera appelé facteur complémentaire de X' dans X si $H'' = H \setminus H'$; dans ce dernier cas l'espace X est isomorphe au produit cartésien $X' \times X''$.

L'espace standard $\{0\}$ sera considéré comme espace facteur de tout espace standard X , l'espace facteur complémentaire de $\{0\}$ étant identifié à X .

On note que tout produit cartésien fini d'espaces standard peut être canoniquement identifié à un espace standard. On note aussi qu'un espace standard peut n'avoir qu'un seul élément (si $X_h = \{0\}$ pour tout $h \in H$).

En ce qui concerne l'expression des relations, on fait la convention d'écriture suivante : si $P(v)$ est une relation (un prédicat) concernant la variable v et si V est un ensemble de valeurs possibles de v , on écrit $\langle\langle P(v) \mid (v \in V) \rangle\rangle$ au lieu de $\langle\langle P(v) \text{ pour tout } v \in V \rangle\rangle$.

⁽⁴⁾ voir les alinéas 3.1.a, 4.1.d et 5.1.b.

⁽⁵⁾ $H \setminus H'$ désigne l'ensemble des $h \in H$ tels que $h \notin H'$.

b) Forme générale des structures : réalisations. Les structures envisagées vont être spécifiées de façon usuelle en termes de variables et de contraintes, lesquelles permettent respectivement de décrire le phénomène en cause (aspect descriptif du modèle) et d'en exprimer les mécanismes (aspect théorique du modèle).

De façon très générale, on appellera réalisation tout triplet $R = (W, D; V)$ tel que W est un espace standard, D est un espace facteur de W et V est un sous-ensemble de W . L'espace W , l'espace D et l'ensemble V seront appelés respectivement l'espace fondamental, le mode de délimitation et l'extension de la réalisation R , tandis que le couple (W, D) en sera appelé le descripteur.

Pour ce qui est de l'interprétation de la réalisation R en termes du phénomène qu'elle est destinée à représenter, le descripteur (W, D) concerne le mode de description du phénomène, tandis que l'extension V concerne ses mécanismes : D'une part, chaque élément w de W représente la description totale d'une éventuelle occurrence du phénomène, y compris la description des conditions exogènes, circonstancielle ou décisionnelles, qui l'affectent, lesquelles sont représentées par l'élément $d = \Pi_D(w)$ de D ; d'autre part, la relation $w \in V$ équivaut, sous forme réduite (i.e. en extension), à la conjonction logique des contraintes qui expriment les mécanismes considérés comme régissant le phénomène.

Dans l'utilisation d'une réalisation $R = (W, D; V)$ les éléments de W vont jouer un rôle de variables, d'inconnues, et ceux de D un rôle de données ⁽⁶⁾. En fonction de ces considérants, chaque élément w de W sera appelé occurrence (du phénomène), chaque élément de V occurrence compatible (avec les mécanismes représentés par V) et chaque élément de D jeu de conditions exogènes ou jeu de données; de plus, la relation $w \in V$ sera appelée contrainte fondamentale. Si H est la nomenclature de W et si $H_D \subset H$ est la sous-nomenclature définissant D , chaque coordonnée $w_h (h \in H)$ de $w \in W$ est ainsi la spécification d'une variable, exogène si

(6) voir l'alinéa 2.2.c.

$h \in H_D$ et endogène si $h \in H \setminus H_D$ ⁽⁷⁾. Ces variables-coordonnées seront dites numériques pour souligner que leurs spécifications sont des nombres réels, le mot "variable" étant employé de façon plus générale pour désigner des éléments génériques des espaces standards en cause ⁽⁸⁾.

Il est important et courant pour l'utilisation du modèle de faire varier le mode de délimitation D c'est-à-dire la sous-nomenclature H_D de H , H (donc W) et V restant fixes. Le formalisme adopté permet de prendre en compte de telles opérations plus commodément que celui, habituel ⁽⁹⁾, qui consiste à manipuler formellement l'espace W sous la forme de sa décomposition canonique $W = D \times X$ en produit cartésien de D et de son facteur complémentaire X , ce qui exige de changer de décomposition chaque fois que l'on change de mode de délimitation ⁽¹⁰⁾.

⁽⁷⁾ selon la terminologie usuelle; voir par exemple [101](chapitre 2, page 53) ou [40] (chapitre 2, pages 21, 22).

⁽⁸⁾ quelques précautions sont nécessaires pour éviter les inexactitudes de langage et ambiguïtés, fréquentes dans la littérature économique, qui résultent de la limitation de l'emploi du mot "variable" à des quantités numériques, mesurées par un seul nombre réel. Cette limitation amène à désigner un vecteur variable par le pluriel du mot... ou pire par le vocable "ensemble de variables" (alors qu'il s'agit d'un multiplet de variables numériques).

⁽⁹⁾ voir par exemple [101](chapitre 2, pages 53 - 55) ou [40](chapitre 2).

⁽¹⁰⁾ plus généralement, on pourrait définir (W, D, Π_D) comme un espace fibré de base D ; pour les développements que l'on a en vue, la considération d'espaces fibrés triviaux est bien suffisante.

c) Schémas d'utilisation : études exploratoires. Etant donnée une réalisation $R = (W,D;V)$, on pose,

$$(2.2.1) \quad R(d) = V \cap \Pi_D^{-1}(d) = \{w \in W \mid w \in V \text{ et } \Pi_D(w) = d\} \quad (d \in D) \quad (11)$$

Chaque élément w de $R(d)$ est naturellement interprété comme une occurrence du phénomène compatible avec le jeu de conditions exogènes $d \in D$. L'ensemble $R(d)$ sera appelé l'extension de d . L'ensemble $\Pi_D(V) = \{d \mid d \in D \text{ \& } R(d) \neq \emptyset\}$ sera appelé le socle de la réalisation R et noté \underline{R} .

Cela étant, par utilisation exploratoire de la réalisation R , on entendra les études d'extension et les études de sensibilité définies comme suit :

- * les études d'extension concernent l'ensemble $R(d)$ en lui-même, son étendue, sa structure, pour certains jeux de données $d \in D$ jugés significatifs;
- * les études de sensibilité se répartissent entre, d'une part les études directes qui concernent la variation de $R(d)$, ou de certains de ces éléments marquants dégagés par les études d'extension ⁽¹²⁾, lorsque d décrit le sous-ensemble de D formé des jeux de données jugés significatifs, d'autre part les études inverses où l'on s'intéresse à l'ensemble des $d \in D$ tels que $R(d)$ contient un élément ou un sous ensemble donné de V .

Etudes d'extension et études de sensibilité seront dites études exploratoires, en général, et études prospectives si elles concernent plus particulièrement l'avenir, lorsque la réalisation en cause intègre le déroulement temporel ⁽¹³⁾.

On dira que la réalisation $R = (W,D;V)$ est catégorique en $d \in D$ si l'ensemble $R(d)$ est réduit à un seul élément que l'on notera $\underline{R}(d)$. On dira que R est catégorique, si, pour tout $d \in D$, soit $R(d) = \emptyset$, soit R est catégorique en d . Pour une telle réalisation, les études

(11) convention d'écriture faite à l'alinéa 2.2.a.

(12) par exemple les occurrences optimales relativement à divers critères; voir l'alinéa 2.2.d.

(13) voir les alinéas 2.3.a. et 2.3.c.

d'extension se réduisent à la détermination, pour chaque $d \in \underline{R}$ jugé significatif, de l'unique solution $w = \underline{R}(d)$ du système de contraintes,

$$(2.2.2) \quad w \in V \quad \& \quad \Pi_D(w) = d ,$$

les études de sensibilité correspondant alors à l'étude de la fonction $d \rightarrow \underline{R}(d)$. Les modèles économétriques donnent généralement lieu à des réalisations de ce type. Les études exploratoires correspondantes sont alors appelées simulations.

On dira que la réalisation $R = (W, D; V)$ est sous-déterminée en $d \in D$ si l'ensemble $R(d)$ comporte plus d'un élément. On dira que R est sous-déterminée si elle est sous-déterminée en tout point de \underline{R} sauf peut être en certains points exceptionnels.

Qu'une réalisation R soit sous-déterminée ne signifie pas que le phénomène qu'elle représente viole le principe de causalité ou se trouve soumis à quelque aléa fondamental. Cela signifie seulement que l'analyse réductrice, par laquelle le phénomène a été délimité ⁽¹⁴⁾, n'a pris en compte qu'une partie des mécanismes en cause. Cette omission entraîne une sous-détermination, alors qu'une prise en compte totale fournirait une réalisation catégorique. Ce point est important en ce qui concerne les modèles de prospective économique car une partie des mécanismes qui font la causalité économique peuvent être considérés comme contingents, susceptibles d'être divers, parce qu'en fait ils incluent des décisions et des actions contraignantes. Ces mécanismes concernent l'organisation économique et les comportements des agents, par opposition à ceux concernant les équilibres physiques qui, eux, ne sont pas contingents. C'est l'omission prospective de l'un ou l'autre de ces mécanismes contingents qui fournit les réalisations sous-déterminées. On reviendra dans la suite sur ce schéma qu'un des buts principaux de ce travail est de développer pour arriver à comparer quantitativement les conséquences globales des multiples options possibles concernant

(14) alinéa 2.1.a

ces mécanismes (ces contraintes) contingents ⁽¹⁵⁾.

Les contingences analysées comme ci-dessus en termes de sous-détermination peuvent l'être aussi en termes probabilistes d'incertitude, en particulier sur les conditions exogènes. A ce sujet, on ne cherchera pas ici à rendre "stochastiques" les réalisations $R = (W,D;V)$ par l'introduction d'hypothétiques mesures de probabilités sur W ayant par Π_D une image donnée sur D : d'une part l'exploitation numérique d'un tel appareil probabiliste se ramène très généralement aux études de sensibilité envisagées ci-dessus par discrétisation des mesures de probabilité en cause, d'autre part la concision des appréciations que permet l'approche probabiliste perd de son intérêt pour les études exploratoires car on n'y travaille pas en temps réel. On se limitera donc aux études de sensibilité.

Cette élimination de l'appareil probabiliste au niveau global de l'utilisation exploratoire des modèles ne signifie évidemment pas que l'on récuse l'emploi des méthodes de la statistique pour purifier des données expérimentales, pour identifier empiriquement certains paramètres ⁽¹⁶⁾ ou, dans l'utilisation explicative d'un modèle, pour confronter les résultats qu'il fournit aux observations. Ce qu'on veut éviter, c'est de masquer sous un formalisme probabiliste les mécanismes contingents, en particulier ceux qui correspondent à la partie décisionnelle des conditions exogènes. Le rejet du formalisme probabiliste au profit des études de sensibilité apparaît ainsi comme concomitant de la considération de réalisations sous-déterminées et de la démarche de prospective libre.

d) Optimisation; analyse multicritère. Les études d'extension et de sensibilité des réalisations sous-déterminées posent, dans leurs mises en oeuvre numérique, des problèmes considérables car les extensions des jeux de données sont très généralement de "gros" ensembles, non seulement infinis et multidimensionnels, mais de structure complexe. Pour ces études, l'analyse

⁽¹⁵⁾ voir le § 2.4 et les alinéas 4.3.b, 5.1.f, 5.2.c, 5.2.e, 5.3.c, 5.3.d, 6.3.f.

⁽¹⁶⁾ voir l'alinéa 2.4.e.

multicritère est un instrument fondamental : étant donné une réalisation $R = (W, D; V)$, on appellera critère relatif à R toute fonction numérique c sur W . Pour un tel critère c et pour chaque jeu de données $d \in D$ jugé significatif, on s'intéresse au problème d'optimisation,

$$(2.2.3) \quad \text{Trouver } \tilde{w} \in R(d) \text{ tel que } c(\tilde{w}) = \underset{w \in R(d)}{\text{Min}} c(w).$$

Admettant que ce problème est résoluble, ne serait ce qu'approximativement, soit $\underline{w}_{c,d} = \tilde{w}$ sa solution ou une de ses solutions spécifiée. L'étude de la variation de $\underline{w}_{c,d}$ en fonction de c , pour d fixé dans D , fournit une approche des études d'extension, tandis que l'étude de la variation de $\underline{w}_{c,d}$ en fonction de d pour c fixé fournit une approche des études de sensibilité.

On souligne l'importance de la variation du critère dans les approches précédentes : l'optimisation y apparaît comme instrument d'une démarche exploratoire (ou analytique) et pas seulement comme instrument d'une démarche projective (ou normative). Cette dernière démarche n'est pas exclue pour autant, mais elle n'est pas la seule.

Le choix des critères c pour lesquels on cherche à déterminer les occurrences optimales $\underline{w}_{c,d}$ peut relever de considérations diverses que l'on classera, d'une part selon la démarche, analytique ou normative, d'autre part selon le mode de spécification, intrinsèque ou modulée. La spécification intrinsèque d'un critère c n'introduit aucune donnée numérique nouvelle en ce sens que c est fonction explicite de R . Les exemples de base de tels critères sont ceux constitués par les fonctions coordonnées sur l'espace fondamental $W = \prod_{h \in H} W_h$:

$$(2.2.4) \quad c(w) = \varepsilon w_{h_*} \quad (w \in W) \quad \text{où } h_* \in H \text{ et } \varepsilon = \pm 1 \text{ sont fixés.}$$

Au contraire, la spécification modulée d'un critère réclame que soient introduites des données numériques supplémentaires. Les exemples de base sont les critères linéaires généraux sur l'espace fondamental $W = \prod_{h \in H} W_h$:

$$(2.2.5) \quad c(w) = \sum_{h \in H} c_h w_h \quad (w \in W).$$

Les coefficients c_h ($h \in H$) constituent alors des données numériques supplémentaires. Cela étant, les quatre situations se présentent, correspondant au croisement des deux démarches et des deux modes de spécification : la spécification intrinsèque est souvent associée à une démarche analytique et la spécification modulée à une démarche normative [les coefficients c_h ($h \in H$), dans le cas linéaire, exprimant l'objectif] . Cependant, les deux autres associations peuvent intervenir : par exemple, l'utilisation de critères de spécifications modulée au voisinage d'un critère de spécification intrinsèque pour affiner une étude de sensibilité ⁽¹⁷⁾ .

⁽¹⁷⁾ voir les alinéas 5.2.b, 5.2.e, 7.2.b et 7.2.c

§ 2.3. STRUCTURES PIVOTALES ET RÉALISATIONS ASSOCIÉES

a) Orientation; échelle temporelle. Particularisant les concepts introduits au § 2.2, on définit dans ce paragraphe diverses classes de réalisations qui incluent la représentation du déroulement temporel dans la ligne de la théorie du contrôle, tout en restant au niveau abstrait de la spécification de formes fonctionnelles générales.

Les formes fonctionnelles envisagées, qui sont appelées structures pivotales, sont sous-jacentes aux réalisations des modèles qui sont construits comme systèmes dynamiques à temps discrets, les structures pivotales formalisant les mécanismes instantanés de fonctionnement et d'évolution. En particulier, ce mode de construction "à partir d'un pivot" est commun aux réalisations catégoriques des modèles économétriques et aux réalisations sous-déterminées des modèles de prospective libre que l'on a en vue ⁽¹⁾.

Après la définition des structures (alinéa 2.3.b), on étudie leurs modes de contrôle (alinéa 2.3.c), puis les réalisations qui leur sont associées, évolutives (alinéa 2.3.c) et statiques (alinéa 2.3.d).

Le phénomène économique global auquel on s'intéresse ⁽²⁾ va être analysé en termes de théorie du contrôle, le déroulement temporel étant représenté au moyen d'un paramètre discret repérant une succession de périodes élémentaires de même durée fixée ⁽³⁾. Ce paramètre temporel t décrit ainsi un intervalle $T = \{t_0, \dots, t_1\}$ (avec $t_0 \leq t_1$) de l'ensemble \mathbb{N} des entiers naturels, chaque $t \in T$ repérant une période élémentaire, en particulier t_0 (resp. t_1) repérant la période initiale (resp. finale). L'intervalle T sera appelé échelle temporelle; il représente la période totale envisagée. Sauf mention du contraire, T est fixé dans la suite de ce paragraphe. On désignera par T_0 l'intervalle $\{t_0, \dots, t_1 - 1\}$ et par n_T le nombre de périodes élémentaires constituant la période totale (i.e. $n_T = t_1 - t_0 + 1$).

⁽¹⁾ § 1.3. et alinéa 2.1.c ⁽²⁾ § 1.2. et alinéa 2.1.b.

⁽³⁾ un an par exemple; voir aussi l'alinéa 3.2.a.

Les structures vont être construites, tant en ce qui concerne l'appareil descripteur des divers types de variables (de stock ou de fonctionnement, circonstanciels ou décisionnelles) que la représentation des mécanismes, avec des éléments intemporels, la dépendance vis-à-vis du temps étant prise en compte en indexant par ce dernier les diverses variables ⁽⁴⁾.

b) Structures pivotales. Formellement, on appellera structure pivotale un multiplet,

$$(2.3.1) \quad P = (B, K, Y, X; \Phi, \xi, \eta),$$

tel que :

* B, K, Y, X sont des espaces standard, Y étant un espace produit de la forme,

$$(2.3.2) \quad Y = \prod_{h \in H} Y_h^{m_h},$$

où, H étant un ensemble fini, m_h est un entier > 0 et Y_h est un espace facteur de $B \times K \times X$, pour chaque $h \in H$; le quadruplet (B, K, Y, X) est appelé descripteur de P ;

* $\Phi : (b, k, y) \rightarrow \Phi(b, k, y)$ est une application multivoque de $B \times K \times Y$ dans X ⁽⁵⁾ appelée extension de P ;

* $\xi : (k, x) \rightarrow \xi(k, x)$ est une application de $K \times X$ dans K appelée fonction d'évolution de P ;

* $\eta : (b, k, y, x) \rightarrow \eta(b, k, y, x)$ est l'application de $B \times K \times Y \times X$ dans Y , appelée fonction de mémorisation de P , qui est définie par,

$$(2.3.3) \quad \hat{y}_{h,1} = \Pi_{Y_h}(b, k, x) \text{ et } \hat{y}_{h,m+1} = y_{h,m} \quad (h \in H, 1 \leq m \leq m_{h-1}),$$

⁽⁴⁾ voir l'alinéa 2.3.c

⁽⁵⁾ autrement dit (voir [8], chapitre 2, §1, page 21) une application de $B \times K \times Y$ dans l'ensemble des parties de X ; ainsi $\Phi(b, k, y)$ est un sous-ensemble de X pour chaque $b \in B, k \in K, y \in Y$.

avec,

$$(2.3.4) \quad y = ((y_{h,m})_{1 \leq m \leq m_h})_{h \in H} \quad \text{et} \quad \eta(b,k,y,x) = ((\hat{y}_{h,m})_{1 \leq m \leq m_h})_{h \in H} \\ (b \in B, k \in K, y \in Y, x \in X).$$

A la structure P est associée canoniquement la réalisation,

$$(2.3.5) \quad R_{\#}[P] = (W_{\#}, D_{\#}; V_{\#}) ,$$

définie en posant,

$$(2.3.6) \quad W_{\#} = B \times K \times Y \times X , \quad D_{\#} = B \times K \times Y ,$$

et en désignant par $V_{\#}$ l'ensemble des $(b,k,y,x) \in W_{\#}$ tels que,

$$(2.3.7) \quad x \in \Phi(b,k,y) ,$$

cette relation étant appelée contrainte fondamentale de P . On dira que $R_{\#}[P]$ est la réalisation instantanée associée à P .

De plus, on dira que P est une structure pivotale primaire si l'espace Y est réduit à $\{0\}$. La spécification de P est alors équivalente à celle du multiplét $(B,K,X;\Phi,\xi)$ où Φ est seulement une application multivoque de $B \times K$ dans X .

Les objets mathématiques précédents sont introduits pour recevoir les interprétations en termes économiques indiquées ci-après.

Les espaces standards B,K,Y,X sont caractéristiques, via les nomenclatures qui les définissent ⁽⁶⁾, du mode de description retenu pour appréhender le phénomène économique ⁽⁷⁾ pendant une période élémentaire générique qui sera dite période type ⁽⁸⁾ :

* chaque élément b de B représente (la description d') un lot de déterminants exogènes (techniques ou circonstanciels), de circonstances,

⁽⁶⁾ alinéa 2.2.a

⁽⁷⁾ alinéa 2.1.b

⁽⁸⁾ alinéa 2.3.a; voir aussi l'alinéa 3.2.a.

pendant la période type (territoire, ressources, caractéristiques des techniques disponibles, environnement économique extérieur, etc); ces déterminants sont toujours considérés comme des données ⁽⁹⁾;

* chaque élément k de K représente (la description d') un état des stocks et du capital au début de la période type (patrimoine naturel, installations, stocks de matières ou d'énergie, encours financiers, etc);

* chaque élément x de X représente (la description d') un mode de fonctionnement intégré sur la durée de la période type; le fonctionnement inclut tant les éléments physiques (niveaux d'activités, flux divers), que monétaires (prix, flux monétaires) ou décisionnels (décisions d'investissements par exemple);

* chaque élément y de Y représente (la description d') un corpus d'informations, disponibles pendant la période type, concernant le passé du système et résultant de la mémorisation, totale ou partielle, des déterminants exogènes, des états des stocks et du capital, des modes de fonctionnement pendant les périodes élémentaires antérieures [d'où la forme (2.3.2) de l'espace Y].

Les applications Φ, ξ, η représentent le corpus d'idées théoriques retenues en ce qui concerne les mécanismes du phénomène économique envisagé :

* les éléments du sous-ensemble $\Phi(b, k, y)$ de X représentent les modes de fonctionnement compatibles, pendant la période type, avec le lot de déterminants exogènes, de circonstances, b , l'état des stocks et du capital k , le corpus d'informations y sur le passé; dans ce sens, la contrainte fondamentale (2.3.7) équivaut, sous forme réduite relativement à (b, k, y) qui sont des données instantanées, à la conjonction logique des contraintes structurelles qui expriment les mécanismes régissant le fonctionnement pendant la période type ⁽¹⁰⁾; cette interprétation de la fonction Φ et de la contrainte (2.3.7) est à rapprocher de celle de la réalisation instantanée $R_{\#}[P]$, l'extension $V_{\#}$ correspondant à cette contrainte et le mode de délimitation $D_{\#}$ [relation (2.3.6)] à la fixation "instantanée" de b, k, y ⁽⁹⁾;

* l'élément $\xi(k, x)$ de K détermine, au moins si $x \in \Phi(b, k, y)$, l'état des stocks et du capital au début de la période élémentaire suivant la pé-

⁽⁹⁾ voir l'alinéa 2.3.c

⁽¹⁰⁾ voir les § 3.4, 4.2, 4.3, 5.1

riode type, lorsque cet état est représenté par k au début de la période type et après le fonctionnement (représenté par) x pendant cette période; la fonction ξ exprime ainsi le mécanisme d'auto-modification du système; on souligne à ce sujet que le mode de fonctionnement x pendant la période type inclut toutes les décisions prises pendant cette période (en particulier celles concernant l'auto-modification); on note aussi que $\xi(k,x)$ est supposé ne dépendre de b et de y que via x et la contrainte fondamentale (2.3.7);

* l'élément $\eta(b,k,y,x)$ de Y détermine le corpus d'information disponible pendant la période élémentaire suivant la période type, lorsque, pendant cette dernière, la situation totale du système correspond aux éléments b,k,y,x ; la fonction η exprime ainsi, via les relations (2.3.3) et (2.3.4), le mécanisme de mémorisation de l'information d'une période élémentaire sur l'autre; par exemple, désignant par X_1 un espace facteur de X , une mémorisation limitée à la composante dans X_1 du mode de fonctionnement x pendant la période précédente correspond à,

$$(2.3.8) \quad Y = X_1$$

$$(2.3.9) \quad \eta(b,k,y,x) = \Pi_{X_1}(x) \quad (b \in B, k \in K, y \in Y, x \in X).$$

On souligne le caractère intemporel déjà mentionné ⁽¹¹⁾ des constituants de la structure pivotale : elle joue un rôle d'invariant, de pivot invariant, dans la représentation du processus évolutif en cause que vont formaliser les réalisations évolutives associées à P . ⁽⁹⁾.

c) Contrôle des structures pivotales; réalisations évolutives. Soit $P = (B,K,Y,X;\phi,\xi,\eta)$ une structure pivotale. On appellera mode de contrôle de P tout espace facteur U de X ; on appellera commandes les éléments de U . Si $U = \{0\}$, le mode de contrôle U sera dit minimal.

Pour chaque mode de contrôle U de P , on pose,

⁽¹¹⁾ alinéa 2.3.a

$$\begin{aligned}
 (2.3.10) \quad \Phi_U(b,k,y,u) &= \Phi(b,k,y) \cap \Pi_U^{-1}(u) \\
 &= \{x \in X \mid x \in \Phi(b,k,y) \text{ et } \Pi_U(x) = u\} \\
 &\quad (b \in B, k \in K, y \in Y, x \in X),
 \end{aligned}$$

et on désigne par $\Sigma[P,U]$ le sous-ensemble de $B \times K \times Y \times U$ formé des $(b,k,y,u) \in B \times K \times Y \times U$ tels que

$$(2.3.11) \quad \Phi_U(b,k,y,u) \neq \emptyset.$$

Cet ensemble sera appelé le socle de P dans le mode de contrôle U .

On dira que le mode de contrôle U est catégorique pour la structure pivotale P si, pour tout $(b,k,y,u) \in \Sigma[P,U]$, $\Phi_U(b,k,y,u)$ est réduit à un élément qui sera noté $\phi_U(b,k,y,u)$. On dira que la structure pivotale P est sous-déterminée, dans le mode de contrôle U , en $(b,k,y,u) \in \Sigma[P,U]$ si $\Phi_U(b,k,y,u)$ possède plus d'un élément. On dira que P est sous-déterminée dans le mode de contrôle U si P est sous-déterminée en tout point de $\Sigma[P,U]$, sauf peut-être en certains points exceptionnels.

On dira qu'un mode de contrôle U' de P est plus déterminant que le mode de contrôle U de P si U est un facteur de U' .

A la structure pivotale P et au mode de contrôle U de P sont associées canoniquement les deux réalisations,

$$(2.3.12) \quad R_{\#}[P,U] = (W_{\#}, D_{\#}[U]; V_{\#}) \text{ et } R_T[P,U] = (W_T, D_T[U]; V_T),$$

la seconde étant relative à l'échelle temporelle T ⁽¹²⁾. Pour cela l'espace standard $W_{\#}$ étant défini par (2.3.6), on pose d'abord,

$$(2.3.13) \quad W_T = W_{\#}^T \quad (13),$$

ce qui définit W_T comme l'ensemble des multiplats,

⁽¹²⁾ alinéa 2.3.a

⁽¹³⁾ E^T désigne l'ensemble des familles, ou multiplats, $(e^t)_{t \in T}$ d'éléments de l'ensemble E .

$$(2.3.14) \quad w = (b^t, k^t, y^t, x^t)_{t \in T} \quad \text{avec } b^t \in B, k^t \in K, y^t \in Y, x^t \in X \quad (t \in T) ;$$

puis on pose,

$$(2.3.15) \quad D_{\#}[U] = B \times K \times Y \times U \quad \text{et} \quad D_T[U] = K \times Y \times (B \times U)^T \quad (13) ,$$

l'espace $D_T[U]$ étant situé, comme espace facteur de W_T , en spécifiant que la projection $\Pi_{D_T[U]}$ de W_T sur $D_T[U]$ vérifie,

$$(2.3.16) \quad \Pi_{D_T[U]}(w) = (k^t, y^t, (b^t, \Pi_U(x^t)))_{t \in T}$$

pour w mis sous la forme (2.3.14).

On définit ensuite $V_{\#}$ comme précédemment ⁽¹⁴⁾ par la contrainte fondamentale (2.3.7). On désigne enfin par V_T le sous-ensemble de W_T formé des éléments w de W_T qui, mis sous la forme (2.3.14), vérifient :

$$(2.3.17) \quad x^t \in \phi(b^t, k^t, y^t) \quad (t \in T) ,$$

$$(2.3.18) \quad k^{t+1} = \xi(k^t, x^t) \quad (t \in T_0) ,$$

$$(2.3.19) \quad y^{t+1} = \eta(b^t, k^t, y^t, x^t) \quad (t \in T_0) .$$

On dira que $R_T[P, U]$ (resp. $R_{\#}[P, U]$) est la réalisation évolutive d'échelle temporelle T (resp. la réalisation instantanée) associée à la structure pivotale P et au mode de contrôle U . La réalisation $R_{\#}[P, \{0\}]$ correspondant au mode de contrôle minimal coïncide avec la réalisation instantanée $R_{\#}[P]$ associée à P ⁽¹⁴⁾. De façon analogue, la réalisation $R_T[P, \{0\}]$ sera désignée par $R_T[P]$ et appelée réalisation évolutive d'échelle temporelle T associée à P .

La mise en oeuvre d'un modèle basé sur la structure pivotale P consiste, entre autres ⁽¹⁵⁾, en l'utilisation, via les études exploratoires ⁽¹⁶⁾, des

⁽¹⁴⁾ alinéa 2.3.b.

⁽¹⁵⁾ voir les alinéas 2.3.d, 2.4.b, 2.4.c, 2.4.e.

⁽¹⁶⁾ alinéa 2.2.c.

réalisations instantanées ou évolutives associées à P et à divers modes de contrôle U . On discute ci-après l'interprétation des jeux de données d et de leurs extensions $R(d)$ ⁽¹⁶⁾ pour chacune de ces réalisations $R = (W, D; V)$.

On souligne d'abord que, vu la signification du mode de délimitation d'une réalisation ⁽¹⁷⁾, il apparaît sur (2.3.15) et (2.3.16) que choisir un mode de contrôle U revient à spécifier quelles sont les coordonnées du mode de fonctionnement ⁽¹⁴⁾ qui sont considérées comme exogènes dans les études exploratoires relatives aux réalisations $R_{\#}[P, U]$ et $R_T[P, U]$. Les interprétations de ces variables exogènes peuvent être diverses : elles représentent souvent des décisions concernant le mode de fonctionnement ⁽¹⁸⁾ et correspondent alors à une liberté de choix effective (d'où la dénomination de "commandes" pour les éléments de U); elles peuvent aussi représenter des conditions exogènes circonstancielles de façon analogue aux variables correspondant au facteur B qui, elles, sont toujours exogènes.

Cela étant, en ce qui concerne la réalisation instantanée $R = R_{\#}[P, U]$, chaque occurrence $w = (b, k, y, x)$ représente un régime instantané du système, y compris le lot de circonstances b et l'état (k, y) ; un jeu de données est alors un quadruplet $d = (b, k, y, u)$ et l'extension $R(d)$ coïncide avec l'ensemble des régimes $w = (b, k, y, x)$ compatibles avec ce jeu de données, c'est-à-dire tels que $x \in \Phi_U(b, k, y, u)$. Les études d'extension correspondantes sont ainsi marquées par la rigidité qui tient au fait que l'état (k, y) est exogène : les réalisations statiques ⁽¹⁹⁾ permettent plus de souplesse à ce sujet.

En ce qui concerne la réalisation évolutive $R = R_T[P, U]$, chaque occurrence w , mise sous la forme (2.3.14), représente un cheminement constitué d'une suite de régimes correspondant aux périodes élémentaires successives; un jeu de données est alors un multipléte,

⁽¹⁷⁾ alinéa 2.2.b.

⁽¹⁸⁾ décisions concernant les niveaux d'activités ou d'investissements, les prix, les opérations monétaires et financières; voir les alinéas 3.3.a, 3.3.b et 4.2.a.

⁽¹⁹⁾ voir l'alinéa 2.3.d.

$$(2.3.20) \quad d = (k_0, y_0, (\underline{b}^t, \underline{u}^t)_{t \in T}) \text{ avec } k_0 \in K, y_0 \in Y, \underline{b}^t \in B, \underline{u}^t \in U \quad (t \in T),$$

et l'extension $R(d)$ est, d'après (2.3.16), l'ensemble des cheminements $w \in V_T$ qui, mis sous la forme (2.3.14), vérifient, outre (2.3.17)-(2.3.19), les relations,

$$(2.3.21) \quad k^0 = k_0, \quad y^0 = y_0$$

$$(2.3.22) \quad \underline{b}^t = \underline{b}^t, \quad \Pi_U(x^t) = \underline{u}^t \quad (t \in T).$$

Les relations (2.3.17)-(2.3.19) expriment que le cheminement w est compatible avec les mécanismes que représente la structure pivotale P ; la relation (2.3.21) est une condition initiale qui fait apparaître la donnée (k_0, y_0) comme un état initial; enfin la relation (2.3.22) ne fait qu'explicitier le caractère exogène de l'évolution des circonstances $(\underline{b}^t)_{t \in T}$ et de l'évolution des commandes $(\Pi_U(x^t))_{t \in T}$, la donnée $(\underline{u}^t)_{t \in T}$ représentant une politique lorsque les éléments de U sont interprétés en termes décisionnels.

Les études exploratoires concernant les réalisations $R_T[P, U]$ seront dites études évolutives (relatives à P). Dans ces études, les modes de contrôle et les critères peuvent être très divers, en particulier ces derniers peuvent ne concerner que le régime final $(\underline{b}^{t_1}, k^{t_1}, y^{t_1}, x^{t_1})$ du cheminement $(^{20})$. Par ailleurs, les études évolutives de sensibilité peuvent couvrir les problèmes de stabilité des cheminements en cause.

On note que la réalisation instantanée $R_{\#}[P, U]$ est catégorique si et seulement si le mode contrôle U est catégorique pour la structure P et que, dans ce cas, la réalisation évolutive $R_T[P, U]$ est aussi catégorique $(^{21})$. La problématique de cette réalisation recouvre alors celle de la théorie du contrôle déterministe à temps discret $(^{22})$ avec une dynamique fournie par la structure pivotale P ; on parle alors de modèle dynamique $(^{23})$.

$(^{20})$ voir l'alinéa 7.2.c

$(^{21})$ démonstration sans difficulté par récurrence sur $t \in T$.

$(^{22})$ voir par exemple [40] (chapitre 6), [96] (chapitre 4) ou [41].

$(^{23})$ les modèles économétriques dynamiques rentrent dans ce cadre; voir les alinéas 2.4.e. et 5.3.d.

Lorsque P est sous-déterminée dans le mode de contrôle U , les études exploratoires relatives à la réalisation $R_T[P,U]$ apparaissent comme une généralisation sous-déterminée de la théorie du contrôle; on parlera alors de modèle de cheminement.

d) Réalisations statiques. Soient $P = (B,K,Y,X;\Phi,\xi,\eta)$ une structure pivotale et U un mode de contrôle de P . On appellera réalisation statique, relative à P et à U , toute réalisation R_1 de la forme,

$$(2.3.23) \quad R_1 = (W_{\#}, D_1[U]; V_1),$$

où $W_{\#}$ et $D_1[U]$ sont définis respectivement par (2.3.6) et par,

$$(2.3.24) \quad D_1[U] = B \times U,$$

tandis que V_1 est tel que,

$$(2.3.25) \quad V_1 \subset V_{\#},$$

$V_{\#}$ étant défini comme précédemment ⁽²⁴⁾ par la contrainte fondamentale (2.3.7). Ainsi, les réalisations statiques relatives à P et à U sont des élaborations simples ⁽²⁵⁾ de la réalisation statique minimale,

$$(2.3.26) \quad R_1[P,U] = (W_{\#}, D_1[U]; V_{\#}).$$

On souligne que la réalisation instantanée $R_{\#}[P,U]$ n'est pas en général une réalisation statique relative à P et à U à cause de son mode de délimitation $D_{\#}[U]$, qui est plus déterminant que $D_1[U]$ puisque l'état (k,y) est exogène dans ce dernier. A l'inverse, la réalisation statique minimale $R_1[P,U]$ est en général trop sous-déterminée en ce qui concerne l'état.

Cela étant, on appellera indicateur d'évolution, relatif à P , toute application multivoque de $K \times Y \times X$ dans $K \times Y$. Si ω est une telle application, on définit une réalisation statique relative à P et à U en

⁽²⁴⁾ alinéa 2.3.b

⁽²⁵⁾ alinéa 2.4.b

posant,

$$(2.3.27) \quad R_1[P,U,\omega] = (W_{\#}, D_1[U] ; V_{\#}[\omega]) ,$$

où $V_{\#}[\omega]$ est le sous-ensemble de $V_{\#}$ formé des éléments (b,k,y,x) de $V_{\#}$ vérifiant la contrainte d'évolution,

$$(2.3.28) \quad (k,y) \in \omega(\xi(k,x), \eta(b,k,y,x), x) .$$

On dira que $R_1[P,U,\omega]$ est la réalisation statique, relative à P et à U, associée à (l'indicateur d'évolution) ω . On dira qu'une réalisation statique $R_1 = (W_{\#}, D_1[U]; V_1)$, relative à P et à U, est subordonnée à (l'indicateur d'évolution) ω si on a,

$$(2.3.29) \quad V_1 \subset V_{\#}[\omega] ,$$

autrement dit si, en plus de (2.3.7), (2.3.28) est vérifiée pour tout (b,k,y,x) appartenant à V_1 .

L'interprétation des réalisations statiques relatives à P et à U réclame des précautions particulières car, plutôt que des représentations directes du phénomène économique, ces réalisations sont des outils pour l'étude locale dans le temps de la réalisation évolutive associée à P et au mode de contrôle U. Au contraire de cette réalisation, qui comporte une représentation explicite du déroulement temporel sous-jacent au phénomène économique, les réalisations statiques ne représentent ce déroulement que par certaines contraintes qui conditionnent, de façon différentielle, le profil instantané du changement. La relation (2.3.28) est une expression de telles contraintes; elle peut être considérée comme stipulant des comportements évolutifs du système économique via l'indicateur d'évolution ω : la relation,

$$(2.3.30) \quad (k,y) \in \omega(\hat{k}, \hat{y}, x) ,$$

dont (2.3.28) découle avec $\xi(k,x)$ mis pour \hat{k} et $\eta(b,k,y,x)$ mis pour \hat{y} , exprime un lien entre l'état (k,y) du système au début de la période type et l'état (\hat{k}, \hat{y}) au début de la période suivante, cela conditionnellement au mode de fonctionnement x pendant la période type. Des spécifications convenables de ω permettent ainsi d'exprimer divers types de croissance ou de redéploiement.

ment ⁽²⁶⁾. Un cas standard est celui où l'application ω se décompose conformément à la relation,

$$(2.3.31) \quad \omega(\hat{k}, \hat{y}) = \omega_1(\hat{k}) \times \omega_2(\hat{y}) \quad (\hat{k} \in K, \hat{y} \in Y) ,$$

ω_1 (resp. ω_2) étant une application multivoque de K (resp. de Y) dans lui-même. Les exemples suivants rentrent dans ce cas.

Un premier exemple est fourni par l'indicateur identité ω_0 défini par,

$$(2.3.32) \quad \omega_0(\hat{k}, \hat{y}) = (\hat{k}, \hat{y}) \quad (\hat{k} \in K, \hat{y} \in Y) .$$

L'ensemble $V_{\#}[\omega_0]$ est alors constitué des régimes stationnaires, c'est-à-dire des régimes $(b, k, y, x) \in W_{\#}$ vérifiant, outre (2.3.7) ,

$$(2.3.33) \quad k = \xi(k, x) ,$$

$$(2.3.34) \quad y = \eta(b, k, y, x) .$$

On note que, si (b, k, y, x) est un tel régime, le cheminement "stationnaire" $w = (b^t, k^t, y^t, x^t)_{t \in T}$ défini par ,

$$(2.3.35) \quad b^t = b , \quad k^t = k , \quad y^t = y , \quad x^t = x \quad (t \in T) ,$$

est compatible, relativement à la réalisation $R_T[P, U]$, avec le jeu de données $d = (k, y, (b^t, \Pi_U(x^t))_{t \in T})$.

Un second exemple est fourni par l'indicateur constant ω_c défini par,

$$(2.3.36) \quad \omega_c(\hat{k}, \hat{y}) = (\underline{k}, \underline{y}) \quad (\hat{k} \in K, \hat{y} \in Y) ,$$

où \underline{k} et \underline{y} sont des éléments donnés de K et Y respectivement. Les études exploratoires relatives aux réalisations $R_1[P, U, \omega_c]$, pour diverses spécifications de $(\underline{k}, \underline{y}) \in K \times Y$ aussi bien que de $(b, u) \in D_1[U]$, équivalent à celles relatives à la réalisation instantanée $R_{\#}[P, U]$.

Les études exploratoires concernant les réalisations statiques relatives à P seront dites études statiques (relatives à P). D'après ce qui précède, les études exploratoires concernant les réalisations instantanées associées à P équivalent à des études statiques.

⁽²⁶⁾ voir les alinéas 5.2.b et 7.2.b-7.2.d.

On note que, sauf dans le cas de l'indicateur constant $\omega = \omega_c$, la réalisation statique $R_1[P, U, \omega]$ n'est en général pas catégorique, contrairement à la réalisation évolutive $R_T[P, U]$ ⁽²⁷⁾, lorsque le mode de contrôle U est catégorique pour la structure P . Cela tient à ce que la contrainte d'évolution (2.3.28) ne suffit pas, en général et même si ω est une fonction univoque, à déterminer l'état (k, y) lorsque $(b, u) \in D_1[U]$ est donné : une élaboration pure de $R_1[P, U, \omega]$ ⁽²⁸⁾ est nécessaire pour cela.

⁽²⁷⁾ alinéa 2.3.c.

⁽²⁸⁾ voir les alinéas 2.4.b, 2.4.c, 2.4.d.

§ 2.4. COMPARAISONS, ÉLABORATIONS, IDENTIFICATIONS DE STRUCTURES

a) Préliminaire : hiérarchies de structures pivotales acceptables. Relativement à un ensemble humain que l'on se propose d'étudier au moyen d'un modèle, on dira qu'une structure pivotale P est acceptable (ou encore que le système de contraintes correspondant est acceptable) si le cadre formel qu'elle constitue permet de prendre en compte, par un choix convenable du mode de contrôle et des jeux de données, les divers aspects, descriptifs ou théoriques, du phénomène économique à représenter, cela de telle sorte que les résultats des études exploratoires relatives aux diverses réalisations (statiques ou évolutives) associées à P puissent être raisonnablement considérées comme valables. On envisagera aussi des structures pivotales acceptables avec restrictions, par exemple seulement pour les études relatives aux réalisations statiques. Ce concept, bien qu'informel, permet de fixer les idées dans les discussions générales, concernant la validité des modèles, du type de celle qui suit ⁽¹⁾.

Les structures pivotales correspondant aux modèles économiques globaux auxquels on s'intéresse ici ⁽²⁾ sont généralement construites par élaborations successives. Dans les modèles macroéconomiques empiriques ⁽³⁾, seule la structure pivotale finale, avec son mode de contrôle catégorique ⁽⁴⁾, peut être considérée comme acceptable, le caractère catégorique étant essentiel à cause du mode d'identification empirique qui fait que les structures pivotales intermédiaires, sous-déterminées, ne sont guère acceptables. Au contraire, pour les modèles de prospective libre que l'on a en vue, on se propose de mettre en place, pour chaque situation à modéliser, une hiérarchie de structures pivotales de plus en plus déterminées, les élaborations successives étant réalisées de telle sorte que toutes les structures de la hiérarchie soient acceptables permettant ainsi des comparaisons de structures : en bas de la hiérarchie se situent les structures primaires qui représentent la base physique du processus économique; après quoi les élaborations successives introduisent progressivement des contraintes supplémentaires, organisa-

⁽¹⁾ voir aussi par exemple les alinéas 3.4.f et 5.2.a.

⁽²⁾ § 1.2 et 1.3, alinéas 2.1.b, 2.1.c, 2.3.a.

⁽³⁾ voir l'alinéa 5.3.d.

⁽⁴⁾ alinéa 2.3.c.

tionnelles ou comportementales, de plus en plus contingentes.

On précise ci-après, au niveau des concepts généraux qui est celui de ce chapitre, les notions mentionnées ci-dessus : comparaisons et élaborations de réalisations (alinéa 2.4.b) et de structures pivotales (alinéa 2.4.c), contraintes supplémentaires (alinéa 2.4.d), identifications de structures (alinéa 2.4.e). Ces notions seront ensuite illustrées par l'utilisation systématique qui en est faite au chapitre 5.

b) Comparaisons et élaborations de réalisations. Lorsque deux réalisations $R = (W, D; V)$ et $\tilde{R} = (\tilde{W}, \tilde{D}; \tilde{V})$ correspondent à un même phénomène mais à deux niveaux de description ou d'analyse différents, le second étant par exemple plus complet que le premier, il existe entre ces réalisations des relations de cohérence. Ces relations peuvent se traduire, d'abord sur le plan de la description, par la donnée, l'explicitation, d'applications surjectives ϕ_W et ϕ_D , respectivement de \tilde{W} sur W et de \tilde{D} sur D , telles que,

$$(2.4.1) \quad \phi_D \circ \pi_{\tilde{D}} = \pi_D \circ \phi_W \quad (5),$$

c'est-à-dire telles que le diagramme,

$$(2.4.2) \quad \begin{array}{ccc} \tilde{W} & \xrightarrow{\pi_{\tilde{D}}} & \tilde{D} \\ \downarrow \phi_W & & \downarrow \phi_D \\ W & \xrightarrow{\pi_D} & D \end{array}$$

soit commutatif ⁽⁶⁾. Lorsque (2.4.1) a lieu, on dira que le couple (ϕ_W, ϕ_D) est une condensation de \tilde{R} en R et que \tilde{R} est comparable à R via la condensation (ϕ_W, ϕ_D) , ou encore avec ϕ_W et ϕ_D comme fonctions de condensation.

⁽⁵⁾ $\pi_{\tilde{D}}$ (resp. π_D) désigne la projection de \tilde{W} sur \tilde{D} (resp. de W sur D);
alinéa 2.2.a.

⁽⁶⁾ on note que cette propriété définit ϕ_D de façon unique en fonction de ϕ_W .

On dira que \tilde{R} est une élaboration, ou résulte d'une élaboration, de R basée sur la condensation (ϕ_W, ϕ_D) si, en plus de (2.4.1) on a,

$$(2.4.3) \quad \phi_W(\tilde{V}) \subset V .$$

On a alors, d'après (2.2.1) et (2.4.1) ,

$$(2.4.4) \quad \phi_W(\tilde{R}(\tilde{d})) \subset R(\phi_D(\tilde{d})) \quad (\tilde{d} \in \tilde{D}) .$$

On dira, de plus, que (ϕ_W, ϕ_D) est une condensation pure si W (resp. D) est un espace facteur de \tilde{W} (resp. \tilde{D}) et si ϕ_W (resp. ϕ_D) est la projection de \tilde{W} sur W (resp. de \tilde{D} sur D). Dans ce cas, lorsque (2.4.3) a lieu, on dira que \tilde{R} est une élaboration pure de R . Un cas particulier important d'élaboration pure est celui où \tilde{W} (resp. \tilde{D}) coïncide avec W (resp. D) [ϕ_W (resp. ϕ_D) étant l'application identique de W (resp. D)] .

On dira dans ce cas que $\tilde{R} = (W, D; \tilde{V})$ est une élaboration simple de $R = (W, D; V)$. D'après (2.4.3), cela équivaut à ce que $\tilde{V} \subset V$. En particulier \tilde{R} est alors catégorique dès que R l'est.

L'interprétation de ces notions va de soi : l'élaboration d'une réalisation peut résulter, soit de celle du descripteur en passant d'un niveau de description à un niveau plus complet, la compatibilité des conditions exogènes aux deux niveaux étant exprimée par (2.4.1), soit de l'adjonction, à la contrainte fondamentale de R , de contraintes supplémentaires dont l'expression réclame éventuellement l'élaboration préalable du descripteur, ce qui s'exprime sous forme réduite, en extension, par l'inclusion stricte dans (2.4.3). Par contre, l'égalité dans (2.4.3), i.e.,

$$(2.4.5) \quad \phi_W(\tilde{V}) = V ,$$

exprime l'absence de telles contraintes ou leur redondance. Lorsque cette dernière relation est vérifiée, on dira que \tilde{R} est une élaboration formelle de R .

On souligne la diversité des types de condensations possibles : lorsque l'élaboration réside seulement dans l'adjonction de contraintes, les fonctions de condensation sont en général explicites, canoniques, en termes des nomenclatures définissant les espaces standard en cause, le cas typique étant celui des condensations pures; par contre, lorsque l'élaboration inclut

l'adjonction de détails, les fonctions de condensation comportent en général un certain arbitraire numérique, c'est-à-dire constituent des données supplémentaires ⁽⁷⁾.

Lorsque \tilde{R} est comparable à R via la condensation (ϕ_W, ϕ_D) , ces réalisations peuvent donner lieu à des études exploratoires comparées : ces études consistent en la comparaison des études exploratoires relatives aux réalisations R et \tilde{R} ⁽⁸⁾, cela pour des jeux de données $d \in D$ et $\tilde{d} \in \tilde{D}$ qui se correspondent convenablement, une correspondance naturelle étant,

$$(2.4.6) \quad d = \phi_D(\tilde{d}) .$$

L'approche de ces études comparées par l'analyse multicritère réclame que les critères c et \tilde{c} retenus, respectivement relatifs à R et à \tilde{R} , se correspondent aussi convenablement, une correspondance naturelle étant,

$$(2.4.7) \quad c = \phi_W \circ \tilde{c} .$$

On note que ces études comparées ne réclament pas que \tilde{R} soit une élaboration de R , mais seulement que \tilde{R} soit comparable à R .

c) Comparaisons et élaborations de structures pivotales. On s'intéresse ici à une situation où deux structures pivotales,

$$(2.4.8) \quad P = (B, K, Y, X; \phi, \xi, \eta) \quad \text{et} \quad \tilde{P} = (\tilde{B}, \tilde{K}, \tilde{Y}, \tilde{X}; \tilde{\phi}, \tilde{\xi}, \tilde{\eta}),$$

représentent le même ensemble économique mais à deux niveaux de description ou d'analyse différents, le second étant par exemple plus élaboré, plus complet, que le premier. Plus précisément, on suppose qu'il existe entre les descripteurs (B, K, Y, X) et $(\tilde{B}, \tilde{K}, \tilde{Y}, \tilde{X})$ des relations de cohérence qui peuvent se traduire ⁽⁹⁾, au plan de la description, par la donnée, l'explicitation,

⁽⁷⁾ voir l'alinéa 2.4.c.

⁽⁸⁾ alinéa 2.2.c.

⁽⁹⁾ de façon analogue à l'alinéa 2.4.b.

d'applications surjectives $\phi_B, \phi_K, \phi_Y, \phi_X$, respectivement de \tilde{B} sur B , \tilde{K} sur K , \tilde{Y} sur Y , \tilde{X} sur X telles que,

$$(2.4.9) \quad \phi_K(\tilde{\xi}(\tilde{k}, \tilde{x})) = \xi(\phi_K(\tilde{k}), \phi_X(\tilde{x})) \quad \text{si } \tilde{x} \in \tilde{\Phi}(\tilde{b}, \tilde{k}, \tilde{y}) \\ (\tilde{b} \in \tilde{B}, \tilde{k} \in \tilde{K}, \tilde{y} \in \tilde{Y}, \tilde{x} \in \tilde{X}),$$

$$(2.4.10) \quad \phi_Y(\tilde{\eta}(\tilde{b}, \tilde{k}, \tilde{y}, \tilde{x})) = \eta(\phi_B(\tilde{b}), \phi_K(\tilde{k}), \phi_Y(\tilde{y}), \phi_X(\tilde{x})) \\ (\tilde{b} \in \tilde{B}, \tilde{k} \in \tilde{K}, \tilde{y} \in \tilde{Y}, \tilde{x} \in \tilde{X}),$$

la seconde de ces relations exprimant la cohérence des schémas de construction (2.3.2) de \tilde{Y} à partir de $(\tilde{B}, \tilde{K}, \tilde{X})$ et de Y à partir de (B, K, X) . Dans ces conditions, on dira que le quadruplet $\phi = (\phi_B, \phi_K, \phi_Y, \phi_X)$ est une condensation de \tilde{P} en P et que P est comparable à \tilde{P} via la condensation ϕ , ou encore avec $\phi_B, \phi_K, \phi_Y, \phi_X$ comme fonctions de condensation.

On dira que \tilde{P} est une élaboration de P basée sur la condensation ϕ si P est comparable à \tilde{P} via ϕ et si,

$$(2.4.11) \quad \phi_X(\tilde{\Phi}(\tilde{b}, \tilde{k}, \tilde{y})) \subset \Phi(\phi_B(\tilde{b}), \phi_K(\tilde{k}), \phi_Y(\tilde{y})) \quad (\tilde{b} \in \tilde{B}, \tilde{k} \in \tilde{K}, \tilde{y} \in \tilde{Y}).$$

On dira que ϕ est une condensation pure si B (resp. K, Y, X) est un espace facteur de \tilde{B} (resp. $\tilde{K}, \tilde{Y}, \tilde{X}$) et si l'application ϕ_B (resp. ϕ_K, ϕ_Y, ϕ_X) est la projection de \tilde{B} sur B (resp. \tilde{K} sur K , \tilde{Y} sur Y , \tilde{X} sur X). Dans ce cas, on dira que \tilde{P} est une élaboration pure de P lorsque (2.4.11) est vérifiée. En particulier, on dira que \tilde{P} est une élaboration simple de P si, de plus, ces structures ont le même descripteur (ϕ est alors l'identité) et sont de la forme,

$$(2.4.12) \quad P = (B, K, Y, X; \Phi, \xi, \eta), \quad \tilde{P} = (B, K, Y, X; \tilde{\Phi}, \xi, \eta),$$

avec,

$$(2.4.13) \quad \tilde{\Phi}(b, k, y) \subset \Phi(b, k, y) \quad (b \in B, k \in K, y \in Y).$$

Une inclusion stricte dans la relation (2.4.11) signifie que la structure pivotale \tilde{P} est plus déterminée que la structure P , en ce sens que la contrainte fondamentale $\tilde{x} \in \tilde{\Phi}(\tilde{b}, \tilde{k}, \tilde{y})$ de \tilde{P} résulte de la conjonction de la

contrainte fondamentale de P relevée dans \tilde{X} , $\phi_X(\tilde{x}) \in \Phi(\phi_B(\tilde{b}), \phi_K(\tilde{k}), \phi_Y(\tilde{y}))$, et de contraintes supplémentaires ⁽¹⁰⁾.

Au contraire, l'égalité dans (2.4.11), i.e. la relation,

$$(2.4.14) \quad \phi_X(\tilde{\Phi}(\tilde{b}, \tilde{k}, \tilde{y})) = \Phi(\phi_B(\tilde{b}), \phi_K(\tilde{k}), \phi_Y(\tilde{y})) \quad (\tilde{b} \in \tilde{B}, \tilde{k} \in \tilde{K}, \tilde{y} \in \tilde{Y}),$$

signifie que l'élaboration réside seulement dans une description plus complète à l'exclusion de l'adjonction de contraintes supplémentaires. On dira alors que \tilde{P} est une élaboration formelle de P .

Dans ce dernier cas, les fonctions de condensation peuvent comporter un certain arbitraire numérique, c'est-à-dire constituer des données supplémentaires ⁽¹¹⁾. A l'opposé, dans le cas d'une adjonction de contraintes sans modification du niveau de description, ces fonctions, si elles ne sont pas réduites à l'identité comme dans le cas de l'élaboration simple, sont souvent explicites, canoniques, en termes des nomenclatures des espaces standard en cause, le cas typique étant celui des condensations pures. Tous les cas intermédiaires sont évidemment possibles ⁽¹²⁾.

On note que les relations $\ll \tilde{P}$ est comparable à $P \gg$, et $\ll \tilde{P}$ est une élaboration (resp. une élaboration pure, une élaboration simple, une élaboration formelle) de $P \gg$ sont transitives et induisent la composition des condensations correspondantes.

Si \tilde{P} est comparable à P via la condensation $\phi = (\phi_B, \phi_K, \phi_Y, \phi_X)$, on dira que le mode de contrôle U de P est comparable au mode de contrôle \tilde{U} de \tilde{P} via la condensation ϕ s'il existe une application surjective ϕ_U de \tilde{U} sur U telle que,

$$(2.4.15) \quad \phi_U \circ \Pi_{\tilde{U}, \tilde{X}} = \Pi_{U, X} \circ \phi_X,$$

⁽¹⁰⁾ voir l'alinéa 2.4.d

⁽¹¹⁾ il en est ainsi dans le cas où le passage de \tilde{P} à P correspond à une agrégation parfaite; mais ce cas est exceptionnel et la problématique générale de l'agrégation ne rentre pas dans le cadre de la comparaison des structures introduit ici; voir l'alinéa 6.2.c à ce sujet.

⁽¹²⁾ voir par exemple, à l'alinéa 5.1.e, ce qui concerne la consolidation du descriptif.

cette relation déterminant alors ϕ_U de façon unique ⁽¹³⁾.

Dans ce cas, les réalisations $R_{\#}[\tilde{P}, \tilde{U}]$ et $R_T[\tilde{P}, \tilde{U}]$ ⁽¹⁴⁾ sont comparables aux réalisations $R_{\#}[P, U]$ et $R_T[P, U]$ respectivement, via les condensations $(\phi_{W_{\#}}, \phi_{D_{\#}}[U])$ et $(\phi_{W_T}, \phi_{D_T}[U])$ définies par,

$$(2.4.16) \quad \phi_{W_{\#}} = \phi_B \times \phi_K \times \phi_Y \times \phi_X, \quad \phi_{D_{\#}}[U] = \phi_B \times \phi_K \times \phi_Y \times \phi_U,$$

$$(2.4.17) \quad \phi_{W_T} = (\phi_B \times \phi_K \times \phi_Y \times \phi_X)^T, \quad \phi_{D_T}[U] = \phi_K \times \phi_Y \times (\phi_B \times \phi_U)^T \quad (15).$$

De même, chaque réalisation statique \tilde{R}_1 relative à \tilde{P} et à \tilde{U} ⁽¹⁶⁾ est comparable à chaque réalisation statique R_1 relative à P et à U , avec comme fonctions de condensations $\phi_{W_{\#}}$ et $D_1[U]$ définie par

$$(2.4.18) \quad D_1[U] = \phi_B \times \phi_U.$$

Les couples de réalisations comparables, $(R_{\#}[P, U], R_{\#}[\tilde{P}, \tilde{U}])$, $(R_T[P, U], R_T[\tilde{P}, \tilde{U}])$, (R_1, \tilde{R}_1) , peuvent alors donner lieu à des études exploratoires comparées ⁽¹⁷⁾ : comparaisons par modification du mode de contrôle (passage de U à \tilde{U}) et comparaisons par modification de structure (passage de P à \tilde{P}).

Si, de plus, \tilde{P} est une élaboration (resp. une élaboration pure, une élaboration simple, une élaboration formelle) de P , alors $R_{\#}[\tilde{P}, \tilde{U}]$ et $R_T[\tilde{P}, \tilde{U}]$ sont des élaborations (resp. des élaborations pures, des élaborations simples, des élaborations formelles) de $R_{\#}[P, U]$ et $R_T[P, U]$ respectivement ⁽¹⁷⁾. Des propriétés analogues ont aussi lieu pour le couple

⁽¹³⁾ cette situation généralise celle où, \tilde{P} coïncidant avec P , \tilde{U} est un mode de contrôle plus déterminant que U (alinéa 2.3.c).

⁽¹⁴⁾ alinéa 2.3.c.

⁽¹⁵⁾ si ϕ_h est une application de l'ensemble E_h dans l'ensemble F_h ($h = 1, 2$), on désigne par $\phi_1 \times \phi_2$ l'application $(e_1, e_2) \rightarrow (\phi_1(e_1), \phi_2(e_2))$ de $E_1 \times E_2$ dans $F_1 \times F_2$.

⁽¹⁶⁾ alinéa 2.3.d.

⁽¹⁷⁾ alinéa 2.4.b.

$(R_1[P,U,\omega] , R_1[\tilde{P},\tilde{U},\tilde{\omega}])$ de réalisations statiques dès que ω et $\tilde{\omega}$ sont des indicateurs d'évolution, relatifs respectivement à P et à \tilde{P} ⁽¹⁶⁾, qui vérifient la condition de cohérence,

$$(2.4.19) \quad \phi_K \times \gamma(\tilde{\omega}(\tilde{k},\tilde{y},\tilde{x})) = \omega(\phi_K(\tilde{k}),\phi_Y(\tilde{y}),\phi_X(\tilde{x})) \quad (\tilde{k} \in \tilde{K}, \tilde{y} \in \tilde{Y}, \tilde{x} \in \tilde{X}),$$

où $\phi_K \times \gamma = \phi_K \times \phi_Y$ ⁽¹⁵⁾. Par exemple, $R_1[\tilde{P},\tilde{U},\tilde{\omega}]$ est une élaboration formelle de $R_1[P,U,\omega]$ si \tilde{P} en est une de P et si l'égalité a lieu dans (2.4.19).

On note que, lorsque \tilde{P} est une élaboration formelle de P , la propriété ci-dessus selon laquelle $R_T[\tilde{P},\tilde{U}]$ est alors une élaboration formelle de $R_T[P,U]$ stipule, conformément à (2.4.5) écrite pour ces réalisations, que tout cheminement compatible relatif à $R_T[P,U]$ peut être relevé, via ϕ_{W_T} , en un cheminement compatible relatif à $R_T[\tilde{P},\tilde{U}]$ (propriété de relèvement).

Toutes ces propriétés fonctorielles se vérifient sans difficulté ⁽¹⁸⁾.

d) Quelques types formels de contraintes. Se plaçant dans la situation d'élaboration simple ⁽¹⁹⁾ d'une structure pivotale $P = (B,K,Y,X;\Phi,\xi,\eta)$, on envisage des contraintes supplémentaires de la forme,

$$(2.4.20) \quad x \in \psi(b,k,y) ,$$

où ψ est une application multivoque de $B \times K \times Y$ dans X qu'il s'agit d'étudier : l'élaboration simple de P en une structure $\tilde{P} = (B,K,Y,X;\tilde{\Phi},\xi,\eta)$ par adjonction de la contrainte supplémentaire (2.4.20) à la contrainte fondamentale (2.3.7) de P donne alors,

⁽¹⁸⁾ Le caractère fonctoriel de ces propriétés peut suggérer de considérer réalisations et structures pivotales comme objets de catégories dont les flèches seraient définies, plus ou moins naturellement, en termes de condensations. Les correspondances entre structures pivotales et réalisations associées constitueraient alors des foncteurs. On signale à ce sujet la difficulté d'interprétation d'une flèche "quelconque" entre deux tels objets : ces catégories semblent avoir bien peu de flèches significatives...

⁽¹⁹⁾ alinéa 2.4.c.

$$(2.4.21) \quad \tilde{\Phi}(b,k,y) = \Phi(b,k,y) \cap \psi(b,k,y) \quad (b \in B, k \in K, y \in Y).$$

On note que considérer seulement une élaboration simple ne restreint pas la généralité car il suffit, pour atteindre le cas d'une élaboration quelconque, de faire précéder cette élaboration simple de P d'une élaboration formelle convenable ayant conduit à P .

On dira que la contrainte (2.4.20) est instantanée si $\psi(b,k,y)$ ne dépend pas de $y \in Y$, c'est-à-dire si ψ est de la forme,

$$(2.4.22) \quad \psi(b,k,y) = \psi_0(b,k) \quad (b \in B, y \in Y, k \in K),$$

où ψ_0 est une application multivoque de $B \times K$ dans X . Dans le cas contraire, on dira qu'il s'agit d'une contrainte avec délai. Ainsi, toutes les contraintes des structures primaires ⁽²⁰⁾ sont instantanées.

On dira qu'un facteur X_0 de X est indicatif pour la fonction ψ (ou pour la structure P) si les éléments x_0 de X_0 , ou au moins certains d'entre eux qui sont canoniques ⁽²¹⁾, servent seulement à repérer des spécifications diverses de la fonction multivoque ψ_{x_0} qui constitue la composante significative de ψ : désignant par X_* le facteur complémentaire de X_0 dans X , ψ_{x_0} est, pour chaque x_0 envisagé, l'application multivoque de $B \times K \times Y$ dans X_* définie par,

$$(2.4.23) \quad x_* \in \psi_{x_0}(b,k,y) \Leftrightarrow (x_0, x_*) \in \psi(b,k,y) \quad (b \in B, k \in K, y \in Y, x_* \in X_*),$$

la relation $x_* \in \psi_{x_0}(b,k,y)$ équivalant ainsi à la conjonction logique des contraintes stipulées dans l'option x_0 ⁽²²⁾. Par exemple, dans les études évolutives relatives à la structure P , l'introduction d'un tel facteur permet de faire varier de façon exogène en fonction du temps $t \in T$ la contrainte (2.4.20): il suffit de spécifier en conséquence la fonction

⁽²⁰⁾ alinéa 2.3.b

⁽²¹⁾ par exemple les sommets du cube canonique $\{0,1\}^{H_0}$, où H_0 est la sous-nomenclature qui définit X_0 (alinéa 2.1.a).

⁽²²⁾ alinéa 2.3.b.

$x_0 \rightarrow \psi_{x_0} (x_0 \in X_0)$, puis l'évolution $(x_0^t)_{t \in T}$ du facteur indicatif,

laquelle fait partie du jeu de données évolutives ⁽¹⁴⁾ pourvu que le mode de contrôle U en cause admette X_0 comme espace facteur. Cette démarche permet aussi de faire varier en fonction du temps, dans une même réalisation évolutive, la nature des variables exogènes (i.e. le mode de contrôle) sans modifier le cadre formel : il suffit de dédoubler chacune des variables concernées, le double étant exogène et l'original étant soit endogène (soumis à une contrainte éventuellement variable comme ci-dessus), soit égalé au double, cela sous le contrôle du facteur indicatif.

Désignant par X_1 et X_2 des espaces facteurs de X qui sont étrangers l'un à l'autre, on considère des contraintes de la forme particulière,

$$(2.4.24) \quad \Pi_{X_1}(x) \in \Delta(b, k, y, \Pi_{X_2}(x)) ,$$

où Δ est une application multivoque de $B \times K \times Y \times X_2$ dans X_1 qui est donnée.

Lorsque Δ est définie par une application (univoque) δ de $B \times K \times Y \times X_2$ dans X_1 , la contrainte (2.4.24) s'écrit,

$$(2.4.25) \quad \Pi_{X_1}(x) = \delta(b, k, y, \Pi_{X_2}(x)) .$$

On dira que l'élaboration de P en \tilde{P} par adjonction de la contrainte (2.4.25) à la contrainte fondamentale de P est une endogénéisation du facteur X_1 basée sur la fonction d'endogénéisation δ . On note que, pour la structure \tilde{P} ainsi élaborée, un mode de contrôle \tilde{U} ne peut être raisonnablement qu'un facteur de X_2 , car une coordonnée de la variable $x_1 = \Pi_{X_1}(x)$ ne peut être à la fois endogène, via (2.4.25), et exogène via \tilde{U} . La fonction d'endogénéisation δ (ou plus généralement la fonction multivoque Δ) peut représenter des comportements non contingents pris en compte dans l'ensemble humain considéré. La fonction δ peut aussi représenter une stratégie globale si les coordonnées de X_1 sont des variables décisionnelles conve- nables. Cette stratégie peut dépendre de paramètres qui, pris en compte comme coordonnées d'un facteur X_3 de X_2 , peuvent donner lieu à une optimisation via l'analyse multicritère relative à l'une des réalisations associées à \tilde{P} .

De plus, pour les études évolutives, la stratégie δ peut éventuellement être modifiée dans le temps de façon exogène en introduisant dans X un facteur indicatif convenable.

Enfin, par un choix adéquat de Y , de Δ et du facteur indicatif X_0 de X , la contrainte (2.4.24) peut stipuler tel ou tel type de transmission de la composante $\Pi_{X_1}(x)$ de x , d'une période élémentaire à la suivante sous le contrôle de la variable indicative $x_0 \in X_0$. Par exemple, supposant que X_1 et X_2 sont étrangers à X_0 , on assure la transmission à l'identique de la composante $\Pi_{X_1}(x)$ de x si on définit la fonction Δ par,

$$(2.4.26) \quad \Delta(b, k, y, x_2) = X_1 \quad \text{si } \Pi_{X_0}(x_0) = 0,$$

$$(2.4.27) \quad \Delta(b, k, y, x_2) = \{\Pi_{X_1, Y}(y)\} \quad \text{si } \Pi_{X_0}(x_0) \neq 0$$

$$(b \in B, k \in K, y \in Y, x_2 \in X_2, x_0 \in X_0),$$

en supposant que Y assure la mémorisation du facteur X_1 d'une période élémentaire à la suivante, c'est-à-dire inclut X_1 comme facteur conformément à (2.3.8) et (2.3.9). Les relations (2.4.26) et (2.4.27) entraînent en effet que la transmission à l'identique,

$$(2.4.28) \quad \Pi_{X_1, X}(x) = \Pi_{X_1, Y}(y),$$

a lieu si et seulement si $\Pi_{X_0}(x_0) \neq 0$, ce qui permet de la contrôler, par le facteur indicatif X_0 , via un choix convenable du jeu de données : en prenant, dans une étude évolutive relative à \tilde{P} , un mode de contrôle \tilde{U} admettant X_0 comme espace facteur et un jeu de données d , de la forme (2.3.20), tel que,

$$(2.3.29) \quad \Pi_{X_0, U}(u^{t_0}) = 0 \quad \text{et} \quad \Pi_{X_0, U}(u^t) \neq 0 \quad \text{si } t \neq t_0,$$

on impose que $\Pi_{X_1}(x^t)$ soit, dans un cheminement de la forme (2.3.14), constant en fonction du temps $t \in T$ mais à un niveau $x_1 \in X_1$ qui est endogène ⁽²²⁾.

⁽²²⁾ ce schéma est particularisé à l'alinéa 5.2.e dans le cas où x_1 représente le système des prix courants.

e) Identifications. Supposant spécifiée une réalisation $R = (W, D; V)$, le problème de l'identification de variables exogènes la concernant peut être formulé comme suit : étant donnés, d'une part un sous-ensemble D_* de D , d'autre part un espace facteur Z de W , enfin un élément z_* de Z , il s'agit de trouver $d_* \in D$ tel que,

$$(2.4.30) \quad d_* \in D_* \quad \text{et} \quad z_* \in \Pi_Z(R(d_*)) ,$$

les relations exactes, $d_* \in D_*$ ou $z_* \in \Pi_Z(R(d_*))$, pouvant aussi être remplacées par des approximations convenables. Dans cette situation, l'ensemble D_* est souvent de la forme,

$$(2.4.31) \quad D_* = \Pi_{D_0}^{-1}(d_0) \cap \Pi_{D_1}^{-1}(D_1^*) ,$$

où D_0 est un espace facteur de D , d_0 un élément donné de D_0 , D_1 le facteur complémentaire de D_0 dans D et D_1^* un sous-ensemble donné de D_1 . La relation (2.4.30) s'écrit alors,

$$(2.4.32) \quad \Pi_{D_0}(d_*) = d_0 , \quad \Pi_{D_1}(d_*) \in D_1^* \quad \text{et} \quad z_* \in \Pi_Z(R(d_*)) .$$

Dans le cadre précédent rentre en particulier l'identification empirique de données structurelles de la réalisation R : supposant que, d'une part z_* représente une apparence mesurée, un résultat d'observations, du phénomène (correspondant à la réalisation R) dans les conditions exogènes circonstancielles représentées par d_0 , d'autre part chaque élément de D_1 représente un jeu partiel de données structurelles ou essentiellement structurelles, il s'agit de déterminer un tel jeu de données $d_1 \in D_1$ tel que le jeu de données complet $d_* = (d_0, d_1)$ soit compatible avec l'apparence z_* et les restrictions représentées par D_1^* [i.e vérifie (2.3.32)] .

Le problème d'identification précédent peut aussi correspondre à une démarche prospective entièrement compréhensive. Dans ce sens, on suppose que, d'une part la réalisation $R = (W, D; V)$ en cause est une élaboration pure d'une réalisation R_0 de la forme $R_0 = (W_0, D_0; V_0)$, Z étant aussi facteur de W_0 , d'autre part R est catégorique et les contraintes supplémentaires intervenant dans l'élaboration précédente correspondent à des comportements paramétrés par les éléments de D_1 qui représentent ainsi des jeux de données décisionnelles; on suppose enfin que z_* a été déterminée de façon normative, par exemple à partir d'une solution \tilde{w}_0 du problème d'optimisation (2.2.3) avec R_0 mis pour R , d_0 mis pour d et avec un critère c_0 convenable.

Cela étant, la relation (2.4.32) s'écrit ici, vu l'hypothèse que R est catégorique,

$$(2.4.33) \quad \Pi_{D_0}(d_*) = d_0, \quad \Pi_{D_1}(d_*) \in D_1^* \quad \text{et} \quad z_* = \Pi_Z(\underline{R}(d_*)) .$$

Ainsi, la spécification du jeu de variables décisionnelles $d_1 \in D_1$ de telle sorte que $d_* = (d_0, d_1)$ vérifie (2.4.33) fournit un mode de détermination de l'occurrence z_* qui, étant causal et basé sur les comportements repérés par d_1 , contraste avec le mode de détermination normatif par lequel a été défini z_* à priori. On parlera dans ce cas d'identification normative.

On illustre le schéma général précédent en l'explicitant ci-après dans le cas où R est une réalisation évolutive $R_T[P, U]$ associée à une structure pivotale $P = (B, K, Y, X; \Phi, \xi, \eta)$ et où les jeux partiels de données à identifier correspondent essentiellement aux éléments d'un espace facteur B_1 de B . Dans ce sens, on suppose que, d'une part les espaces Z, D_0, D_1 sont de la forme,

$$(2.4.34) \quad Z = (K_0 \times X_0)^T, \quad D_0 = K_0 \times Y_0 \times (B_0 \times U)^T, \quad D_1 = K_1 \times Y_1 \times B_1^T,$$

où B_0 (resp. K_0, Y_0, X_0) est un espace facteur de B (resp. de K , de Y , de X) tandis que B_1 (resp. K_1, Y_1) est l'espace facteur complémentaire, d'autre part le sous-ensemble D_1^* de D_1 est donné par,

$$(2.4.35) \quad D_1^* = K_1 \times Y_1 \times \Delta_T(B_1),$$

où Δ_T désigne l'injection diagonale de B_1 dans B_1^T (²³). Dans cette situation, les éléments de B_1 représentent les jeux partiels de données à identifier, lesquels sont supposés indépendants du temps conformément à (2.4.35)

Si on suppose alors donné l'élément d_0 de D_0 et l'élément z_* de Z , la recherche de $d_* \in D$ vérifiant (2.4.32) revient à celle de $d_1^* \in D_1$ [de telle sorte que $d_* = (d_0, d_1^*)$] ou encore à celle d'un élément

(k_1^*, y_1^*, b_1^*) de $K_1 \times Y_1 \times B_1$ [de telle sorte que $d_1^* = (k_1^*, y_1^*, \Delta_T(b_1^*))$], élément constitué des conditions initiales partielles (k_1^*, y_1^*) et du jeu partiel

(²³) $\Delta_T(b_1) = (b_1^t)_{t \in T}$ avec $b_1^t = b_1$ ($t \in T$).

de données $b_1^* \in B_1$.

Dans le cas de l'identification empirique, l'échelle temporelle T représente une période passée, relativement à laquelle va être fait le calage, et $z_* = (k_0^t, y_0^t)_{t \in T}$ représente l'apparence observée d'un cheminement $w \in W_T$ pendant cette période. Une fois déterminé le jeu de données structurelles b_1^* comme ci-dessus, les études prospectives vont concerner, par exemple, une réalisation évolutive $R_{\hat{T}}[P, \hat{U}]$, où l'échelle temporelle \hat{T} , différente de T , représente la période avenir considérée et où le mode de contrôle \hat{U} peut différer de celui, U , utilisé pour le calage, les jeux de données étant de la forme,

$$(2.4.36) \quad d = (k_0, y_0, (b^t, \hat{u}^t)_{t \in \hat{T}}), \text{ ou}$$

$$(2.4.37) \quad b^t = (b_0^t, b_1^*) \text{ , avec } b_0^t \in B_0 \text{ (} t \in \hat{T} \text{) .}$$

Lorsque, de plus, les modes de contrôle U et \hat{U} sont catégoriques pour P , le schéma ci-dessus, pour une structure P convenable, est celui de la démarche de prévision par extrapolation tendancielle du passé récent telle qu'elle est mise en oeuvre au moyen des modèles macroéconomiques empiriques dynamiques ⁽²⁴⁾.

Dans le cas de l'identification normative, la détermination du jeu partiel de données (ici décisionnelles) $b_1^* \in B_1$ et la mise en oeuvre prospective consécutive concernent, à la différence du cas précédent, une même réalisation (par exemple) évolutive $R_T[P, U]$, c'est-à-dire une même période avenir représentée par l'échelle temporelle T et un même mode de contrôle U . On note que les comportements ou les stratégies ainsi identifiés de façon normative, via la détermination du jeu de données décisionnelles b_1^* , sont en général prises en compte par des contraintes du type (2.4.24) ou (2.4.25) au moyen d'une élaboration pure (d'une endogénéisation de facteurs décisionnels) convenable conduisant à la structure P à partir d'une structure P_0 , de la forme $P_0 = (B_0, K_0, Y_0, X_0; \Phi_0, \xi_0, \eta_0)$, telle que $R_0 = R_T[P_0, U]$.

⁽²⁴⁾ modèles comme DMS ([51],[52],[67]) ou METRIC([107]); voir le §1.1 et l'alinéa 5.3.d.

CHAPITRE 3 - REPRESENTATION DE LA BASE PHYSIQUE

Ce chapitre et le suivant ont pour objet la spécification générale des éléments constitutifs de l'appareil formel sous-jacent au type de structure correspondant aux modèles envisagés.

Ces éléments sont introduits dans les chapitres 3 et 4 ci-après en termes standard de données, de variables et de contraintes liant données et variables. Afin de faciliter le contrôle intuitif du formalisme, l'introduction des divers éléments est faite progressivement, en commençant par des indications sur l'analyse délimitante du phénomène économique appréhendé, puis en faisant suivre chaque définition formelle par des indications concernant l'interprétation des termes (données et variables) et des relations (contraintes) introduits.

Cette présentation progressive des éléments ne fait pratiquement pas appel aux concepts généraux définis au chapitre 2. Elle peut donc être abordée indépendamment de ce chapitre ⁽¹⁾. Elle est complétée au chapitre 5 ⁽²⁾ par la définition monolithique, abstraite, des structures pivotales ⁽³⁾ envisagées, lesquelles permettent, en rassemblant les éléments introduits dans ce chapitre et le suivant, d'en appréhender la cohérence globale et de les intégrer à la logique opérationnelle de la démarche de prospective libre que l'on a en vue.

On souligne que, dans les chapitres 3, 4, 5 en cause, il s'agit de la spécification générale d'un type de structure pivotale et non de la spécification d'une structure particulière : le formalisme introduit est à la fois, suffisamment général pour permettre des formulations mathématiques maniables et suffisamment explicite pour couvrir, via des interprétations convenables, des spécifications particulières variées ⁽⁴⁾.

Dans ce sens, la complexité des circulations économiques est prise en compte par l'intermédiaire de nomenclatures (de biens, d'activités, de secteurs, de types d'opérations) qui sont ici génériques. L'explicitation complète, extensive, de chacune de ces nomenclatures est le point de départ

(1) en ignorant éventuellement les renvois.

(2) § 5.1.

(3) alinéa 2.3.b.

(4) § 1.4.

de la spécification d'une structure particulière ⁽⁵⁾. On ne cherche pas ici à procéder à de telles spécifications particulières ; on donne seulement, soit chemin faisant dans les chapitres 3,4,5, soit de façon plus systématique au chapitre 6, des indications illustrées d'exemples concernant leurs modalités dans le cadre général du type de structure retenu.

Le présent chapitre concerne la représentation de la base physique du processus économique, c'est-à-dire la représentation de ce qui, relativement aux processus techniques, aux agents et aux échanges entre agents, peut s'exprimer uniquement en termes physiques de production-consommation, de circulation, de transformation des équipements, de répartition des échanges. Après avoir présenté les trois nomenclatures de base auxquelles conduit l'analyse réductrice (§ 3.1), on introduit les données techniques (§ 3.2), puis les variables physiques (§ 3.3), enfin les contraintes physiques (§ 3.4) qui expriment, d'une part les lois de conservation et les limitations régissant l'équilibre physique instantané et les transformations du système, d'autre part l'organisation matérielle des échanges.

Ce système de contraintes physiques est très sous-déterminé. Il doit être complété par les contraintes qui représentent l'interaction de la base physique avec l'appareil monétaire et financier. La représentation de ce dernier est étudiée au chapitre 4 ; son interaction avec la base physique peut être plus ou moins limitative, d'une part selon que l'analyse est plus ou moins détaillée, d'autre part, et surtout, selon que sont inclus plus ou moins de comportements. Dans ce sens, cherchant à inclure le moins possible de comportements conformément à la démarche de prospective libre ⁽⁶⁾, on obtient un ensemble acceptable de contraintes ⁽⁷⁾ en adjoignant seulement aux contraintes physiques ci-dessus la contrainte extérieure ⁽⁸⁾. A l'opposé, on peut bien sûr, élaborer la représentation des comportements jusqu'à obtenir une structure susceptible de donner lieu à des modes de contrôle catégoriques ⁽⁹⁾.

⁽⁵⁾ voir les alinéas 5.1.f et 6.1.c.

⁽⁶⁾ § 1.2 et 1.3, alinéas 2.1.c, 2.2.c, 2.2.d.

⁽⁷⁾ au sens donné à ce vocable à l'alinéa 2.4.a.

⁽⁸⁾ voir l'alinéa 3.4.f et le § 5.2.

⁽⁹⁾ voir les alinéas 2.3.c, 4.3.b, 4.3.c, 5.3.c, 5.3.d.

§ 3.1 - LES TROIS NOMENCLATURES DE BASE

a) Biens, activités, secteurs. La complexité combinatoire des circulations et transformations qui constituent la base physique du processus économique va être appréhendée par une analyse réductrice basée sur la considération des trois classes d'éléments suivants :

- les choses , matérielles ou immatérielles, qui circulent, qui sont produites, consommées, échangées ;
- les processus techniques, définis par des installations et le savoir-faire correspondant, qui assument la production ou la consommation des choses qui circulent ;
- les agents, sous-systèmes associant divers processus techniques en unités agissantes, qui constituent les pôles d'échanges des choses qui circulent.

Les éléments de chacune de ces classes - les choses qui circulent, les processus techniques, les agents - sont regroupés en agrégats pouvant être manipulés ou quantifiés de façon monolithique, agrégats dont les types sont appelés respectivement biens, activités, secteurs.

Cela étant, le point de départ de la spécification d'une réalisation du modèle est nominatif : il consiste à définir et à dénommer les divers types d'agrégats que le modèle prend en compte. Les dénominations des types d'agrégats retenus, dans chacune des trois classes d'éléments en cause, constituent les trois nomenclatures de base :

- la nomenclature de biens, notée I ;
- la nomenclature d'activités, notée J ;
- la nomenclature de secteurs, notée S.

Chacune des nomenclatures, I, J, S, est ainsi un ensemble fini dont les éléments représentent des types d'agrégats (¹).

Le triplet (I,J,S) de ces nomenclatures constitue la charnière entre, d'une part le formalisme du modèle dont elles sont le point de départ nominatif, d'autre part, la procédure de délimitation du système à représen-

(¹) les ensembles I, J, S ne sont -systématiquement - pas identifiés à des segments de l'ensemble des entiers naturels... même s'il est parfois utile de numéroter leurs éléments ; voir l'alinéa 2.2.a à ce sujet.

ter et la procédure d'agrégation en termes physiques dont elles sont l'un des résultats. Ces procédures sont étudiées au chapitre 6 . On souligne seulement ici que chaque réalisation du modèle se situe à un niveau fixé d'agrégation, niveau indiqué par les nomenclatures retenues ⁽²⁾ ⁽³⁾.

b) Quantification. Biens et activités sont quantifiés en tant qu'agrégats : à chaque bien $i \in I$ est associée la grandeur mesurable "quantité de bien i " et à chaque activité $j \in J$ la grandeur mesurable "niveau de l'activité j ".

Les quantités de chaque bien sont rapportées à une quantité unité de ce bien. Cette unité est définie par la donnée d'une certaine quantité de chacune des choses agrégées pour former le bien en cause, quantités mesurées en unités physiques. Ces quantités des diverses choses agrégées sont considérées comme substituables, équivalentes, au niveau d'agrégation retenu ; leur choix, dont la pertinence est cruciale pour la fiabilité du modèle, est lié à celui des divers agrégats et relève de considérations globales relatives à la circulation des biens entre activités, considérations qui constituent un aspect important de la procédure d'agrégation en termes physiques ⁽³⁾.

Les niveaux de chaque activité sont rapportés à un niveau unité. Ce niveau unité peut être appréhendé soit "en compréhension", soit "en extension". En compréhension, le niveau unité d'une activité, appelé aussi module, est défini par la donnée, en termes physiques, d'une certaine installation, des outils productifs, de chacun des processus techniques agrégés pour former l'activité en cause. Ces installations des divers processus agrégés sont considérées comme substituables, équivalentes, au niveau d'agrégation retenu ; leur choix est lié à celui des unités des divers biens et relève des mêmes considérations globales ⁽³⁾. En extension, le niveau unité d'une activité est défini par ses coefficients techniques, coefficients relatifs au fonctionne-

(2) les nomenclatures sont conçues ici comme des ensembles finis, des listes de dénominations à un niveau donné d'agrégation, et non comme des suites de partitions emboîtées sur un ensemble de postes élémentaires (voir par exemple [65] , pages 24, 25 à ce sujet).

⁽³⁾ voir le chapitre 6 et plus particulièrement les alinéas 6.1.c, 6.1.e, 6.2.d, 6.2.e, 6.3.b.

ment, à l'entretien et aux transformations du module ⁽⁴⁾. La détermination compréhensive de ces coefficients est un élément déterminant de la fabrication du modèle. Elle doit être faite, au cours de la procédure d'agrégation, à partir des coefficients des processus agrégés et en fonction des équivalences entre éléments agrégés - choses qui circulent ou processus considérés en compréhension - précédemment évaluées dans cette procédure ⁽³⁾.

c) Première analyse des nomenclatures de biens et d'activités. Une certaine forme d'exhaustivité de ces nomenclatures est nécessaire pour que les contraintes physiques de base du modèle ⁽⁵⁾ expriment, sans lacune essentielle, la limitation des ressources, la conservation physique des matières et de l'énergie, l'équilibre du travail, des services, etc. Dans ce sens, on peut classer les postes de ces nomenclatures en rubriques générales qui reflètent les catégories logiques selon lesquelles sont classées les choses qui circulent.

En ce qui concerne les biens, on distingue d'abord les ressources primaires, ou biens qui ne sont pas produits (sols, eau, minéraux, etc), des produits. On désigne par I_R le sous-ensemble de I constitué des ressources primaires.

Parmi les produits, on peut distinguer :

- Les produits fabriqués (vecteurs énergétiques, produits intermédiaires, biens fongibles, biens d'équipement, etc) ;
- les déchets, rebuts et résidus ;
- les services (savoirs, soins, transport, distribution, communication, etc) ;
- les divers types de travail humain.

En ce qui concerne les activités, le premier fait à souligner est qu'il n'existe pas de correspondance biunivoque naturelle entre les nomenclatures d'activités et de biens, lesquelles n'ont aucune raison d'avoir le même nombre d'éléments. Cela tient aux productions multiples (production de plusieurs biens par une activité) et aux compétitions d'activités (existence

(4) transformation : construction, reconversion, démantèlement ; voir l'alinéa 3.2.d.

(5) voir le § 3.4.

de plusieurs activités produisant les mêmes biens) qui sont courantes ⁽⁶⁾. Il n'en demeure pas moins qu'une représentation adéquate de la circulation des biens entre les activités introduit une profonde interdépendance entre les nomenclatures correspondantes, cette interdépendance étant au centre de la procédure d'agrégation ⁽⁷⁾.

Dans ce sens, on distingue les activités de production des activités de gestion des stocks ⁽⁸⁾, une classification des unes ou des autres pouvant être faite à partir de celle des biens, cela toutefois non sans ambiguïté, en ce qui concerne les activités de production, à cause des productions multiples.

Parmi les activités de production figurent les activités classées usuellement en consommation finale : activités de services (éducation, santé, administration, etc) et d'entretien final de la population qui produisent, outre des déchets, les biens représentant respectivement les services et le travail humain ⁽⁹⁾. En fait, plutôt que la classification des activités qui a surtout un intérêt heuristique, c'est leur répartition entre les secteurs qui importe car cette dernière est étroitement liée à l'organisation des échanges ⁽¹⁰⁾.

L'exhaustivité requise pour les nomenclatures n'est pas à confondre avec leur éventuelle universalité, avec leur caractère plus ou moins universel : la nature des nomenclatures dépend à la fois des caractéristiques géographiques de l'ensemble humain à représenter - ensemble local, régional, national, ensemble plus ou moins développé, etc - et des objectifs - historiques, analytiques, prospectifs - de l'étude ⁽¹¹⁾. Par exemple, tout en étant exhaustives par rapport à leur objet, les nomenclatures relatives à une zone agricole peuvent être beaucoup moins universelles que celles relatives à un ensemble régional ou national incluant "de la" grande industrie et des services centraux ; ou encore, les nomenclatures relatives à l'état actuel d'une

(6) voir à ce sujet les discussions du § 5.3.

(7) voir les alinéas 3.1.b, 6.1.c, 6.2.e.

(8) voir l'alinéa 3.2.c.

(9) voir les alinéas 6.3.e et 6.3.f.

(10) voir les alinéas 3.1.d, 3.3.a, 3.3.b, 3.4.d.

(11) voir les alinéas 6.1.a, 6.3.c, 7.2.a et la note ⁽²⁾ de l'introduction du chapitre 7.

société développée ne conviennent pas pour des études prospectives à long terme...

C'est l'objet de la procédure de délimitation ⁽¹²⁾ que d'assurer, parallèlement à la procédure d'agrégation, la genèse convenable des nomenclatures en fonction des indications fournies par la démarcation préliminaire ⁽¹³⁾.

d) Secteurs. La nomenclature de secteurs est la base nominative de la représentation des échanges entre agents économiques, les secteurs représentant les pôles entre lesquels ont lieu les échanges. Ces derniers vont être pris en compte dans leurs deux aspects : d'une part l'aspect physique constitué par l'organisation, la combinatoire, des transferts de biens entre secteurs ("qui échange quoi avec qui"), y compris les transports à longue distance et les échanges extérieurs ; d'autre part, l'aspect monétaire incluant la comptabilité intra-sectorielle et inter-sectorielle ainsi que les opérations financières.

Activités et secteurs sont précisément distingués et les nomenclatures correspondantes ne doivent pas être confondues, bien que leurs liens soient à la base de la représentation du processus économique proposée ⁽⁶⁾. Dans ce sens, les secteurs ne sont pas quantifiés, mesurés de façon linéaire par un niveau, comme le sont les activités ⁽¹⁴⁾. Ils sont conçus comme des sous-systèmes associant diverses activités en proportions variables, leurs profils étant cernés en termes de répartition des échanges par un système de contraintes, les contraintes d'organisation des échanges. Ces contraintes portent sur les transferts de biens considérés comme possibles entre secteurs et conditionnent indirectement la répartition des activités entre secteurs via les contraintes d'équilibre physique de ces derniers ⁽¹⁵⁾.

Ainsi, sur le même substratum technique correspondant à des nomenclatures de biens et d'activités fixées, peuvent être envisagées des organisations sectorielles diverses se traduisant par diverses nomenclatures de secteurs et divers systèmes de contraintes d'organisation des échanges. Par ailleurs,

(12) voir les alinéas 6.1.c et 6.1.e.

(14) alinéa 3.1.b.

(13) voir l'alinéa 6.1.a.

(15) voir l'alinéa 3.4.d.

la représentation de cette organisation peut être plus ou moins poussée, ce qui correspond à des nomenclatures de secteurs plus ou moins détaillées ⁽¹⁶⁾.

Les transports entre agents géographiquement éloignés peuvent être pris en compte, via des coefficients techniques convenables, en introduisant une indication de localisation concernant certains postes de la nomenclature de secteurs ⁽¹⁷⁾.

Enfin, les échanges extérieurs sont pris en compte en introduisant un ou plusieurs "secteurs extérieurs" dans cette nomenclature : on désigne par S_{in} (resp. S_{ex}) le sous-ensemble de S dont les éléments représentent les secteurs intérieurs (resp. extérieurs) ; les ensembles S_{in} et S_{ex} sont supposés former une partition de S . L'ensemble S_{ex} est vide s'il n'y a pas d'échanges extérieurs.

⁽¹⁶⁾ voir l'alinéa 5.1.e.

⁽¹⁷⁾ voir les alinéas 3.2.e et 6.3.e.

§ 3.2. COEFFICIENTS TECHNIQUES

a) Préliminaires. Les coefficients techniques sont les données unitaires, modulaires, qui définissent les processus techniques considérés comme disponibles, cela du point de vue de leurs caractéristiques unitaires et non pas du point de vue des niveaux absolus, lesquels constituent des variables du modèle ⁽¹⁾, alors que les coefficients techniques sont toujours des données.

Formellement, on distinguera :

- d'une part les coefficients techniques qui caractérisent les activités et ne dépendent que des nomenclatures de biens et d'activités ; ces coefficients concernent,

- le fonctionnement et l'entretien (alinéa 3.2.b),
- la gestion des stocks (alinéa 3.2.c),
- les transformations d'équipements (alinéa 3.2.d) ;

- d'autre part les coefficients techniques qui caractérisent les transferts entre secteurs et dépendent donc ainsi de la nomenclature de ces derniers (alinéa 3.2.e).

Conformément à la représentation discrète du déroulement temporel par une succession de périodes élémentaires de même durée fixée ⁽²⁾, les coefficients techniques qui, en tant que grandeurs physiques, sont des débites, vont être rapportés à une période élémentaire type ou à plusieurs périodes élémentaires consécutives. Ces périodes sont appelées périodes types. Elles sont supposées fixées dans toute la suite de ce paragraphe. A priori, les coefficients techniques, au moins certains d'entre eux (par exemple les rendements agricoles), peuvent dépendre des périodes types en cause. Par contre, ils ne dépendent pas des niveaux d'activités ; cela signifie, dans une période type, des rendements constants pour chaque processus technique identifié, les effets d'échelle étant pris en compte par des contraintes de seuil ⁽³⁾.

Les nomenclatures I, J, S sont aussi supposées données y compris, en ce qui concerne I et J, l'appareil de quantifications des biens et activi-

(1) voir le § 3.3. (2) alinéa 2.3.a. (3) voir l'alinéa 3.2.b.

tés ⁽⁴⁾.

Les coefficients techniques représentant des quantités des divers biens, soit produites, soit consommées, on fait à leur sujet la convention qu'une production est représentée par un nombre ≥ 0 et une consommation par un nombre ≤ 0 .

b) Coefficients techniques de fonctionnement et de maintenance. Ces coefficients constituent deux matrices à composantes réelles indexées par l'ensemble $I \times J$,

$$(3.2.1) \quad A = (A_{i,j})_{i \in I, j \in J} \quad , \quad M = (M_{i,j})_{i \in I, j \in J} \quad ,$$

et deux vecteurs à composantes ≥ 0 indexées par J ,

$$(3.2.2) \quad \chi = (\chi_j)_{j \in J} \quad , \quad \mu = (\mu_j)_{j \in J} \quad .$$

Pour chaque activité $j \in J$ et chaque bien $i \in I$, le nombre réel $A_{i,j}$ mesure la quantité du bien i produite (si $A_{i,j} \geq 0$) ou consommée (si $A_{i,j} \leq 0$) ⁽⁵⁾ lors du fonctionnement normal pendant la période type ⁽⁶⁾ par l'activité j supposée à son niveau unité (i.e. par le module de l'activité j). Ces quantités incluent celles liées à l'entretien courant, inhérent au fonctionnement normal, mais pas celles liées à la maintenance hors fonctionnement qui sont traitées à part. Les productions sont supposées nettes des éventuelles auto-consommations des activités.

Pour chaque activité $j \in J$ et chaque bien $i \in I$, le nombre réel $M_{i,j}$ mesure la quantité de bien i consommée (si $M_{i,j} \leq 0$) ou éventuellement produite (si $M_{i,j} \geq 0$) pendant la période type pour la maintenance d'un module de l'activité j , le nombre μ_j , tel que

$$(3.2.3) \quad 0 \leq \mu_j \leq 1 \quad ,$$

étant un taux de disponibilité ; ce taux indique quelle fraction

⁽⁴⁾ alinéas 3.1.a et 3.1.b.

⁽⁵⁾ convention faite à l'alinéa 3.2.a.

⁽⁶⁾ alinéa 3.2.a.

du potentiel des équipements installés est disponible pour le fonctionnement malgré cet entretien. Par maintenance, on entend ici les travaux d'entretien d'un équipement (et du savoir-faire correspondant) qui sont indispensables à son maintien en état de fonctionnement normal, cela, à la différence de l'entretien courant, même en l'absence de fonctionnement. Les productions mentionnées correspondent aux biens $i \in I$ représentant des déchets ou des rebuts. Si la maintenance doit s'étendre sur plusieurs périodes-types, les coefficients $M_{i,j}$ sont des moyennes correspondant à un parc de modules suffisamment nombreux dont la fraction μ_j se trouve "statistiquement" disponible.

La spécificité du sous-ensemble I_R de I formé des biens qui sont des ressources primaires (i.e. qui ne sont pas produits) ⁽⁷⁾ se traduit, en termes des matrices A et M , par la relation,

$$(3.2.4) \quad A_{i,j} \leq 0 \quad \text{et} \quad M_{i,j} \leq 0 \quad (i \in I_R, j \in J) \quad (8).$$

Le passage des productions ou consommations modulaires (de fonctionnement ou de maintenance) aux productions ou consommations absolues se fait au prorata des niveaux des activités, mais avec des contraintes à seuil correspondant aux seuils caractéristiques χ_j ($j \in J$) : lorsque pour l'activité $j \in J$, le niveau de fonctionnement (resp. le niveau maximum correspondant aux équipements à entretenir) vaut $q_j \geq 0$ (resp. q_j^* avec $q_j^* \geq q_j$), les productions ou consommations de fonctionnement (resp. de maintenance) normal(e) en les divers biens $i \in I$ sont fournies par les produits $A_{i,j} q_j$ (resp. $M_{i,j} q_j^*$) mais cela seulement si $q_j \geq \chi_j$. Autrement dit, à un niveau $q_j < \chi_j$ les coefficients techniques $A_{i,j}$ ($i \in I$) ne sont plus valables et le niveau q_j doit être nul (i.e. l'activité j doit être absente ⁽⁹⁾). On peut prendre ainsi en compte les effets d'échelle par une élaboration convenable de la nomenclature d'activités y incorporant des activités concurrentes correspondant à des seuils χ_j plus ou moins élevés ⁽¹⁰⁾. On note que certains seuils χ_j peuvent être nuls, signifiant ainsi l'absence d'effet d'échelle pour l'activité correspondante.

⁽⁷⁾ alinéa 3.1.c. ⁽⁸⁾ convention d'écriture faite à l'alinéa 2.2.a.

⁽⁹⁾ voir la contrainte (3.4.3) à l'alinéa 3.4.b.

⁽¹⁰⁾ voir l'alinéa 6.3.b.

c) Traitement de la gestion des stocks interpériode . Il s'agit ici des stocks de biens et non des équipements installés qui sont traités aux alinéas 3.2.b et 3.2.d.

La gestion des stocks intrapériode, c'est-à-dire correspondant à des durées de stockage inférieures à celle d'une période élémentaire, peut être prise en compte au moyen d'élaborations des nomenclatures de biens et d'activités n'impliquant aucune particularité formelle ; ces élaborations sont étudiées avec les modalités ⁽¹¹⁾. On s'intéresse ici à la gestion des stocks interpériode, c'est-à-dire concernant plusieurs périodes types consécutives et dont la prise en compte réclame de ce fait des particularités formelles. Le formalisme introduit va permettre, en fait, de traiter parallèlement la gestion de ces stocks interpériode, en particulier de ceux correspondant aux ressources non renouvelables, et les processus productifs s'étalant sur plusieurs périodes consécutives. Un tel processus est représenté par plusieurs activités successives, en considérant chaque produit intermédiaire fourni par l'une de ces activités à la fin d'une période type comme un bien stocké jusqu'à la période suivante où une autre de ces activités continue l'élaboration après déstockage.

Chaque processus de gestion de stocks considéré va être représenté - via la démarche d'agrégation - par trois activités : une activité d'entretien du stock, une activité de stockage et une activité de déstockage ⁽¹²⁾. Formellement ce mode de représentation de la gestion des stocks conduit à distinguer, dans la nomenclature J des activités, trois sous-ensembles $J_{\#}$, J_+ , J_- dont les éléments représentent respectivement les diverses activités d'entretien des stocks, de stockage et de déstockage. Ces ensembles sont supposés disjoints et mis en correspondance par des applications bi-univoques $\alpha_+ : j \rightarrow j_+$ et $\alpha_- : j \rightarrow j_-$ de $J_{\#}$ sur J_+ et J_- respectivement, $j_+ = \alpha_+(j)$ [resp. $j_- = \alpha_-(j)$] représentant l'activité de stockage [resp. de déstockage] correspondant à l'activité d'entretien de stock $j \in J_{\#}$. Ainsi les diverses gestions de stocks de biens stockables d'une période sur la suivante sont représentés par les triplets (j_+, j, j_-) où j décrit $J_{\#}$, tri-

⁽¹¹⁾ voir l'alinéa 6.3.d.

⁽¹²⁾ l'activité de stockage est superflue pour ce qui est de la gestion des ressources non renouvelables ; voir l'alinéa 6.3.c.

plets correspondant à l'analyse en trois temps : stockage, entretien du stock, déstockage.

Cela étant, il faut préciser l'interprétation des niveaux de ces activités et de leurs coefficients techniques. On convient d'abord que, pour chaque $j \in J_{\#}$, d'une part le niveau de l'activité j (¹³) représente le niveau total des stocks au début de la période type, d'autre part le niveau de l'activité j_+ (resp. j_-) mesure, avec la même unité que le niveau total correspondant à l'activité j , l'augmentation (resp. la diminution) du stock pendant la période type par stockage ou par déstockage (¹⁴). Le niveau unité de ces activités peut être mesuré de façons diverses, par exemple via les quantités de chacun des biens stockés.

L'interprétation des coefficients techniques, $A_{i,j}$, χ_j de fonctionnement et $M_{i,j}$, μ_j de maintenance pour les activités de gestion des stocks $j \in J_{\#} \cup J_+ \cup J_-$ est alors standard (¹⁵) sauf en ce qui concerne, pour chaque activité $j \in J_{\#}$, les coefficients $A_{i,j}$, A_{i,j_+} , A_{i,j_-} où $i \in I$ représente un bien stocké par cette activité. A ce sujet, on désigne, pour chaque $j \in J_{\#}$, d'abord par $I_{\#j}$ le sous-ensemble de I formé des biens stockés par l'activité j , ensuite par α_j l'application de $I_{\#j}$ dans I qui associe, à chaque bien stocké $i \in I_{\#j}$, le même bien après déstockage. Ce bien $\alpha_j(i)$ est aussi désigné par i_j ($j \in J_{\#}$, $i \in I_{\#j}$) ; il peut selon les cas coïncider avec i ou non, mais la distinction entre les biens i_j et i est formelle et ils sont toujours mesurés avec la même unité : la relation $i_j = i$ correspond au cas d'une gestion standard de stock où le déstockage du bien i peut être concomitant (dans une même période type) de son stockage ou de sa production ; la relation $i_j \neq i$ correspond par contre au cas où le bien i stocké est un produit intermédiaire dans un processus de production s'étalant sur plusieurs périodes types consécutives ; dans ce cas, en conjuguant la distinction entre les biens i_j et i avec l'hypothèse que le bien i_j ne peut être fourni que par l'activité de déstockage j_- [relation (3.2.5'') ci-après], on intro-

(¹³) mesuré conformément à l'alinéa 3.1.b.

(¹⁴) à propos de ces conventions, voir ce qui concerne les stocks dans les alinéas 3.3.b et 3.4.c.

(¹⁵) alinéa 3.2.b, en distinguant bien sûr les coefficients de fonctionnement $A_{i,j}$ d'une activité d'entretien de stock $j \in J_{\#}$ de ceux, $M_{i,j}$, de maintenance des équipements de cette activité.

duit un décalage d'une période entre stockage et déstockage qui permet d'exprimer l'étalement du processus de production (¹⁶). En général, chaque activité $j \in J_{\#}$ relève en bloc de l'un ou l'autre cas en ce sens que l'on a, soit $i_j = i$ pour tout $i \in I_{\#j}$, soit $i_j \neq i$ pour tout $i \in I_{\#j}$; il en est ainsi en particulier lorsque $I_{\#j}$ est réduit à un élément.

Dans ces conditions, en vertu des interprétations précédentes, pour chaque $j \in J_{\#}$, des niveaux des activités j, j_+, j_- et des biens $i \in I_{\#j}$, A_{i,j_+} (resp. $A_{i,j}, A_{i,j_-}$) représente la quantité du bien $i \in I_{\#j}$ consommée pour stockage (resp. par suite de pertes lors de l'entretien du stock, lors du déstockage si $i_j \neq i$) par l'activité j_+ (resp. j, j_-) à son niveau unité pendant la période type, tandis que A_{i_j,j_-} (resp. $A_{i_j,j}, A_{i_j,j_+}$) représente la quantité du bien i_j fournie à partir du stock de bien i (resp. consommée par suite de pertes lors de l'entretien du stock, lors du stockage si $i_j \neq i$) par l'activité j_- (resp. j, j_+) à son niveau unité pendant la période type. Ainsi, on doit avoir,

$$(3.2.5) \quad A_{i,j_+} < 0 \quad (j \in J_{\#}, i \in I_{\#j}) ,$$

$$(3.2.5') \quad A_{i_j,j_-} \leq -A_{i,j_+} \quad (j \in J_{\#}, i \in I_{\#j}) ,$$

$$(3.2.5'') \quad A_{i_j,j'} \leq 0 \quad \text{si } i_j \neq i \text{ et } j' \neq j_- \quad (j \in J_{\#}, i \in I_{\#j}, j' \in J) ,$$

$$(3.2.6) \quad A_{i,j} \leq 0 \quad , \quad A_{i_j,j} \leq 0 \quad (j \in J_{\#}, i \in I_{\#j}) ,$$

$$(3.2.7) \quad A_{i,j_-} \leq 0 \quad , \quad A_{i_j,j_+} \leq 0 \quad (j \in J_{\#}, i \in I_{\#j}, i_j \neq i) ,$$

l'inégalité stricte dans (3.2.5'), (3.2.5''), (3.2.6) ou (3.2.7) traduisant des pertes.

(¹⁶) voir ce qui concerne la contrainte (3.4.5) à l'alinéa 3.4.b.

d) Coefficients techniques de transformation des équipements. Parmi les transformations d'équipements, on distingue la construction, la reconversion et le démantèlement. Ces trois types de transformations vont être pris en compte comme suit dans le même cadre formel. On commence par adjoindre à la nomenclature J d'activités un élément fictif j_\emptyset , l'activité "vide", en posant,

$$(3.2.8) \quad J_\emptyset = J \cup \{j_\emptyset\} \quad (\text{avec } j_\emptyset \notin J) ;$$

après quoi on représente par un couple $(j', j'') \in J_\emptyset \times J_\emptyset$ la transformation de l'activité j' en l'activité j'' , y compris lorsque j' ou j'' est l'activité vide : si $j \in J$, (j_\emptyset, j) représente la construction des équipements de l'activité j et (j, j_\emptyset) leur démantèlement ; tandis que si $j' \in J$ et $j'' \in J$, (j', j'') représente la reconversion de l'activité j' en l'activité j'' . Dans ces conditions, on désigne par Θ le sous-ensemble de $J_\emptyset \times J_\emptyset$ formé des transformations considérées comme possibles et on suppose que,

$$(3.2.9) \quad (j_\emptyset, j) \in \Theta \quad \text{et} \quad (j, j_\emptyset) \in \Theta \quad (j \in J) ,$$

$$(3.2.10) \quad (j, j) \notin \Theta \quad (j \in J_\emptyset)$$

ce qui exprime que toute activité peut donner lieu au moins à construction ou à démantèlement et exclut les reconversions à l'identique.

Cela étant, chaque transformation possible $\theta \in \Theta$, avec $\theta = (j', j'')$, est caractérisée d'abord par le nombre n_θ de périodes types consécutives qui sont requises par la transformation, puis, pour les périodes successives $n = 1, \dots, n_\theta$, par les coefficients techniques $K_{n;i,\theta}$ ($i \in I$) et par les taux de disponibilité $\lambda'_{n;\theta}$, $\lambda''_{n;\theta}$: le nombre réel $K_{n;i,\theta}$ mesure la quantité de bien $i \in I$ consommée (si $K_{n;i,\theta} \leq 0$) ou produite (si $K_{n;i,\theta} \geq 0$) ⁽⁵⁾ pendant la $n^{\text{ième}}$ des n_θ périodes types requises pour la transformation d'un module de l'activité j' en un module de l'activité j'' ; tandis que les nombres $\lambda'_{n;\theta}$ (si $j' \neq j_\emptyset$) et $\lambda''_{n;\theta}$ (si $j'' \neq j_\emptyset$), tels que,

$$(3.2.11) \quad 0 \leq \lambda'_{n;\theta} \leq 1 \quad \text{et} \quad 0 \leq \lambda''_{n;\theta} \leq 1 \quad (1 \leq n \leq n_\theta) ,$$

indiquent les taux de disponibilité, les fractions des équipements, respec-

tivement relatifs aux activités j' et j'' susceptibles de fonctionner pendant cette $n^{\text{ième}}$ période ⁽¹⁶⁾. Les productions éventuelles représentent des déchets ou des rebuts liés à la transformation, à l'exclusion des productions liées aux fonctionnements (éventuellement partiels si $\lambda'_{n;\theta} < 1$ ou $\lambda''_{n;\theta} < 1$) des activités j' et j'' , ces dernières productions étant prises en compte, ainsi que les consommations correspondantes, via les coefficients standard $A_{i,j'}$ et $A_{i,j''}$ ⁽¹⁶⁾. Les taux de disponibilité représentent des moyennes correspondant à un parc suffisamment important d'installations en cours de transformation ; une durée de transformation inférieure à une période peut être prise en compte, avec $n_\theta = 1$, par des valeurs > 0 convenables de $\lambda'_{1;\theta}$ et $\lambda''_{1;\theta}$ ⁽¹⁷⁾.

Tous les coefficients techniques ainsi introduits sont en général indépendants de la période type, sauf prise en compte d'accidents ⁽¹⁸⁾.

Pour compléter formellement les définitions précédentes, on pose : d'une part,

$$(3.2.12) \quad n_* = \text{Max}_{\theta \in \Theta} n_\theta ;$$

d'autre part, pour $i \in I, \theta \in \Theta$,

$$(3.2.13) \quad K_{n;i,\theta} = 0 \quad \text{et} \quad \lambda_{n;\theta} = 0 \quad \text{si} \quad n_\theta < n \leq n_* ;$$

enfin,

$$(3.2.14) \quad \begin{cases} \lambda'_{n;\theta} = 0 & \text{si} \quad \theta = (j_\emptyset, j) \quad (j \in J, 1 \leq n \leq n_\theta) , \\ \lambda''_{n;\theta} = 0 & \text{si} \quad \theta = (j, j_\emptyset) \quad (j \in J, 1 \leq n \leq n_\theta) . \end{cases}$$

La donnée des caractéristiques techniques des transformations d'équipements revient ainsi à celle du sous-ensemble Θ de $J_\emptyset \times J_\emptyset$, du nombre $n_* \geq 1$ et des multiplats de nombres réels,

$$(3.2.15) \quad K = (K_{n;i,\theta})_{1 \leq n \leq n_*, i \in I, \theta \in \Theta} ,$$

⁽¹⁶⁾ alinéa 3.2.b. ⁽¹⁷⁾ voir l'alinéa 6.3.d. ⁽¹⁸⁾ voir l'alinéa 3.4.c.

$$(3.2.16) \quad \Lambda' = (\lambda'_{n;\theta})_{1 \leq n \leq n_*, \theta \in \Theta} \quad , \quad \Lambda'' = (\lambda''_{n;\theta})_{1 \leq n \leq n_*, \theta \in \Theta} \quad .$$

La spécificité du sous-ensemble I_R de I formé des ressources primaires ⁽⁷⁾ se traduit en termes de K par la relation, analogue à (3.2.4),

$$(3.2.17) \quad K_{n;i,\theta} \leq 0 \quad (i \in I_R, \theta \in \Theta, 1 \leq n \leq n_\theta) \quad .$$

Le passage des consommations ou productions modulaires de transformation aux consommations ou productions absolues se fait au prorata des nombres de modules en cours de transformation, sans contrainte de seuil, donc sans prendre en compte directement d'éventuels effets d'échelle pour les transformations. En faveur de cette option, on remarque que les contraintes de seuil introduites pour le fonctionnement ⁽¹⁶⁾ devraient prévenir des niveaux de transformation trop faibles, au moins pour des régimes "raisonnables".

e) Caractéristiques des transferts entre secteurs. Du point de vue combinatoire des échanges, la caractérisation d'un transfert de bien réclame que soient précisés : le bien transféré, le secteur origine, le secteur destinataire et les secteurs auxquels sont imputées les consommations, ou productions parasites, inhérentes au transfert. Dans ce sens, les coefficients techniques de transfert constituent les composantes d'un multiplet de nombres réels,

$$(3.2.18) \quad E = (E_{i,i';\sigma',\sigma'';\sigma})_{i \in I, i' \in I, \sigma' \in S, \sigma'' \in S, \sigma \in S_{in}} \quad ,$$

conformément à l'interprétation suivante : pour tous biens $i \in I, i' \in I$ et tous secteurs $\sigma' \in S, \sigma'' \in S, \sigma \in S_{in}$ tels que $\sigma'' \neq \sigma'$, le nombre

$E_{i,i';\sigma',\sigma'';\sigma}$ représente la consommation (si $E_{i,i';\sigma',\sigma'';\sigma} \leq 0$) ou la production (si $E_{i,i';\sigma',\sigma'';\sigma} \geq 0$) ⁽⁵⁾ du bien i imputée au secteur (intérieur ⁽¹⁹⁾) σ pour assurer le transfert d'une quantité unité du bien i' entre le secteur origine σ' et le secteur destinataire σ'' . Les productions mentionnées

⁽¹⁹⁾ voir la fin de l'alinéa 3.3.b.

correspondent aux biens $i \in I$ représentant des déchets ou des rebuts ; les quantités $E_{i,i;\sigma',\sigma'';\sigma}$ sont toujours des consommations qui représentent des pertes imputées au secteur σ lors du transfert du bien i ; en particulier, les quantités $E_{i,i;\sigma',\sigma'';\sigma'}$ et $E_{i,i;\sigma',\sigma'';\sigma''}$ n'incluent pas la quantité transférée (ici l'unité). De plus $E_{i,i';\sigma',\sigma'';\sigma}$ n'ayant pas de signification pour $\sigma'' = \sigma'$, on complète la définition de E en posant,

$$(3.2.19) \quad E_{i,i';\sigma',\sigma';\sigma} = 0 \quad (i \in I, i' \in I, \sigma' \in S, \sigma \in S_{in}) \quad .$$

La spécificité du sous-ensemble I_R de I formé des ressources primaires ⁽⁷⁾ se traduit en termes de E par la relation, analogue à (3.2.4),

$$(3.2.20) \quad E_{i,i';\sigma',\sigma'';\sigma} \leq 0 \quad (i \in I_R, i' \in I, \sigma' \in S, \sigma'' \in S, \sigma \in S_{in}) \quad .$$

En élaborant la nomenclature de biens et la nomenclature d'activités pour que la première inclue des biens "services de transferts" convenables (services de distribution, de transport, etc ⁽²⁰⁾) et la seconde des activités produisant ces biens, ce formalisme permet de prendre en compte les divers transferts, avec comme seuls coefficients $E_{i,i';\sigma',\sigma'';\sigma}$ non nuls ceux pour lesquels, soit $i = i'$, soit i est un service de transfert. Les consommations, ou productions parasites, liées aux transferts transitent alors par celles des activités produisant les services de transfert en cause ; cela permet, en contrôlant les transferts de ces services (donc indirectement la répartition des activités qui les produisent) par des contraintes d'organisation des échanges convenables ⁽²¹⁾ d'exprimer une grande variété de nuances concernant la manière dont les transferts sont assumés. Par exemple ces activités de services peuvent être confinées dans des secteurs spécialisés (dans la distribution, les transports, etc) ou au contraire réparties de façon homogène ⁽²⁰⁾.

Cette méthode fait apparaître les coefficients $E_{i,i';\sigma',\sigma'';\sigma}$ comme représentant des propriétés géographiques ⁽²²⁾ et organisationnelles ⁽²¹⁾ plutôt que des caractéristiques techniques, ces dernières étant alors représentées par les coefficients techniques des activités produisant les

⁽²⁰⁾ voir l'alinéa 6.3.e. ⁽²¹⁾ voir les alinéas 3.1.d, 3.4.d, 6.3.e.

⁽²²⁾ voir l'alinéa 6.3.c.

services de transferts. On note dans ce sens que les multiplets E, ne représentant ainsi que des propriétés géographiques et organisationnelles, incluent une forte proportion de coefficients nuls, ce qui allège les calculs correspondants ⁽²³⁾.

Dans ce sens, la méthode précédente permet aussi, sans restriction de la généralité, d'imputer toutes les consommations de transfert aux secteurs concernés (secteur fournisseur ou secteur destinataire), ce qui s'écrit,

$$(3.2.21) \quad E_{i,i';\sigma',\sigma'';\sigma} = 0 \quad \text{si } \sigma \neq \sigma' \quad \text{et } \sigma \neq \sigma'' \\ (i \in I, i' \in I, \sigma' \in S, \sigma'' \in S, \sigma \in S_{in}) .$$

Plus particulièrement, toutes les consommations de transfert peuvent être imputées à l'un des secteurs concernés, par exemple au secteur fournisseur, ce qui s'écrit,

$$(3.2.22) \quad E_{i,i';\sigma',\sigma'';\sigma} = 0 \quad \text{si } \sigma \neq \sigma' \\ (i \in I, i' \in I, \sigma' \in S, \sigma'' \in S, \sigma \in S_{in}) .$$

La donnée du multiplet E [relation (3.2.18)] est alors équivalente à celle du multiplet,

$$(3.2.23) \quad E' = (E_{i,i';\sigma,\sigma''}^i)_{i \in I, i' \in I, \sigma \in S, \sigma'' \in S_{in}} ,$$

défini par,

$$(3.2.24) \quad E_{i,i';\sigma,\sigma''}^i = E_{i,i';\sigma,\sigma'';\sigma} \quad (i \in I, i' \in I, \sigma \in S, \sigma'' \in S_{in}) .$$

Cependant, l'option (3.2.22) ne permet pas de prendre en compte, en termes physiques, les consommations de transferts relatives aux importations ⁽²⁴⁾.

⁽²³⁾ voir l'alinéa 6.2.g.

⁽²⁴⁾ en effet, dans une importation, le secteur fournisseur σ' , étant extérieur ($\sigma' \in S_{ex}$) ne peut pas être égalé à $\sigma \in S_{in}$ dans la relation (3.2.24); voir l'alinéa 3.4.f (note ⁽³⁰⁾ du § 3.4) ainsi que l'alinéa 5.2.d.

Le passage des consommations ou productions unitaires de transferts aux consommations ou productions absolues se fait au prorata des quantités transférées, sans contrainte de seuil. D'éventuels effets d'échelle sont pris en compte, dans le cadre de la méthode précédente, via les contraintes de seuil relatives aux activités produisant les services de transferts.

§ 3.3. VARIABLES PHYSIQUES

a) Variables de base. Conformément à la définition des structures pivotales ⁽¹⁾, on distingue :

- d'une part les variables de fonctionnement qui comprennent,

- les niveaux d'activité des secteurs intérieurs,

$$q_{j;\sigma} \quad (j \in J, \sigma \in S_{in}) \quad ,$$

- les niveaux des transferts entre secteurs,

$$z_{i;\sigma',\sigma''} \quad (i \in I, \sigma' \in S, \sigma'' \in S) \quad ,$$

- les niveaux des commandes de transformations,

$$u_{\theta;\sigma} \quad (\theta \in \Theta ; \sigma \in S_{in}) \quad ;$$

- d'autre part les variables de capital fixe qui comprennent,

- les niveaux des stocks en début de période,

$$q_{j;\sigma} \quad (j \in J_{\#} ; \sigma \in S_{in}) \quad ,$$

- les niveaux des équipements installés en début de période,

$$q_{j;\sigma}^* \quad (j \in J ; \sigma \in S_{in}) \quad ,$$

- les niveaux des équipements en cours de construction, reconversion ou démantèlement,

$$q_{n;\theta;\sigma}^* \quad (\theta \in \Theta, 1 \leq n \leq n_{\theta}, \sigma \in S_{in}) \quad .$$

Toutes ces variables sont assujéties à ne prendre que des valeurs ≥ 0 . Elles sont relatives à une période type ⁽²⁾ que l'on suppose fixée dans ce paragraphe et dans le suivant.

Les interprétations et définitions données ci-après, ainsi que les contraintes écrites au § 3.4, concernent un même jeu de spécifications des variables relatives à la période type en cause. Ce jeu est constitué par les multiplats de nombres ≥ 0 ,

$$(3.3.1) \quad \begin{cases} q = (q_{j,\sigma})_{j \in J, \sigma \in S_{in}} \quad , \quad z = (z_{i;\sigma',\sigma''})_{i \in I, \sigma' \in S, \sigma'' \in S} \quad , \\ u = (u_{\theta;\sigma})_{\theta \in \Theta, \sigma \in S_{in}} \quad , \end{cases}$$

⁽¹⁾ alinéas 2.3.b ; voir aussi le § 5.1.

⁽²⁾ alinéa 3.2.a.

$$(3.3.2) \quad \left\{ \begin{array}{l} q^\# = (q_{j;\sigma})_{j \in J_\#, \sigma \in S_{in}} \quad , \quad q^* = (q_{j;\sigma}^*)_{j \in J, \sigma \in S_{in}} \quad , \\ q_\Theta^* = (q_{n;\theta;\sigma}^*)_{\theta \in \Theta, 1 \leq n \leq n_*, \sigma \in S_{in}} \quad , \end{array} \right.$$

représentant respectivement le fonctionnement [multiplets (3.3.1)] et le capital fixe [multiplets (3.3.2)] pendant la période type conformément aux interprétations qui suivent ⁽³⁾. On note que les niveaux des stocks, $q_{j;\sigma}$ ($j \in J_\#, \sigma \in S_{in}$), figurent à la fois comme variables de fonctionnement et comme variables de capital fixe. Cette convention, conforme à l'interprétation de ces variables, est sans implication formelle particulière.

Par ailleurs, pour ce qui est du multiplet (3.3.2), on convient de poser, dans le prolongement de (3.2.13),

$$(3.3.3) \quad q_{n;\theta;\sigma}^* = 0 \quad (\theta \in \Theta, n_\theta < n \leq n_*, \sigma \in S_{in}) \quad .$$

b) Interprétations et conventions. Pour chaque secteur intérieur $\sigma \in S_{in}$ ⁽⁴⁾ et pour chaque activité $j \in J$, d'une part $q_{j;\sigma}$ représente le niveau effectif de fonctionnement de l'activité j dans le secteur σ pendant la période type ; d'autre part, $q_{j;\sigma}^*$ représente le niveau maximum qui correspondrait au fonctionnement pendant la période type de tous les équipements, de l'activité j dans le secteur σ , utilisables en début de période, y compris ceux appelés à être en maintenance ou à être transformés pendant la période ; enfin, si $\theta = (j_\emptyset, j)$ [resp. $\theta = (j, j_\emptyset)$] , $u_{\theta;\sigma}$ représente le nombre de modules de l'activité j mis en construction [resp. en démantèlement] au début de la période type ; tandis que $q_{n;\theta;\sigma}$, avec $1 \leq n \leq n_\theta$, représente le nombre de modules de l'activité j qui sont en $n^{\text{ième}}$ période de construction [resp. de démantèlement] dans le secteur σ pendant la période type.

⁽³⁾ alinéa 3.3.b.

⁽⁴⁾ alinéa 3.1.d.

De même pour chaque secteur intérieur $\sigma \in S_{in}$ et pour chaque transformation envisageable $\theta = (j', j'')$, élément de $\Theta^{(5)}$ tel que $j' \in J$ et $j'' \in J$, $u_{\theta; \sigma}$ [resp. q_n^* ; $\theta; \sigma$ avec $1 \leq n \leq n_{\theta}$] représente le nombre de modules de l'activité j' qui, dans le secteur σ , sont mis en reconversion vers l'activité j'' au cours de la période type [resp. sont en $n^{i\text{ème}}$ période de reconversion vers l'activité j'' au cours de la période type].

De plus, conformément à l'alinéa 3.2.c, pour chaque activité $j \in J_{\#}$, d'entretien d'un stock, $q_{j; \sigma}$, $q_{j+; \sigma}$ ou $q_{j-; \sigma}$ représentent respectivement le niveau du stock au début de la période type, l'augmentation ou la diminution du stock pendant la période type par stockage ou par déstockage ; par ailleurs, $q_{j; \sigma}^*$, $q_{j+; \sigma}^*$, $q_{j-; \sigma}^*$ ont leurs significations standard de niveaux maximum.

Enfin, pour chaque bien $i \in I$, chaque secteur $\sigma' \in S$ et chaque secteur $\sigma'' \in S$ (secteurs intérieurs ou extérieurs), $z_{i; \sigma', \sigma''}$ représente la quantité du bien i transférée pendant la période type du secteur σ' au secteur σ'' . Dans ce sens, $z_{i; \sigma', \sigma''}$ n'a d'interprétation que pour $\sigma' \neq \sigma''$ et il n'y a pas d'inconvénient à poser, par commodité formelle,

$$(3.3.4) \quad z_{i; \sigma, \sigma} = 0 \quad \text{pour} \quad i \in I \quad \text{et} \quad \sigma \in S .$$

On souligne que le système productif n'est pris en compte, cela par les variables de niveaux des activités et des équipements installés ainsi que par les variables de transformations, que pour les secteurs intérieurs : les secteurs extérieurs n'interviennent que comme pôles d'échanges avec les secteurs intérieurs, via les variables de transfert correspondantes. En particulier, les transferts entre secteurs extérieurs sont en dehors du système représenté et il n'y a pas d'inconvénient à poser, par commodité formelle au-delà de (3.3.4),

$$(3.3.4') \quad z_{i; \sigma', \sigma''} = 0 \quad \text{pour} \quad i \in I, \quad \sigma' \in S_{ex}, \quad \sigma'' \in S_{ex} .$$

On note que les conventions (3.3.4) et (3.3.4') sont arbitraires ; d'autres conventions permettant de donner des interprétations aux termes $z_{i; \sigma', \sigma''}$ [$i \in I, \sigma' = \sigma''$ ou $(\sigma', \sigma'') \in S_{ex} \times S_{ex}$] en cause peuvent être envisagées.

(⁵) alinéa 3.2.c.

c) Deux types de variables dérivées. Pour chaque secteur intérieur $\sigma \in S_{in}$, on pose : d'une part, pour chaque activité $j \in J$,

$$(3.3.5) \quad q_{j;\sigma}^{**} = \mu_j (q_{j;\sigma}^* - \sum_{\theta \in \Theta'_j} q_{1;\theta;\sigma}^*) \\ + \sum_{\theta \in \Theta'_j} \sum_{n=1}^{n_\theta} \lambda'_{n;\theta} q_{n;\theta;\sigma}^* + \sum_{\theta \in \Theta''_j} \sum_{n=1}^{n_\theta} \lambda''_{n;\theta} q_{n;\theta;\sigma}^* ,$$

où Θ'_j et Θ''_j sont les sous-ensembles, éventuellement vides, de Θ définis par

$$(3.3.6) \quad \Theta'_j = \{(j, j'') \mid j'' \in J_\emptyset \text{ et } (j, j'') \in \Theta\} ,$$

$$(3.3.7) \quad \Theta''_j = \{(j', j) \mid j' \in J_\emptyset \text{ et } (j', j) \in \Theta\} ;$$

d'autre part, pour chaque bien $i \in I$,

$$(3.3.8) \quad e_{i;\sigma} = \sum_{j \in J} A_{i,j} q_{j;\sigma} + \sum_{j \in J} M_{i,j} (q_{j;\sigma}^* - \sum_{\theta \in \Theta'_j} q_{1;\theta;\sigma}^*) \\ + \sum_{\theta \in \Theta} \sum_{n=1}^{n_\theta} K_{n;i,\theta} q_{n;\theta;\sigma}^* + \sum_{\sigma' \in S} z_{i;\sigma',\sigma} - \sum_{\sigma'' \in S} z_{i;\sigma,\sigma''} \\ + \sum_{\sigma' \in S} \sum_{\sigma'' \in S} \sum_{i' \in I} E_{i,i';\sigma',\sigma'';\sigma} z_{i';\sigma',\sigma''} .$$

Le nombre $q_{j;\sigma}^{**}$ défini par (3.3.5) représente le niveau maximum pratique envisageable pour l'activité j dans le secteur σ pendant la période type, cela compte tenu des équipements installés, de leur maintenance et des disponibilités des équipements en cours de construction, reconversion ou démantèlement : par définition de Θ'_j , $\sum_{\theta \in \Theta'_j} q_{1;\theta;\sigma}^*$ représente le nombre de modules de l'activité j sur lesquels des travaux de reconversion ou de démantèlement ont été entrepris au début de la période type ; donc $q_{j;\sigma}^* - \sum_{\theta \in \Theta'_j} q_{1;\theta;\sigma}^*$ représente le nombre de modules en place hors travaux de transformation et,

en multipliant ce nombre par le taux de disponibilité μ_j lors de la maintenance ⁽⁶⁾, on obtient le premier terme au second membre de (3.3.5), qui représente ainsi le niveau utilisable hors travaux. Par définition de θ_j' , θ_j'' et de $\lambda_{n;\theta}'$, $\lambda_{n;\theta}''$ ⁽⁷⁾, le second et le troisième termes représentent les niveaux utilisables respectivement au cours des travaux de reconversion ou démantèlement à partir d'installations de l'activité j et au cours des travaux de construction ou reconversion conduisant à des installations de l'activité j .

Le nombre $e_{i;\sigma}$ défini par (3.3.8) représente le solde physique des apports et des utilisations de bien i dans le secteur σ pendant la période type, les apports étant comptés positivement et les utilisations négativement conformément à la convention relative aux coefficients techniques ⁽²⁾: apports et utilisations résultent d'abord des productions et consommations dues aux activités ayant lieu dans le secteur σ , tant en ce qui concerne le fonctionnement [1^{ère} somme au second membre de (3.3.8)] que la maintenance [2^{ème} somme] et les transformations [3^{ème} somme], productions et consommations étant calculées au prorata des niveaux via les coefficients techniques, cela y compris pour les activités de gestion des stocks ⁽⁵⁾; d'autres apports résultent des transferts vers le secteur σ [4^{ème} somme] et d'autres utilisations des transferts du secteur σ vers les autres secteurs [5^{ème} somme] ou des consommations dues aux divers transferts et affectées au secteur σ au prorata des quantités transférées [6^{ème} somme]. Bien sûr, parmi tous les termes écrits au second membre de (3.3.8), la majorité sont nuls en général.

⁽⁶⁾ alinéa 3.2.b.

⁽⁷⁾ alinéa 3.2.d.

§ 3.4. CONTRAINTES PHYSIQUES

a) Préliminaires. Les contraintes physiques sont classées ci-après selon les rubriques :

- contraintes d'équilibre physique des secteurs intérieurs (alinéa 3.4.b) ;
- équations d'évolution (alinéa 3.4.c) ;
- contraintes d'organisation des échanges (alinéa 3.4.d) ;
- contraintes circonstancielles (alinéa 3.4.e).

On donne aussi (alinéa 3.4.f) une première formulation de la contrainte d'équilibre en valeur des échanges extérieurs qui, bien que n'étant pas à proprement parler de nature physique, ne peut pas être dissociée de la représentation de la base physique, vu le rôle crucial qu'elle joue dans le bouclage des circulations entre le système et l'extérieur.

Toutes les contraintes écrites dans ce paragraphe sont relatives à une même période type et à un même jeu de spécifications des variables pour cette période ⁽¹⁾.

b) Contraintes d'équilibre physique des secteurs intérieurs. Pour chaque ressource primaire $i \in I_R$ ⁽²⁾ et pour chaque secteur intérieur $\sigma \in S_{in}$, on suppose donné un nombre $d_{i;\sigma} \geq 0$ qui représente la dotation dont est pourvu le secteur σ en cette ressource pendant la période type ⁽³⁾.

Les contraintes d'équilibre physique des secteurs intérieurs s'expriment alors par les relations (3.4.1) - (3.4.7) ci-après, où $e_{i;\sigma}$ ($i \in I$, $\sigma \in S_{in}$) et $q_{j,\sigma}^{**}$ ($j \in J$, $\sigma \in S_{in}$) sont fournis par (3.3.8) et (3.3.5) en fonction des variables courantes :

$$(3.4.1) \quad e_{i;\sigma} + d_{i;\sigma} \geq 0 \quad (i \in I_R, \sigma \in S_{in}) \quad ,$$

$$(3.4.2) \quad e_{i;\sigma} \geq 0 \quad (i \in I \setminus I_R, \sigma \in S_{in}) \quad ,$$

$$(3.4.3) \quad q_{j;\sigma} \geq \chi_j \quad \text{ou} \quad q_{j;\sigma} = 0 \quad (j \in J, \sigma \in S_{in}) \quad ,$$

⁽¹⁾ alinéas 3.2.a et 3.3.a. ⁽²⁾ alinéa 3.1.c.

⁽³⁾ voir l'interprétation ci-après et l'alinéa 6.3.c.

$$(3.4.4) \quad q_{j;\sigma} \leq q_{j;\sigma}^{**} \quad (j \in J, \sigma \in S_{in}) \quad ,$$

$$(3.4.5) \quad q_{j_-;\sigma} \leq q_{j;\sigma} \quad (j \in J_{\#}, \sigma \in S_{in}) \quad ,$$

$$(3.4.6) \quad \sum_{\theta \in \Theta'_j} u_{\theta;\sigma} \leq q_{j;\sigma}^* \quad (j \in J, \sigma \in S_{in}) \quad (4) \quad ,$$

$$(3.4.7) \quad q_{1;\theta;\sigma} = u_{\theta;\sigma} \quad (\theta \in \Theta, \sigma \in S_{in}) \quad .$$

L'interprétation de ces contraintes peut être explicitée comme suit.

En ce qui concerne (3.4.1), on remarque que, pour $i \in I_R$, la seule contribution ≥ 0 au second membre de (3.3.8) est la quantité $\sum_{\sigma' \in S} z_{i;\sigma',\sigma}$ de la ressource i transférée vers le secteur σ ⁽⁵⁾. La contrainte (3.4.1) exprime donc que la somme de cette quantité et de la dotation $d_{i;\sigma}$ est au moins égale aux utilisations de la ressource i ; on note que la dotation $d_{i;\sigma}$ peut être nulle, le seul apport résultant alors du transfert $\sum_{\sigma' \in S} z_{i;\sigma',\sigma}$. De même, lorsque le bien i est un produit ($i \in I \setminus I_R$), la contrainte (3.4.2) exprime que les apports en bien i au secteur σ pendant la période type excèdent les utilisations.

La contrainte (3.4.3) prend en compte les effets d'échelle en exprimant qu'une activité $j \in J$ telle que $\chi_j > 0$ ne peut avoir un niveau $q_{j;\sigma} > 0$ [c'est-à-dire fonctionner effectivement, en particulier avec les coefficients techniques $A_{i,j}$ ($i \in I$) donnés qui figurent au second membre de (3.3.8) ⁽⁶⁾] que si le niveau $q_{j;\sigma}$ est au moins égal au seuil χ_j . La contrainte disparaît évidemment lorsque $\chi_j = 0$.

La contrainte (3.4.4) exprime que le niveau effectif de fonctionnement $q_{j;\sigma}$ ne peut dépasser le niveau maximum pratique envisageable $q_{j;\sigma}^{**}$ ⁽⁷⁾; tandis que la contrainte (3.4.5) exprime que, pour chaque activité $j \in J_{\#}$ d'entretien du stock, la diminution $q_{j_-;\sigma}$ du stock par déstockage pendant la période type ne peut dépasser le niveau $q_{j;\sigma}$ du stock en début de période ⁽⁸⁾. On souligne l'importance de cette dernière contrainte lorsque l'ac-

⁽⁴⁾ Θ'_j est défini par (3.3.6) ci-dessus.

⁽⁵⁾ cela résulte de (3.2.4), (3.2.17), (3.2.20) et de ce que toutes les variables sont ≥ 0 .

⁽⁶⁾ alinéa 3.2.b. ⁽⁷⁾ alinéa 3.3.c. ⁽⁸⁾ alinéa 3.3.b.

tivité $j \in J_{\#}$ correspond à un processus productif s'étalant sur plusieurs périodes types consécutives ⁽⁹⁾: c'est elle qui, conjuguée avec la distinction entre i et i_j ainsi que les conditions (3.2.5) - (3.2.7) [spécialement (3.2.5'')], assure que l'élaboration du produit intermédiaire $i \in I_{\#j}$ ne peut se poursuivre qu'à la période suivant la période type où il a été lui-même élaboré.

Enfin, la contrainte (3.4.6) exprime que les décisions de reconversion ou de démantèlement concernant l'activité j (décisions représentées par les variables de commande $u_{\theta;\sigma}$ pour θ dans $\Theta_j^!$) sont compatibles avec les équipements installés en début de période représentés par $q_{j;\sigma}^*$; tandis que la contrainte (3.4.7) exprime que les travaux entrepris sont conformes aux décisions prises. On note que (3.4.6) et (3.4.7) entraînent que,

$$(3.4.8) \quad \sum_{\theta \in \Theta_j^!} q_{1;\theta;\sigma}^* \leq q_{j;\sigma}^* \quad (j \in J, \sigma \in S_{jn}) ,$$

cette relation faisant que $q_{j;\sigma}^{**}$, fourni par (3.3.5), est toujours ≥ 0 .

c) Equations d'évolution. Ces équations expriment comment les décisions prises pendant la période type conditionnent l'évolution des stocks et du capital fixe entre cette période et la suivante.

Afin de les expliciter, on désigne par $\hat{q}_{j;\sigma}$, $\hat{q}_{j;\sigma}^*$ ($j \in J, \sigma \in S_{jn}$) et $\hat{q}_{n;\theta;\sigma}^*$ ($\theta \in \Theta, 1 \leq n \leq n_{\theta}, \sigma \in S_{jn}$) les valeurs prises, pendant la période suivant la période type, par les variables, de niveaux d'activité et de niveaux d'équipements, dont les valeurs pendant la période type sont $q_{j;\sigma}$, $q_{j;\sigma}^*$ ($j \in J, \sigma \in S_{jn}$) et $q_{n;\theta;\sigma}^*$ ($\theta \in \Theta, 1 \leq n \leq n_{\theta}, \sigma \in S_{jn}$) respectivement.

Cela étant, les équations d'évolution s'écrivent : pour ce qui est des stocks,

$$(3.4.9) \quad \hat{q}_{j;\sigma} = q_{j;\sigma} + q_{j+;\sigma} - q_{j-;\sigma} \quad (j \in J_{\#}, \sigma \in S_{jn}) \quad (10) ,$$

(9) alinéa 3.2.c.

(10) alinéas 3.2.c et 3.3.b.

et pour ce qui est des équipements,

$$(3.4.10) \quad \hat{q}_{n+1;\theta;\sigma}^* = q_{n;\theta;\sigma}^* \quad (\theta \in \Theta, 1 \leq n < n_\theta, \sigma \in S_{in}) ,$$

$$(3.4.11) \quad \hat{q}_{j;\sigma}^* = q_{j;\sigma}^* - \sum_{\theta \in \Theta_j^!} q_{1;\theta;\sigma}^* + \sum_{\theta \in \Theta_j''} q_{n_\theta;\theta;\sigma}^* \quad (j \in J, \sigma \in S_{in}) \quad (11) .$$

L'interprétation de ces équations peut être explicitée comme suit.

L'équation d'évolution des stocks (3.4.9) exprime la conservation, de la période type à la période suivante, des biens stockés par l'activité d'entretien de stock $j \in J_\#$, compte tenu de ce que $q_{j;\sigma}$, $q_{j_+;\sigma}$ ou $q_{j_-;\sigma}$ représentent respectivement le niveau du stock en début de période, l'augmentation ou la diminution du stock pendant la période par stockage ou déstockage⁽⁸⁾. On note que la contrainte de compatibilité (3.4.5) des déstockages avec les niveaux des stocks entraîne que $\hat{q}_{j;\sigma}$ donné par (3.4.9) est ≥ 0 en même temps que $q_{j;\sigma}$, $q_{j_+;\sigma}$ et $q_{j_-;\sigma}$.

Pour ce qui est des équipements, l'équation (3.4.10) exprime la conservation, entre la période type et la période suivante, des installations en chantier ainsi que la régularité des travaux, en ce sens que (3.4.10) stipule que tout chantier, qui en est à sa $n^{\text{ième}}$ période pendant la période type, en est à sa $n+1^{\text{ième}}$ pendant la période suivante. Enfin, l'équation (3.4.11) exprime la conservation des équipements terminés, le terme $q_{j;\sigma}^* - \sum_{\theta \in \Theta_j^!} q_{1;\theta;\sigma}^*$ [toujours ≥ 0 d'après (3.4.8)] représentant les équipements non touchés par des travaux de reconversion ou de démantèlement pendant la période type⁽⁷⁾ et le terme $\sum_{\theta \in \Theta_j''} q_{n_\theta;\theta;\sigma}^*$ les équipements qui arrivent à achèvement à la fin de la période type.

Les équations d'évolution (3.4.9), (3.4.10), (3.4.11) ainsi que (3.4.7) définissent en fait les valeurs des variables de stock et de capital fixe pour la période suivant la période type comme fonctions des valeurs de ces variables et des valeurs des variables de commande pour la période type, commande de stockage ou de déstockage et commande de transformation des installations. Cette fonction d'évolution est l'un des termes constitutifs

(11) $\Theta_j^!$ et Θ_j'' sont définis par (3.3.6) et (3.3.7) (alinéa 3.3.c).

des structures pivotales associées au formalisme introduit ici ⁽¹²⁾.

Ce caractère fonctionnel, déterministe, de la correspondance entre commande et évolution des stocks ou des équipements n'empêche pas de prendre en compte d'éventuels accidents destructeurs. Par exemple la destruction accidentelle d'un équipement peut être prise en compte par une valeur > 0 du niveau de commande de démantèlement correspondante s'il s'agit d'un équipement terminé ou par augmentation des coefficients techniques de transformation s'il s'agit d'un équipement en cours de transformation.

d) Contraintes d'organisation des échanges. Ces contraintes ont pour but de définir le profil général des secteurs, de les différencier, alors qu'à ce stade de la présentation, ils ne sont que les postes d'une nomenclature formelle S.

Elles s'écrivent :

$$(3.4.12) \quad \beta_{i;\sigma',\sigma}^{(-)} z_{i;*,\sigma} \leq z_{i;\sigma',\sigma} \leq \beta_{i;\sigma',\sigma}^{(+)} z_{i;*,\sigma} \quad (i \in I, \sigma' \in S, \sigma \in S) ,$$

$$(3.4.13) \quad \beta_{i;\sigma,\sigma''}^{(-)} z_{i;\sigma,*} \leq z_{i;\sigma,\sigma''} \leq \beta_{i;\sigma,\sigma''}^{(+)} z_{i;\sigma,*} \quad (i \in I, \sigma \in S, \sigma'' \in S) ,$$

où on a posé,

$$(3.4.14) \quad z_{i;*,\sigma} = \sum_{\sigma' \in S} z_{i;\sigma',\sigma} \quad \text{et} \quad z_{i;\sigma,*} = \sum_{\sigma'' \in S} z_{i;\sigma,\sigma''} \quad (i \in I, \sigma \in S).$$

Dans les relations (3.4.12), (3.4.13), $\beta_{i;\sigma',\sigma''}^{(-)}$, $\beta_{i;\sigma',\sigma''}^{(+)}$, $\beta_{i;\sigma',\sigma''}^{(-)}$, $\beta_{i;\sigma',\sigma''}^{(+)}$ ($i \in I, \sigma' \in S, \sigma'' \in S$) sont des coefficients ≥ 0 donnés tels que,

$$(3.4.15) \quad \begin{cases} 0 \leq \beta_{i;\sigma',\sigma''}^{(-)} \leq \beta_{i;\sigma',\sigma''}^{(+)} \leq 1 & (i \in I, \sigma' \in S, \sigma'' \in S) , \\ 0 \leq \beta_{i;\sigma',\sigma''}^{(-)} \leq \beta_{i;\sigma',\sigma''}^{(+)} \leq 1 & (i \in I, \sigma' \in S, \sigma'' \in S) , \end{cases}$$

⁽¹²⁾ voir l'alinéa 5.1.d.

$$(3.4.16) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sum_{\sigma' \in S} \beta_{i;\sigma',\sigma}^{(-)} \leq 1 \leq \sum_{\sigma' \in S} \beta_{i;\sigma',\sigma}^{(+)} \quad (i \in I, \sigma \in S) , \\ \sum_{\sigma'' \in S} \beta_{i;\sigma,\sigma''}^{(-)} \leq 1 \leq \sum_{\sigma'' \in S} \beta_{i;\sigma,\sigma''}^{(+)} \quad (i \in I, \sigma \in S) , \end{array} \right.$$

$$(3.4.17) \quad \beta_{i;\sigma,\sigma}^{(+)} = \beta_{i;\sigma,\sigma}^{(-)} = 0 \quad (i \in I, \sigma \in S) ,$$

$$(3.4.18) \quad \beta_{i;\sigma',\sigma''}^{(+)} = \beta_{i;\sigma',\sigma''}^{(-)} = 0 \quad (i \in I, \sigma' \in S_{ex}, \sigma'' \in S_{ex}) .$$

Les relations (3.4.15), (3.4.16) sont des conditions de compatibilité nécessaires pour que (3.4.12), (3.4.13) n'entraînent pas d'impossibilités parasites, tandis que les conditions (3.4.17) et (3.4.18) correspondent respectivement aux conventions (3.3.4) et (3.3.4').

On désignera par $\beta^{(-)}$ [resp. $\beta^{(+)}$, $\beta''^{(-)}$, $\beta''^{(+)}$] le multiplet $(\beta_{i;\sigma',\sigma''}^{(-)})_{i \in I, \sigma' \in S, \sigma'' \in S}$ resp. $(\beta_{i;\sigma',\sigma''}^{(+)})$, $(\beta_{i;\sigma',\sigma''}^{(-)})$, $(\beta_{i;\sigma',\sigma''}^{(+)})$ et par β le multiplet $(\beta^{(-)}, \beta^{(+)}, \beta''^{(-)}, \beta''^{(+)})$. Un tel multiplet β vérifiant (3.4.15) - (3.4.18) sera appelé jeu de données d'organisation des échanges.

Chaque tel jeu de données β conditionne, via les contraintes (3.4.12), (3.4.13) les transferts $z_{i;\sigma',\sigma''}$ ($i \in I, \sigma' \in S, \sigma'' \in S$) entre secteurs : la contrainte (3.4.12) [resp. (3.4.13)] exprime des limitations par un encadrement de la répartition de la demande totale $z_{i;*,\sigma}$ [resp. de la fourniture totale $z_{i;*,\sigma}$] de bien i par le secteur σ aux autres secteurs. Ces limitations peuvent être plus ou moins strictes selon la longueur des intervalles $[\beta_{i;\sigma',\sigma}^{(-)}, \beta_{i;\sigma',\sigma}^{(+)}]$ ou $[\beta_{i;\sigma,\sigma''}^{(-)}, \beta_{i;\sigma,\sigma''}^{(+)}]$. Par exemple $\beta_{i;\sigma',\sigma}^{(-)} = \beta_{i;\sigma',\sigma}^{(+)} = 0$ stipule l'impossibilité du transfert du bien i du secteur σ' au secteur σ ⁽¹³⁾, tandis que $\beta_{i;\sigma',\sigma}^{(-)} = 0$ et $\beta_{i;\sigma',\sigma}^{(+)} = 1$ signifie une absence totale de limitation ⁽¹⁴⁾.

⁽¹³⁾ dans l'état actuel de l'économie, le secteur "agriculture" ne peut fournir de tracteurs au secteur "industrie mécanique" et ne peut en recevoir que via un secteur de distribution...

⁽¹⁴⁾ une absence totale de limitation pour les transferts de tous les biens entre deux secteurs peut convenir si ces secteurs ont une signification purement géographique, de localisation ; voir les alinéas 3.1.d, 3.2.e et 6.3.c.

Ces contraintes déterminent ainsi un schéma général de ce que sont les échanges possibles ; elles peuvent être interprétées comme représentant, en termes agrégés de secteurs, soit des usages, soit des réglementations, soit des contrats ou des accords qui régissent les échanges entre agents dans l'ensemble humain considéré.

On note que les contraintes (3.4.12) et (3.4.13) concernent aussi bien les transferts entre secteurs intérieurs que ceux entre secteurs intérieurs et secteurs extérieurs, c'est-à-dire les échanges extérieurs. Ces derniers sont aussi envisagés dans les deux alinéas suivants.

e) Contraintes circonstancielles. On regroupe sous ce vocable des contraintes diverses, instantanées ou avec délai (¹⁵), qui représentent soit des circonstances, soit des comportements ne s'exprimant qu'en termes physiques.

Les principaux exemples de contraintes circonstancielles instantanées se présentent sous la forme de bornes supérieures ou inférieures, imposées à certaines variables. Dans ce sens, on cite les limitations suivantes :

$$(3.4.19) \quad e_{i;\sigma} \leq \bar{e}_{i;\sigma} \quad (i \in I, \sigma \in S_{in}) \quad , \quad (16)$$

$$(3.4.20) \quad e_{i;\sigma} \geq \underline{e}_{i;\sigma} \quad (i \in I, \sigma \in S_{in}) \quad ,$$

$$(3.4.21) \quad q_{j;\sigma} \leq \bar{q}_{j;\sigma} \quad (j \in J, \sigma \in S_{in}) \quad ,$$

$$(3.4.22) \quad q_{j;\sigma} \geq \underline{q}_{j;\sigma} \quad (j \in J, \sigma \in S_{in}) \quad ,$$

$$(3.4.23) \quad z_{i;\sigma',\sigma''} \leq \bar{z}_{i;\sigma',\sigma''} \quad (i \in I, \sigma' \in S, \sigma'' \in S) \quad ,$$

$$(3.4.24) \quad z_{i;\sigma',\sigma''} \geq \underline{z}_{i;\sigma',\sigma''} \quad (i \in I, \sigma' \in S, \sigma'' \in S) \quad .$$

Dans ces relations, les bornes $\bar{e}_{i;\sigma}$, $\underline{e}_{i;\sigma}$ sont des nombres quelconques,

(¹⁵) alinéa 2.4.d.

(¹⁶) $e_{i;\sigma}$ est défini par (3.3.8).

les bornes $\bar{q}_{j;\sigma}$, $q_{j;\sigma}$, $\bar{z}_{i;\sigma',\sigma''}$, $z_{i;\sigma',\sigma''}$ des nombres ≥ 0 qui sont des données. De même que les dotations $d_{i;\sigma}$ ($i \in I_R$, $\sigma \in S_{in}$) ⁽¹⁷⁾, ces données seront dites circonstancielles. Les limitations sont écrites ci-dessus pour toutes les valeurs des indices ($i \in I$, $j \in J$, $\sigma \in S_{in}$, $\sigma' \in S$, $\sigma'' \in S$) en cause ; on peut évidemment ne conserver comme effectives que certaines d'entre elles en prenant pour les autres des bornes supérieures (resp. inférieures) très grandes (resp. nulles ou négatives et très grandes en valeur absolue).

Chacune des contraintes (3.4.19) stipule une limitation de l'excédent d'un bien i . Par exemple, en prenant $\bar{e}_{i;\sigma} = -d_{i;\sigma}$ lorsque $i \in I_R$ [resp. $\bar{e}_{i;\sigma} = 0$ lorsque $i \in I \setminus I_R$], (3.4.19) impose que l'excédent est nul d'après la contrainte d'équilibre de base (3.4.1) [resp. (3.4.2)]. Une telle contrainte peut représenter une décision lorsque le bien i représente un déchet toxique ⁽¹⁸⁾. Une variante affaiblie de (3.4.19) peut s'écrire,

$$(3.4.19') \quad \sum_{\sigma \in S_{in}} e_{i;\sigma} \leq \bar{e}_i \quad (i \in I) \quad ,$$

où les bornes \bar{e}_i sont des nombres quelconques donnés.

A l'opposé, des contraintes (3.4.20) permettent de prendre en compte, soit des restrictions dans l'utilisation des ressources $i \in I_R$ en prenant $e_{i;\sigma} > d_{i;\sigma}$, soit des pertes de produits $i \in I \setminus I_R$ en prenant $e_{i;\sigma} > 0$.

Une contrainte du type (3.4.21) permet, par exemple, d'exprimer la limitation d'une ressource primaire consommée par une activité j , sans avoir à représenter cette ressource par un poste de la nomenclature de biens ⁽¹⁸⁾. Des contraintes du même type permettent de limiter les niveaux sectoriels de certaines activités, par exemple de les mettre à zéro, complétant ainsi les contraintes d'organisation des échanges.

Une contrainte du type (3.4.22) permet d'exprimer qu'un niveau de fonctionnement n'est pas contingent, la conjugaison de (3.4.21) et (3.4.22) avec $q_{j;\sigma} = \bar{q}_{j;\sigma}$ permettant de fixer l'activité j au niveau $\bar{q}_{j;\sigma}$ dans le secteur σ . Par exemple, on peut fixer ainsi la taille d'une population en prenant pour σ un secteur domestique et pour j une activité d'entretien final dont le niveau est proportionnel à la taille de la population en

⁽¹⁷⁾ alinéa 3.4.b.

⁽¹⁸⁾ voir l'alinéa 6.3.c.

question ⁽¹⁹⁾).

Les contraintes (3.4.23) permettent de prendre en compte le contingentement de certains échanges, en particulier des échanges extérieurs, ou des limitations de disponibilités du marché extérieur. Par exemple, (3.4.23) pour $\sigma' \in S_{ex}$ et $\sigma'' \in S_{in}$ exprime un contingentement ou une limitation de l'offre des biens i pour importations par le secteur σ'' en provenance du secteur extérieur σ' . Dans le même sens, un contingentement global aux niveaux \bar{z}_i donnés s'exprimerait par,

$$(3.4.23') \quad \sum_{\sigma' \in S_{ex}} \sum_{\sigma'' \in S_{in}} z_{i;\sigma',\sigma''} \leq \bar{z}_i \quad (i \in I).$$

Enfin, à l'opposé, les contraintes (3.4.24) permettent de représenter des accords ou des traditions imposant un niveau minimum à certains échanges.

On voit qu'un choix convenable des bornes permet d'exprimer (par les types de contraintes circonstancielles proposées ou par des variantes, avec des bornes pouvant dépendre de la période type) des éventualités très diverses tant de décisions que de circonstances intérieures ou extérieures.

Comme contraintes circonstancielles avec délai, on cite,

$$(3.4.25) \quad \delta_{j;\sigma}^{(-)} \check{q}_{j;\sigma} \leq q_{j;\sigma} \leq \delta_{j;\sigma}^{(+)} \check{q}_{j;\sigma} \quad (j \in J, \sigma \in S_{in}) ,$$

où $\delta_{j;\sigma}^{(-)}$ et $\delta_{j;\sigma}^{(+)}$ sont des nombres ≥ 0 donnés tels que $0 \leq \delta_{j;\sigma}^{(-)} \leq \delta_{j;\sigma}^{(+)}$ ($j \in J, \sigma \in S_{in}$).

Dans la relation (3.4.25), $\check{q}_{j;\sigma}$ désigne le niveau de l'activité j dans le secteur σ pendant la période précédant la période type où ce niveau vaut $q_{j;\sigma}$. Ainsi (3.4.25) stipule une certaine rigidité dans l'évolution du niveau des activités. Cette rigidité peut représenter des impératifs de régularité dans le fonctionnement, impératifs pouvant relever aussi bien de considérations techniques que de comportements ou de circonstances.

On peut aussi considérer des contraintes analogues à (3.4.25) mais concernant les niveaux des transferts entre secteurs, en particulier ceux

⁽¹⁹⁾ voir l'alinéa 6.3.f.

concernant les échanges extérieurs. La rigidité en cause peut alors représenter des contrats régissant les échanges.

Parmi les contraintes circonstanciennes envisageables, on cite pour terminer celles qui font intervenir un mécanisme à seuil. Voici un exemple de telle contrainte permettant un traitement du progrès technique ⁽²⁰⁾ : supposant fixés une transformation d'équipements $\theta \in \Theta$, une activité de gestion de stock $j_* \in J_{\#}$ ⁽²¹⁾ et un secteur intérieur $\sigma_* \in S_{in}$, la contrainte envisagée s'écrit,

$$(3.4.26) \quad u_{\theta; \sigma} = 0 \quad \text{si} \quad q_{j_*; \sigma_*} < \underline{q}_{j_*; \sigma_*} \quad (\sigma \in S_{in}) ,$$

où $\underline{q}_{j_*; \sigma_*}$ est un seuil > 0 donné. Cette contrainte signifie qu'aucune transformation du type θ ne peut être lancée (via une commande $u_{\theta; \sigma} > 0$) tant que le niveau $q_{j_*; \sigma_*}$ du stock correspondant à l'activité $j_* \in J_{\#}$ reste, dans le secteur σ_* , inférieur au seuil $\underline{q}_{j_*; \sigma_*}$.

Des contraintes de ce type peuvent être introduites pour représenter la subordination de la disponibilité de techniques nouvelles à l'accumulation d'un savoir-faire via des activités de recherche-développement convenables. Dans ce sens, l'élément $\theta = (j', j'')$ de Θ représente la technique nouvelle : soit mise en place d'une activité nouvelle $j \in J$ en prenant $j' = j_{\emptyset}$ et $j'' = j$, soit procédé nouveau-reconversion (resp. démantèlement) de l'activité $j \in J$ en prenant $j' = j$ et $j'' \in J$ (resp. $j'' = j_{\emptyset}$), les coefficients techniques correspondants (de fonctionnement, de maintenance ou de transformation ⁽²²⁾) étant à évaluer par une prospective technologique adéquate ⁽²³⁾. D'autre part, le bien i_* stocké par l'activité j_* (i.e. tel que $i_* \in I_{\#j_*}$ ⁽²¹⁾) représente le savoir-faire ⁽²⁴⁾ à l'accumulation duquel est subordonnée, via (3.4.26), la possibilité de mise en œuvre de la transformation θ . Enfin, ce savoir-faire i_* est produit par les activités de recherche-développement en cause, lesquelles figurent dans la nomenclature d'activités et sont caractérisées de façon standard par leurs coefficients techniques ⁽²²⁾.

⁽²⁰⁾ voir l'alinéa 7.2.a.

⁽²¹⁾ alinéa 3.2.c.

⁽²²⁾ alinéas 3.2.b - 3.2.d.

⁽²³⁾ voir l'alinéa 7.2.d.

⁽²⁴⁾ traité comme un service ; voir l'alinéa 6.3.e.

f) Contraintes physiques et équilibre des échanges extérieurs. Les contraintes physiques explicitées dans les alinéas 3.4.b - 3.4.e ci-dessus jouent un rôle déterminant dans la définition du type de structures pivotales que l'on a en vue et qui est défini au chapitre 5 : les contraintes d'équilibre physique des secteurs [relations (3.4.1) - (3.4.7)], les contraintes d'organisation des échanges [relations (3.4.12), (3.4.13)] et les contraintes circonstanciées [relations (3.4.19) - (3.4.26)] interviennent dans la définition des extensions de ces structures, tandis que les équations d'évolution [relations (3.4.9) - (3.4.11)] interviennent dans celle des fonctions d'évolution ⁽²⁵⁾.

Dans les cas où l'ensemble économique considéré est sans relations avec l'extérieur, cas où S_{ex} est vide ⁽²⁶⁾, les contraintes physiques forment, à elles seules, un système acceptable de contraintes ⁽²⁷⁾ auquel on peut associer directement une structure pivotale. Cette structure permet, dans ce cas, d'étudier les régimes ou évolutions compatibles avec les seuls déterminants physiques ⁽²⁸⁾.

Par contre, dans les cas où l'ensemble considéré entretient des échanges extérieurs, ces échanges interviennent dans le bouclage des circulations physiques et les contraintes physiques ne forment plus, à elles seules, un système acceptable de contraintes : il faut au moins leur adjoindre une contrainte d'équilibre en valeur des échanges extérieurs.

La balance des échanges extérieurs est étudiée au chapitre 4 avec la représentation de l'appareil monétaire et financier ⁽²⁹⁾. Bien qu'elle ne soit pas à proprement parler "physique", on donne ci-après une formulation de la contrainte d'équilibre correspondante, vu son caractère indissociable des contraintes physiques mentionnées ci-dessus.

Admettant donc que des échanges extérieurs sont possibles, c'est-à-dire que S_{ex} n'est pas vide, on suppose donné un système de prix sur le marché extérieur,

$$(3.4.27) \quad p^{ex} = (p_i^{ex}; \sigma', \sigma'')_{i \in I, (\sigma', \sigma'') \in (S_{in} \times S_{ex}) \cup (S_{ex} \times S_{in})} ,$$

⁽²⁵⁾ voir l'alinéa 5.1.d.

⁽²⁷⁾ alinéa 2.4.a.

⁽²⁹⁾ voir l'alinéa 4.1.b.

⁽²⁶⁾ alinéa 3.1.d.

⁽²⁸⁾ voir le § 5.2.

$p_{i;\sigma',\sigma''}^{ex}$ [$i \in I$ (σ', σ'') $\in (S_{in} \times S_{ex}) \cup (S_{ex} \times S_{in})$] désignant le prix relativement auquel sont valorisés les transferts de bien i du secteur σ' vers le secteur σ'' , cela en moyenne pendant la période type et par rapport à une même devise sur le marché extérieur ⁽²⁹⁾ ⁽³⁰⁾.

Cela étant, l'équation d'équilibre (en devises) des échanges extérieurs s'écrit,

$$(3.4.28) \quad Z^{ex} = \sum_{\sigma' \in S_{in}} \sum_{\sigma'' \in S_{ex}} \sum_{i \in I} (p_{i;\sigma',\sigma''}^{ex} z_{i;\sigma',\sigma''} - p_{i;\sigma'',\sigma'}^{ex} z_{i;\sigma'',\sigma'}).$$

Cette équation définit Z^{ex} comme une nouvelle variable qui représente le solde apparent, en devises, des échanges extérieurs pendant la période type en cause. Plusieurs modes opératoires sont alors possibles.

On peut considérer la variable Z^{ex} comme exogène ou la soumettre à une contrainte unilatérale,

$$(3.4.29) \quad Z^{ex} \geq Z_0^{ex},$$

où Z_0^{ex} est exogène ⁽³¹⁾. La conjonction de (3.4.28) et de (3.4.29), par exemple, fournit une première formulation de la contrainte extérieure qui sera dite minimale. Au chapitre 4, la variable Z^{ex} est considérée comme endogène et exprimée en termes des opérations financières en cours ⁽³²⁾, l'équation (3.4.28) devenant ainsi une contrainte liant ces opérations aux échanges extérieurs. De plus, la variable Z_0^{ex} peut aussi être rendue endogène ⁽³³⁾.

Enfin, la contrainte extérieure minimale (3.4.29) est à conjuguer avec les contraintes d'organisation et les contraintes circonstancielles déjà mentionnées concernant ces échanges ⁽³⁴⁾.

⁽³⁰⁾ le choix de P^{ex} est lié à celui de E (alinéa 3.2.e). Par exemple, dans l'option (3.2.22) les prix $p_{i;\sigma',\sigma''}^{ex}$ ($i \in I, \sigma' \in S_{ex}, \sigma'' \in S_{in}$) doivent inclure les coûts de transfert.

⁽³¹⁾ voir l'alinéa 5.2.b. ⁽³²⁾ voir les équations (4.2.11) et (4.2.11').

⁽³³⁾ voir l'exemple de la structure P_2 à l'alinéa 5.2.f.

⁽³⁴⁾ alinéas 3.4.d et 3.4.e.

CHAPITRE 4 : REPRESENTATION DE L'APPAREIL MONETAIRE ET FINANCIER

Ce chapitre constitue la suite directe du chapitre 3 : la représentation de la base physique du processus économique qui fait l'objet de ce dernier est complétée ici par une représentation de l'appareil monétaire et financier.

Dans le même esprit qu'au chapitre 3 ⁽¹⁾, il s'agit de spécification générale, le formalisme introduit pour représenter les circulations monétaires et financières étant à la fois suffisamment général pour permettre des formulations mathématiques maniables et suffisamment explicite pour couvrir, via des interprétations convenables, des spécifications particulières variées ⁽²⁾. Ainsi, la complexité des circulations en question est prise en compte par l'intermédiaire d'une nomenclature de types d'opérations (§ 4.1, alinéas 4.1.d et 4.1.e) qui, étant générique, permet d'exprimer simplement les divers équilibres comptables (§ 4.2) sans avoir à spécifier telle ou telle forme particulière d'organisation des transferts ou des opérations financières.

Ces organisations sont aussi considérées comme génériques (§ 4.3) et le cadre comptable introduit permet d'en envisager les spécifications particulières les plus diverses. Toutefois, on ne cherche pas ici à expliciter complètement des spécifications particulières acceptables de l'organisation monétaire et financière ; on donne seulement, pour fixer les idées, d'une part des indications partielles (en particulier aux alinéas 4.2.d, 4.3.b, 4.3.c) concernant la représentation, dans le cadre proposé, de l'organisation actuelle en France ⁽³⁾, d'autre part un exemple formel simple (alinéa 4.3.d).

Le formalisme introduit est interprété chemin faisant en utilisant la terminologie de la comptabilité nationale française ⁽⁴⁾ ; on souligne à ce sujet que, au-delà de la terminologie et conformément au propos général

⁽¹⁾ en voir l'introduction.

⁽²⁾ § 1.4.

⁽³⁾ d'autres indications sont données au chapitre 6 ; voir les alinéas 6.3.e et 6.3.f.

⁽⁴⁾ voir par exemple [17] ou [99] (chapitre 1)

énoncé ci-dessus, ce formalisme n'est pas limité à l'organisation actuelle, même s'il peut être illustré en termes de cette dernière ainsi qu'on le fait à défaut d'un langage plus général.

On souligne que le fait d'étudier la représentation de l'appareil monétaire et financier (chapitre 4) après celle de la base physique (chapitre 3) ne signifie pas que l'on cherche à passer sous silence les problèmes que pose leur interdépendance, en particulier à réduire l'un à l'autre. Au contraire l'insistance sur les caractères spécifiques de chacune de ces représentations a pour but de préparer l'analyse de cette interdépendance, l'interdépendance du physique et du monétaire ⁽⁵⁾, dans un cadre formel qui les englobe toutes deux, celui des structures pivotales adaptées introduit au chapitre 5 ⁽⁶⁾.

Cela étant, il demeure que l'on s'intéresse ici en priorité, conformément à la démarche de prospective libre ⁽⁷⁾, aux spécifications particulières de ces structures qui, étant focalisées sur l'étude de la base physique, sont sous-déterminées (peu contraignantes) du point de vue des comportements et où le fonctionnement monétaire et financier est pris en compte davantage comme élément d'ajustement organisationnel que comme élément moteur ⁽⁸⁾.

⁽⁵⁾ § 1.4 et alinéa 2.1.b.

⁽⁶⁾ voir les alinéas 5.1.f, 5.3.c, 5.3.d.

⁽⁷⁾ § 1.1 et 1.3 ; alinéas 2.1.c, 2.2.c, 2.2.d.

⁽⁸⁾ voir le § 5.2.

§ 4.1. PRIX ; CADRE COMPTABLE

a) Systèmes de prix. Les biens vont être valorisés de deux façons :

- d'une part relativement à la monnaie intérieure, supposée avoir cours dans l'ensemble économique considéré; on parle alors de valeur courante;

- d'autre part relativement à une monnaie extérieure, appelée devise, supposée avoir cours sur le marché extérieur; on parle alors de valeur extérieure.

Les échanges de biens entre secteurs intérieurs sont valorisés seulement par rapport à la monnaie intérieure; par contre les échanges de biens entre secteurs intérieurs et secteurs extérieurs sont valorisés, soit par rapport à la monnaie intérieure, soit en devises; enfin les échanges de biens entre secteurs extérieurs ne sont pas pris en compte ⁽¹⁾.

Ainsi, on distingue les prix courants qui sont relatifs à la monnaie intérieure et les prix extérieurs qui sont relatifs à la monnaie extérieure. Ces prix peuvent dépendre des secteurs concernés par les transactions et de la période type ⁽²⁾ en cause : pour chaque bien $i \in I$, on désigne par $p_{i;\sigma',\sigma''}$, avec $(\sigma',\sigma'') \in S \times S$, le prix courant (resp. par $p_{i;\sigma',\sigma''}^{ex}$, avec $(\sigma',\sigma'') \in (S_{in} \times S_{ex}) \cup (S_{ex} \times S_{in})$, le prix extérieur) relativement auquel sont valorisés, en moyenne pendant la période type en cause, les transferts de bien i du secteur σ' vers le secteur σ'' .

Les prix courants $p_{i;\sigma',\sigma''}$ ($i \in I, \sigma' \in S, \sigma'' \in S$) vont être des variables du modèle, tandis que les prix extérieurs

$p_{i;\sigma',\sigma''}^{ex}$ [$i \in I, (\sigma',\sigma'') \in (S_{in} \times S_{ex}) \cup (S_{ex} \times S_{in})$] vont être des données ⁽³⁾.

Chacun de ces prix constitue un opérateur tel que la valeur d'un transfert de bien soit égale au produit de ce prix par la mesure de la quantité transférée, mesure en termes physiques associée au bien considéré comme agrégat ⁽⁴⁾. La correspondance entre cet opérateur et les prix des choses qui sont agrégées en le bien en cause est déterminée par une péréquation entre ces derniers prix, au prorata des équivalences physiques dé-

⁽¹⁾ alinéa 3.3.b

⁽²⁾ alinéa 3.2.a

⁽³⁾ voir l'alinéa 3.4.f; en particulier la note ⁽³⁰⁾ du §3.4.

⁽⁴⁾ alinéas 3.1.b et 4.1.b.

gagées par la procédure d'agrégation ⁽⁵⁾.

Pour les transactions entre secteurs intérieurs, les prix courants $p_{i;\sigma',\sigma''}$ ($i \in I, \sigma' \in S_{in}, \sigma'' \in S_{in}$) peuvent être, soit des variables de base susceptibles d'être exogènes ⁽⁶⁾, soit des variables dérivées, rendues endogènes par des équations de comportement convenables ⁽⁷⁾. Un exemple dans ce sens est fourni par les équations,

$$(4.1.1) \quad p_{i;\sigma',\sigma''} = p_i \pi_{i;\sigma',\sigma''} \quad [(i,\sigma',\sigma'') \in \Delta] \quad (8),$$

où, d'une part Δ est un sous-ensemble donné de $I \times S_{in} \times S_{in}$, d'autre part les $\pi_{i;\sigma',\sigma''} [(i,\sigma',\sigma'') \in \Delta]$ sont des nombres ≥ 0 donnés qui représentent des indices sectoriels de prix, enfin les $p_i (i \in I)$ sont des prix nominaux considérés alors comme variables de base ⁽⁹⁾.

Pour les transactions entre secteurs intérieurs et secteurs extérieurs, les prix courants sont proportionnels aux prix extérieurs conformément à la relation,

$$(4.1.2) \quad p_{i;\sigma',\sigma''} = \tau p_{i;\sigma',\sigma''}^{ex} \quad [i \in I, (\sigma',\sigma'') \in (S_{in} \times S_{ex}) \cup (S_{ex} \times S_{in})],$$

où τ désigne le cours de la devise par rapport à la monnaie intérieure, en moyenne pendant la période type en cause. Ce cours est aussi une variable du modèle.

Enfin, on pose,

$$(4.1.3) \quad p_{i;\sigma,\sigma} = 0 \quad (i \in I, \sigma \in S),$$

$$(4.1.4) \quad p_{i;\sigma',\sigma''} = 0 \quad (i \in I, \sigma' \in S_{ex}, \sigma'' \in S_{ex}),$$

cela par commodité formelle de façon analogue à (3.3.4), (3.3.4'), les termes $p_{i;\sigma,\sigma}$ et $p_{i;\sigma',\sigma''}$ ($i \in I, \sigma \in S, \sigma' \in S_{ex}, \sigma'' \in S_{ex}$) n'ayant pas d'interprétation économique puisqu'ils ne correspondent pas à des échanges pris en

⁽⁵⁾ voir l'alinéa 6.2.b, en particulier la relation (6.2.28).

⁽⁶⁾ voir l'alinéa 4.2.a. ⁽⁷⁾ voir les alinéas 4.3.b, 5.3.c, 5.3.d.

⁽⁸⁾ convention d'écriture faite à l'alinéa 2.2.a ⁽⁹⁾ voir l'alinéa 5.3.c

compte ⁽¹⁰⁾).

b) Echanges en valeur. A un système de prix courants

$(p_{i;\sigma',\sigma''})_{i \in I, \sigma' \in S, \sigma'' \in S}$ et à un jeu de niveaux des transferts

$(z_{i;\sigma',\sigma''})_{i \in I, \sigma' \in S, \sigma'' \in S}$ pendant la période type en cause, vont être

associés les montants des échanges mesurés en valeur relative à la monnaie

intérieure ⁽¹¹⁾ ainsi que les éléments correspondants de comptabilité sur

biens (et services) ⁽¹²⁾ Dans ce sens, on définit des variables dérivées

$Z_{\sigma',\sigma''} (\sigma' \in S, \sigma'' \in S)$, $Z_{\sigma} (\sigma \in S)$ et Z_{in} en posant : d'abord,

$$(4.1.5) \quad Z_{\sigma',\sigma''} = \sum_{i \in I} p_{i;\sigma',\sigma''} z_{i;\sigma',\sigma''} \quad (\sigma' \in S, \sigma'' \in S) ;$$

ensuite,

$$(4.1.6) \quad Z_{\sigma} = \sum_{\sigma'' \in S} Z_{\sigma,\sigma''} - \sum_{\sigma' \in S} Z_{\sigma',\sigma} \quad (\sigma \in S) \text{ et}$$

$$(4.1.7) \quad Z_{in} = \sum_{\sigma \in S_{in}} Z_{\sigma} .$$

On note que, d'après (4.1.6) et (4.1.7), on a aussi,

$$(4.1.8) \quad Z_{in} = \sum_{\sigma' \in S_{in}} \sum_{\sigma'' \in S_{ex}} Z_{\sigma',\sigma''} - \sum_{\sigma' \in S_{in}} \sum_{\sigma'' \in S_{ex}} Z_{\sigma'',\sigma'}$$

[La somme $\sum_{\sigma' \in S_{in}} \sum_{\sigma'' \in S_{in}} Z_{\sigma',\sigma''}$ s'éliminant] . Par ailleurs, (4.1.6)

entraîne que,

$$(4.1.9) \quad \sum_{\sigma \in S} Z_{\sigma} = 0 ;$$

⁽¹⁰⁾ alinéa 3.3.b ⁽¹¹⁾ alinéa 4.1.a

⁽¹²⁾ les services correspondent ici à des biens particuliers; voir les alinéas 3.1.c et 6.3.e .

d'où, d'après (4.1.7),

$$(4.1.10) \quad Z_{in} = - \sum_{\sigma \in S_{ex}} Z_{\sigma} .$$

Enfin, d'après (4.1.3), (4.1.4) [ou (3.3.4), (3.3.4')], on a,

$$(4.1.11) \quad Z_{\sigma, \sigma} = 0 \quad (\sigma \in S) ,$$

$$(4.1.12) \quad Z_{\sigma', \sigma''} = 0 \quad (\sigma' \in S_{ex} , \sigma'' \in S_{ex}) .$$

Lorsque σ' et σ'' sont distincts et ne désignent pas tous deux des secteurs extérieurs [i.e. lorsque $(\sigma', \sigma'') \in (S \times S) \setminus (S_{ex} \times S_{ex})$ et $\sigma' \neq \sigma''$], $Z_{\sigma', \sigma''}$ représente la valeur totale, relative à la monnaie intérieure⁽¹¹⁾, des biens transférés du secteur σ' au secteur σ'' (i.e. le montant total, aux prix courants, des achats du secteur σ'' au secteur σ') pendant la période type en cause. Cela découle directement, d'après (4.1.5), des interprétations données aux prix $p_{i; \sigma', \sigma''}$ ⁽¹¹⁾ et aux quantités $z_{i; \sigma', \sigma''}$ ⁽¹³⁾. Par contre, lorsque $\sigma' = \sigma''$ ou lorsque $\sigma' \in S_{ex}$ et $\sigma'' \in S_{ex}$, $Z_{\sigma', \sigma''}$ n'a pas d'interprétation économique et les relations (4.1.11), (4.1.12), ne tiennent qu'aux conventions (4.1.3), (4.1.4) [ou (3.3.4), (3.3.4')].

En vertu de l'interprétation précédente, pour chaque $\sigma \in S_{in}$ (resp. $\sigma \in S_{ex}$), Z_{σ} représente le solde bénéficiaire⁽¹⁴⁾, en valeur courante⁽¹¹⁾, des échanges de biens entre le secteur σ et tous les autres secteurs, intérieurs comme extérieurs (resp. entre le secteur σ et les secteurs intérieurs seulement); il en résulte, en particulier, au vu de (4.1.10) que Z_{in} représente le solde bénéficiaire, en valeur courante, des échanges de biens entre l'ensemble économique considéré et l'extérieur; autrement dit, Z_{in} représente le solde de la balance commerciale.

Ce solde est lié à celui, Z^{ex} , déjà introduit en valeur extérieure⁽¹⁵⁾, par la relation,

⁽¹³⁾ alinéa 3.3.b.

⁽¹⁴⁾ i.e. positif s'il est bénéficiaire

⁽¹⁵⁾ alinéa 3.4.f

$$(4.1.13) \quad Z_{in} = \tau Z^{ex},$$

qui résulte de (4.1.2).

On note que Z_{σ} , pour $\sigma \in S_{in}$, n'est pas à confondre avec l'excédent brut d'exploitation : en effet, via les contraintes d'équilibre physique (3.4.1) et (3.4.2), les transferts $z_{i;\sigma',\sigma}$ concernent aussi les investissements [troisième somme dans (3.3.8)]. Ainsi, Z_{σ} est le solde d'un compte global qui inclut les opérations sur biens (et services ⁽¹²⁾) du compte d'exploitation et du compte de capital, mais pas les opérations de répartition de ces comptes ⁽¹⁶⁾.

c) Investissements en valeur. Pour compléter les éléments précédents de comptabilité sur biens et services ⁽¹⁷⁾, on va évaluer ci-après, pour chaque secteur intérieur $\sigma \in S_{in}$, le montant total $Z_{\sigma}^{\#}$, en valeur courante, des achats de ce secteur correspondant aux stockages et aux investissements réalisés pendant la période type en cause. Ce montant $Z_{\sigma}^{\#}$ va être associé à un système de prix courants $(p_{i;\sigma',\sigma})_{i \in I, \sigma' \in S, \sigma \in S}$ et à un jeu de spécifications des variables physiques [multiplats (3.3.1), (3.3.2)] par une expression de la forme,

$$(4.1.14) \quad Z_{\sigma}^{\#} = \sum_{\sigma' \in S} \sum_{i \in I} p_{i;\sigma',\sigma} z_{i;\sigma',\sigma} \rho_{i;\sigma} \quad (\sigma \in S_{in}),$$

où $\rho_{i;\sigma}$ est un coefficient à déterminer de sorte que,

$$(4.1.15) \quad 0 \leq \rho_{i;\sigma} \leq 1 \quad (i \in I, \sigma \in S_{in}).$$

Pour chaque $i \in I$ et $\sigma \in S_{in}$, le coefficient $\rho_{i;\sigma}$ représente la fraction de la quantité totale $\sum_{\sigma' \in S} z_{i;\sigma',\sigma}$ de bien i reçue par le secteur σ pendant la période type qui est utilisée pour les stockages et les investissements. On propose d'évaluer $\rho_{i;\sigma}$ par le quotient $h_{i;\sigma}^{\#} / h_{i;\sigma}$

⁽¹⁶⁾ voir les alinéas 4.1.c et 4.3.c ⁽¹⁷⁾ alinéa 4.1.b

où $h_{i;\sigma}$ (resp. $h_{i;\sigma}^{\#}$) représente la quantité totale de bien i consommée pour tous usages, y compris les fournitures aux autres secteurs, (resp. la quantité de bien i consommée pour les stockages et les investissements) par le secteur σ pendant la période type en cause. Formellement, ces quantités s'expriment, en fonction de l'interprétation des coefficients techniques et des variables physiques (¹⁸), par,

$$(4.1.16) \quad h_{i;\sigma} = \sum_{j \in J} A_{i,j}^- q_{j;\sigma} + \sum_{j \in J} M_{i,j}^- (q_{j;\sigma}^* - \sum_{\theta \in \Theta_j} q_{1;\theta;\sigma}) + \sum_{\sigma'' \in S} z_{i;\sigma,\sigma''} \\ + \sum_{\theta \in \Theta} \sum_{n=1}^{n_\theta} K_{n,i,\theta}^- q_{n;\theta;\sigma}^* \\ + \sum_{\sigma' \in S} \sum_{\sigma'' \in S} \sum_{i' \in I} E_{i,i';\sigma',\sigma'';\sigma}^- z_{i';\sigma',\sigma''} ,$$

$$(4.1.17) \quad h_{i;\sigma}^{\#} = \sum_{j \in J_{\#}} A_{i,j}^- q_{j;\sigma} + \sum_{\theta \in \Theta} \sum_{n=1}^{n_\theta} K_{n,i,\theta}^- q_{n;\theta;\sigma}^* \\ + \sum_{\sigma' \in S} \sum_{i' \in I} E_{i,i';\sigma',\sigma;\sigma}^- z_{i';\sigma',\sigma} \rho_{i';\sigma} \quad (i \in I, \sigma \in S_{in}) ,$$

en désignant par $A_{i,j}^-$, $M_{i,j}^-$, $K_{n,i,\theta}^-$, $E_{i,i';\sigma',\sigma'';\sigma}^-$ les parties négatives (¹⁹) de $A_{i,j}$, $M_{i,j}$, $K_{n,i,\theta}$, $E_{i,i';\sigma',\sigma'';\sigma}$ ($i \in I$, $i' \in I$, $j \in J$, $\theta \in \Theta$, $\sigma' \in S$, $\sigma'' \in S$, $\sigma \in S_{in}$). On note

la présence des coefficients $\rho_{i;\sigma}$ ($i \in I$, $\sigma \in S_{in}$) inconnus dans le dernier terme de l'expression de $h_{i;\sigma}^{\#}$: cela provient de ce que les consommations dues aux transferts figurant dans ce terme ne concernent que les quantités transférées pour cause de stockages ou d'investissements. Les coefficients $\rho_{i;\sigma}$ ($i \in I$, $\sigma \in S_{in}$) cherchés sont alors solution du système d'équations ,

$$(4.1.18) \quad h_{i;\sigma}^{\#} = h_{i;\sigma} \rho_{i;\sigma} \quad (i \in I, \sigma \in S_{in}) ,$$

(¹⁸) §3.2 et alinéa 3.3.b

(¹⁹) la partie négative de $\alpha \in \mathbb{R}$ vaut $\text{Max}(-\alpha, 0)$

lequel a toujours au moins une solution vérifiant (4.1.15) et assez généralement une seule ⁽²⁰⁾.

On souligne l'arbitraire du procédé de calcul précédent : lorsque le bien i n'est pas produit par le secteur σ [i.e. lorsque tous les termes au second membre de (3.3.8) sont ≤ 0 sauf $\sum_{\sigma' \in S} z_{i;\sigma',\sigma}$] on a, d'après (3.3.8) et (4.1.16),

$$(4.1.23) \quad h_{i;\sigma} = \sum_{\sigma' \in S} z_{i;\sigma',\sigma} - e_{i;\sigma} .$$

⁽²⁰⁾ en effet, pour $\sigma \in S_{in}$ fixé, le système (4.1.18) se met sous la forme, en notant ρ_i au lieu de $\rho_{i;\sigma}$,

$$(4.1.19) \quad a_i^\# + \sum_{i' \in I} \alpha_{i,i'}^\# \rho_{i'} = (a_i + \sum_{i' \in I} \alpha_{i,i'}) \rho_i \quad (i \in I), \text{ avec}$$

$$(4.1.20) \quad 0 \leq a_i^\# \leq a_i \quad (i \in I) \quad \text{et} \quad 0 \leq \alpha_{i,i'}^\# \leq \alpha_{i,i'} \quad (i \in I, i' \in I);$$

c'est-à-dire, sauf dégénérescence complète, sous la forme

$$(4.1.21) \quad \rho_i = b_i + \sum_{i' \in I} \beta_{i,i'} \rho_{i'} \quad (i \in I), \text{ avec}$$

$$(4.1.22) \quad b_i \geq 0, \beta_{i,i'} \geq 0, \quad b_i + \sum_{i' \in I} \beta_{i,i'} \leq 1 \quad (i \in I, i' \in I).$$

Or, ces dernières relations entraînent que l'application affine

$$\phi: (\rho_{i'})_{i' \in I} \rightarrow (b_i + \sum_{i' \in I} \beta_{i,i'} \rho_{i'})_{i \in I} \text{ laisse stable le pavé } [0,1]^I .$$

Le théorème de Brouwer (voir par exemple [100] page 133) entraîne donc l'existence d'une solution de (4.1.18) vérifiant (4.1.15). De plus, cette solution est unique si, par exemple, $\sum_{i' \in I} \beta_{i,i'} < 1$ pour tout $i \in I$ (ce qui est un cas assez général) car cette condition entraîne que l'application ϕ est contractante pour la norme $\text{Max}_{i \in I} |\rho_i|$ sur \mathbb{R}^I .

Si on suppose par exemple que $i \in I \setminus I_R$, la contrainte d'équilibre physique (3.4.2) entraîne donc que,

$$(4.1.24) \quad h_{i;\sigma} \leq \sum_{\sigma' \in S} z_{i;\sigma',\sigma}.$$

Par ailleurs, la quantité $h_{i;\sigma}^\#$ ne peut être que reçue par le secteur σ ; on a donc, dans ce cas, $\rho_{i;\sigma} = h_{i;\sigma}^\# / \sum_{\sigma' \in S} z_{i;\sigma',\sigma}$; d'où, d'après (4.1.24),

$$(4.1.25) \quad \rho_{i;\sigma} \leq h_{i;\sigma}^\# / h_{i;\sigma},$$

avec l'égalité en même temps que dans (3.4.2), c'est-à-dire s'il n'y a pas d'excédent de bien i . L'équation (4.1.18) est donc naturelle dans ce cas. Par contre, lorsque le bien i est produit par le secteur σ , cette équation représente une option contingente. De plus, inclure les exportations dans la définition de $h_{i;\sigma}$ et les démantellements dans celle de $h_{i;\sigma}^\#$ est aussi arbitraire. Ainsi de nombreuses variantes sont possibles dans le calcul des coefficients $\rho_{i;\sigma}$. On signale dans ce sens le procédé simplifié consistant à prendre,

$$(4.1.26) \quad \rho_{i;\sigma} = h_{i;\sigma}^{\#0} / h_{i;\sigma}^0 \quad (i \in I, \sigma \in S_{in}),$$

où $h_{i;\sigma}^0$ (resp. $h_{i;\sigma}^{\#0}$) est défini par (4.1.16) [resp. (4.1.17)] en négligeant les consommations de transferts, ce qui évite la résolution du système (4.1.18).

On voit ainsi que c'est seulement en termes physiques, bien par bien conformément à (4.1.17), que les "dépenses" d'investissement ont un sens non ambigu.

d) Opérations. Conformément à la démarche de la comptabilité nationale ⁽²¹⁾, le fonctionnement monétaire et financier va être appréhendé, par la méthode des comptes écrans ⁽²²⁾, en termes d'agrégats d'opérations élémentaires effectuées par les agents. De même que les choses qui circulent, les processus techniques ou les agents sont regroupés en agrégats dont les types constituent les biens, les activités ou les secteurs ⁽²³⁾, les opérations élémentaires (transferts, créations ou destructions de droits, etc) sont prises en compte à travers leurs agrégats appelés opérations.

Cela étant, la spécification d'une réalisation du modèle réclame que soient définis et dénommés les divers types d'opérations que l'on veut prendre en compte : les dénominations des types d'opérations retenus forment la nomenclature des types d'opérations. On désigne par L l'ensemble (fini) de postes de cette nomenclature ⁽²⁴⁾. Cet ensemble L est supposé disjoint de l'ensemble I.

Plus précisément, les contreparties monétaires des échanges de biens (et services) ⁽¹²⁾ sont comptabilisées directement à travers les soldes d'échanges en valeur courante précédemment définis ⁽²⁵⁾, sans associer à ces échanges des opérations ⁽²⁶⁾, des postes de la nomenclature des types d'opérations. Ainsi cette nomenclature ne couvre que :

- les opérations de répartition, qui concernent, soit les transferts courants comme les cotisations ou prestations sociales, les impôts, les intérêts, les dividendes, etc, soit les transferts en capital;
- les opérations financières, qui concernent, soit les prêts et emprunts,

⁽²¹⁾ voir par exemple [17] chap.1, §3, pages 7-11).

⁽²²⁾ voir [117] (chapitre 2, §3, pages 78-82). ⁽²³⁾ alinéas 3.1.a et 3.1.d.

⁽²⁴⁾ voir les notes ⁽¹⁾ et ⁽²⁾ du §3.1. ⁽²⁵⁾ alinéa 4.1.b.

⁽²⁶⁾ les "opérations sur biens et services"; voir les équations comptables à l'alinéa 4.2.b.

soit les transactions sur la monnaie ⁽²⁷⁾, l'or et les devises, les titres etc.

On distingue ici essentiellement ces deux catégories par le fait que seules les opérations financières donnent lieu à encours, à accumulation ⁽²⁸⁾.

On désigne par L^b (resp. par $L^\#$) le sous-ensemble (éventuellement vide) de L dont les éléments représentent les opérations de répartition (resp. les opérations financières). Les ensembles L^b et $L^\#$ sont supposés former une partition de L .

Au delà de cette première classification, le profil des opérations sera cerné par les contraintes d'organisation financière ⁽²⁹⁾.

e) Quantification des opérations. Les opérations sont quantifiées en tant qu'agrégats en distinguant la mesure en volume et la mesure en valeur courante.

Toutes les mesures en valeur courante sont supposées relatives à la monnaie intérieure ayant cours dans l'ensemble économique considéré ⁽¹¹⁾.

En ce qui concerne les mesures en volume, à chaque type d'opération $\ell \in L$ est associée la grandeur mesurable "volume d'opérations de type ℓ ". Les volumes de chaque opération sont rapportées à un volume unité. Ce volume unité est défini par la donnée d'un certain volume, de chacune des opérations élémentaires agrégées pour former l'opération en cause, volumes mesurés en valeur nominale ou en unités physiques ⁽³⁰⁾. Ces volumes des diverses opérations élémentaires agrégées sont considérés comme substituables, équivalents, au niveau d'agrégation retenu; leur choix fait partie de la

⁽²⁷⁾ à ce stade de la formalisation, il est inutile de préciser à quel terme ont lieu les opérations financières; toutefois celles qui ont lieu à un terme inférieur à la durée de la période élémentaire (par exemple les transactions sur le marché monétaire) peuvent aussi être traitées formellement comme opérations de répartition, c'est-à-dire sans faire apparaître d'encours dans le formalisme; voir le § 4.2 et la note ⁽⁴⁰⁾ du § 6.3.

⁽²⁸⁾ voir le § 4.2.

⁽²⁹⁾ voir le § 4.3.

⁽³⁰⁾ ce traitement est analogue à celui de la quantification des biens (alinéa 3.1.b).

procédure d'agrégation ⁽³¹⁾.

Pour les opérations de répartition, valeur nominale et valeur courante coïncident généralement; la mesure du volume d'une opération ne se distingue pas alors de son montant en valeur courante et les équivalences d'agrégation précédentes peuvent être faites simplement en termes de cette valeur. Par contre, pour les opérations financières, essentiellement celles concernant les titres et les devises, la mesure de volume "en valeur nominale" (tant de titres de tel type, etc) est analogue à la mesure en unités physiques des biens ou de l'or. Cette mesure est indépendante du cours, du prix courant, des droits en question; elle ne coïncide donc pas avec la mesure en valeur courante. La démarche d'agrégation réclame alors des arbitrages en termes physiques analogues à ceux relatifs à la quantification des biens ⁽³²⁾.

Cette démarche conduit à introduire, pour chaque type d'opération financière $\lambda \in L^\#$ et pour chaque période type, un cours moyen $p_\lambda^\# \geq 0$ de telle sorte que le montant en valeur d'une opération de type λ pendant cette période soit égal au produit de son volume par le cours $p_\lambda^\#$. Ces cours $p_\lambda^\#$ ($\lambda \in L^\#$) vont être des variables du modèle ⁽³³⁾ qui seront généralement supposées telles que,

$$(4.1.27) \quad p_\lambda^\# > 0 \quad (\lambda \in L^\#).$$

La correspondance entre chacune de ces variables $p_\lambda^\#$ ($\lambda \in L^\#$) et les cours relatifs aux opérations élémentaires agrégées en l'opération en cause est déterminée par une péréquation entre ces derniers cours, au prorata des équivalences en volume dégagées par la procédure d'agrégation ⁽³⁴⁾.

Par commodité formelle, on posera par ailleurs, conformément à ce qui a été dit ci-dessus pour les opérations de répartition,

$$(4.1.28) \quad p_\lambda^\# = 1 \quad (\lambda \in L^b).$$

⁽³¹⁾ voir le chapitre 6, plus particulièrement les alinéas 6.2.d et 6.2.e.

⁽³²⁾ alinéa 3.1.b. ⁽³³⁾ voir l'alinéa 4.2.a.

⁽³⁴⁾ voir l'alinéa 6.2.b, en particulier la relation (6.2.31).

§ 4.2. COMPTABILITÉ

a) Variables monétaires et financières de base. On distingue :

- d'une part les variables de fonctionnement monétaire et financier, qui comprennent ,

- les prix courants relatifs aux échanges intérieurs,

$$p_{i;\sigma',\sigma''} \quad (i \in I, \sigma' \in S_{in}, \sigma'' \in S_{in}) ,$$

- les cours relatifs aux opérations financières,

$$p_{\ell}^{\#} \quad (\ell \in L^{\#}) ,$$

- le cours de la devise, τ ,

- les volumes d'opérations effectués comme emplois et comme ressources, par les divers secteurs,

$$D_{\ell;\sigma} , R_{\ell;\sigma} \quad (\ell \in L^b, \sigma \in S) ,$$

$$D_{\ell;\sigma}^+ , D_{\ell;\sigma}^- , R_{\ell;\sigma}^+ , R_{\ell;\sigma}^- \quad (\ell \in L^{\#}, \sigma \in S) ;$$

- d'autre part les variables de capital, qui sont constituées des encours, d'actif et de passif, pour les divers secteurs,

$$W_{\ell;\sigma}^+ , W_{\ell;\sigma}^- \quad (\ell \in L^{\#}, \sigma \in S) .$$

Toutes ces variables sont assujetties à ne prendre que des valeurs ≥ 0 . Elles sont relatives à une période type supposée fixée dans ce paragraphe et le suivant.

On définit de plus les variables dérivées $D_{\ell;\sigma} , R_{\ell;\sigma}$ ($\ell \in L^{\#}, \sigma \in S$), également ≥ 0 , en posant ,

$$(4.2.1) \quad D_{\ell;\sigma} = D_{\ell;\sigma}^+ + D_{\ell;\sigma}^- \quad \text{et} \quad R_{\ell;\sigma} = R_{\ell;\sigma}^+ + R_{\ell;\sigma}^- \quad (\ell \in L^{\#}, \sigma \in S) .$$

L'interprétation des prix $p_{i;\sigma',\sigma''}$ ($i \in I, \sigma' \in S_{in}, \sigma'' \in S_{in}$) ainsi que celle des cours $p_{\ell}^{\#}$ ($\ell \in L^{\#}$) et τ a été discutée au §4.1 ⁽¹⁾.

⁽¹⁾ alinéas 4.1.a et 4.1.e.

On examine ci-après celle des variables $D_{\ell;\sigma}$, $R_{\ell;\sigma}$ ($\ell \in L, \sigma \in S$),
 $D_{\ell;\sigma}^+$, $D_{\ell;\sigma}^-$, $R_{\ell;\sigma}^+$, $R_{\ell;\sigma}^-$, $W_{\ell;\sigma}^+$, $W_{\ell;\sigma}^-$ ($\ell \in L^\#, \sigma \in S$).

Pour chaque opération $\ell \in L$ et chaque secteur $\sigma \in S$, $D_{\ell;\sigma}$ (resp. $R_{\ell;\sigma}$) représente le volume d'opérations de type ℓ effectuées, comme emploi (resp. comme ressource), par le secteur σ pendant la période type. Lorsque ℓ correspond à une opération de répartition (i.e. $\ell \in L^b$), $D_{\ell;\sigma}$ (resp. $R_{\ell;\sigma}$) est aussi le montant en valeur courante ⁽¹⁾. Lorsque ℓ correspond à une opération financière (i.e. $\ell \in L^\#$), l'opération est supposée faite au cours $p_\ell^\#$; son montant en valeur courante ⁽¹⁾ est donc $p_\ell^\# D_{\ell;\sigma}$ (resp. $p_\ell^\# R_{\ell;\sigma}$). Toujours dans ce cas, le volume d'opérations $D_{\ell;\sigma}$ (resp. $R_{\ell;\sigma}$) se répartit [conformément à (4.2.1)] entre une augmentation $D_{\ell;\sigma}^+$ (resp. $R_{\ell;\sigma}^-$) des créances (resp. des dettes) et une diminution $D_{\ell;\sigma}^-$ (resp. $R_{\ell;\sigma}^+$) des dettes (resp. des créances) ⁽²⁾. De plus, $W_{\ell;\sigma}^+$ (resp. $W_{\ell;\sigma}^-$) représente alors, mesuré en volume relativement au type ℓ d'opérations, l'actif (resp. le passif) [i.e. l'encours de créances (resp. de dettes)] au début de la période type ⁽³⁾. Enfin, lorsque σ est un secteur extérieur, les opérations et les encours considérés sont supposés ne concerner que les relations entre ce secteur et les secteurs intérieurs, cela, conformément à ce que les échanges entre secteurs extérieurs ne sont pas pris en compte ⁽⁴⁾.

La suite de ce §4.2 et le §4.3 sont consacrés à l'explicitation de diverses contraintes liant les variables monétaires et financières précédentes entre elles et aux variables physiques. Toutes ces contraintes sont écrites relativement à un même jeu de spécifications des variables concernant la période type en cause. Ce jeu est représenté par les multiplets (3.3.1), (3.3.2) pour ce qui est des variables physiques ⁽⁵⁾ et par les multiplets,

⁽²⁾ avec la terminologie du nouveau système de comptabilité nationale; voir par exemple [17] (chapitre 4, §2, page 50).

⁽³⁾ ces interprétations générales, abstraites, sont illustrées aux alinéas 4.2.d et 4.3.d.

⁽⁴⁾ alinéa 3.3.b.

⁽⁵⁾ alinéa 3.3.a.

$$(4.2.2) \quad \left\{ \begin{array}{l} p = (p_{i;\sigma',\sigma''})_{i \in I, \sigma' \in S_{in}, \sigma'' \in S_{in}}, \tau, p^\# = (p_\ell^\#)_{\ell \in L^\#}, \\ 0^b = (D_{\ell;\sigma}, R_{\ell;\sigma})_{\ell \in L^b, \sigma \in S}, \quad 0^\# = (D_{\ell;\sigma}^+, D_{\ell;\sigma}^-, R_{\ell;\sigma}^+, R_{\ell;\sigma}^-)_{\ell \in L^\#, \sigma \in S}, \end{array} \right.$$

$$(4.2.3) \quad W^+ = (W_{\ell;\sigma}^+)_{\ell \in L^\#, \sigma \in S}, \quad W^- = (W_{\ell;\sigma}^-)_{\ell \in L^\#, \sigma \in S},$$

pour ce qui est des variables monétaires et financières.

b) Equations comptables. On distingue :

- les équations d'équilibre des comptes;
- les équations de cohérence entre actif et passif;
- les contraintes de compatibilité des opérations financières avec les encours.

Les équations d'équilibre des comptes pendant la période type concernent : les équilibres emplois-ressources, en volume, pour les opérations,

$$(4.2.4) \quad \sum_{\sigma \in S} D_{\ell;\sigma} = \sum_{\sigma \in S} R_{\ell;\sigma} \quad (\ell \in L);$$

les équilibres emplois-ressources, en valeur courante, pour les secteurs intérieurs,

$$(4.2.5) \quad \sum_{\sigma' \in S} Z_{\sigma',\sigma} + \sum_{\ell \in L} p_\ell^\# D_{\ell;\sigma} \\ = \sum_{\sigma'' \in S} Z_{\sigma,\sigma''} + \sum_{\ell \in L} p_\ell^\# R_{\ell;\sigma} \quad (\sigma \in S_{in});$$

l'équilibre emplois-ressources, en valeur courante, pour l'ensemble extérieur,

$$(4.2.6) \quad \sum_{\sigma \in S_{ex}} \sum_{\sigma' \in S_{in}} Z_{\sigma', \sigma} + \sum_{\sigma \in S_{ex}} \sum_{\ell \in L} p_{\ell}^{\#} D_{\ell; \sigma}$$

$$= \sum_{\sigma \in S_{ex}} \sum_{\sigma'' \in S_{in}} Z_{\sigma, \sigma''} + \sum_{\sigma \in S_{ex}} \sum_{\ell \in L} p_{\ell}^{\#} R_{\ell; \sigma} .$$

Dans ces équations, les volumes des opérations financières $D_{\ell; \sigma}, R_{\ell; \sigma}$ ($\ell \in L^{\#}, \sigma \in S$) et les échanges en valeur $Z_{\sigma', \sigma''}$ ($\sigma' \in S, \sigma'' \in S$) sont définis respectivement par les relations (4.2.1) et (4.1.5) en fonction des variables de base (4.2.2) et (3.3.1), les prix courants $p_{i; \sigma', \sigma''}$ [$i \in I, (\sigma', \sigma'') \in (S_{in} \times S_{ex}) \cup (S_{ex} \times S_{in})$] étant fournis par (4.1.2) en fonction des prix extérieurs qui sont des données ⁽⁶⁾. Par ailleurs, les cours $p_{\ell}^{\#}$ relatifs aux opérations de répartition $\ell \in L^b$ valent 1 par la convention (4.1.28).

Les équations de cohérence entre actif et passif s'écrivent :

$$(4.2.7) \quad \sum_{\sigma \in S} W_{\ell; \sigma}^+ = \sum_{\sigma \in S} W_{\ell; \sigma}^- \quad (\ell \in L^{\#}) .$$

Enfin, les contraintes de compatibilité des opérations financières avec les encours s'expriment par,

$$(4.2.8) \quad R_{\ell; \sigma}^+ \leq W_{\ell; \sigma}^+ \quad (\ell \in L^{\#}, \sigma \in S) ,$$

$$(4.2.9) \quad D_{\ell; \sigma}^- \leq W_{\ell; \sigma}^- \quad (\ell \in L^{\#}, \sigma \in S) .$$

Les équations (4.2.4)-(4.2.7) expriment de façon standard les équilibres comptables. Les contraintes (4.2.8) [resp. (4.2.9)] expriment que les diminutions des créances [resp. des dettes] pendant la période type ne peuvent pas excéder l'encours de créances [resp. de dettes] au début de la période. Ces contraintes sont analogues aux contraintes physiques (3.4.5) ⁽⁷⁾ concernant le destockage des biens.

En ce qui concerne l'équilibre des secteurs extérieurs, on remarque que l'égalité des emplois et des ressources n'est écrite que pour l'extérieur dans son ensemble [équation (4.2.6)] et non pas pour chaque secteur ex-

⁽⁶⁾ alinéa 4.1.a.

⁽⁷⁾ alinéa 3.4.b.

térieur : cela tient à ce que seuls les échanges des secteurs extérieurs avec l'ensemble considéré (i.e. avec les secteurs intérieurs) sont pris en compte ⁽⁸⁾. Toujours à propos de (4.2.6), on remarque que, en vertu de (4.2.4), cette équation équivaut à :

$$(4.2.10) \quad \sum_{\sigma \in S_{in}} \sum_{\sigma' \in S_{ex}} Z_{\sigma', \sigma} + \sum_{\sigma \in S_{in}} \sum_{\ell \in L} p_{\ell}^{\#} D_{\ell; \sigma} \\ = \sum_{\sigma \in S_{in}} \sum_{\sigma'' \in S_{ex}} Z_{\sigma, \sigma''} + \sum_{\sigma \in S_{in}} \sum_{\ell \in L} p_{\ell}^{\#} R_{\ell; \sigma}$$

[en effet, il suffit de substituer $\sum_{\sigma \in S} \sum_{\ell \in L} p_{\ell}^{\#} D_{\ell; \sigma} - \sum_{\sigma \in S_{in}} \sum_{\ell \in L} p_{\ell}^{\#} D_{\ell; \sigma}$

$$\text{(resp. } \sum_{\sigma \in S} \sum_{\ell \in L} p_{\ell}^{\#} R_{\ell; \sigma} - \sum_{\sigma \in S_{in}} \sum_{\ell \in L} p_{\ell}^{\#} R_{\ell; \sigma} \text{)}$$

à $\sum_{\sigma \in S_{ex}} \sum_{\ell \in L} p_{\ell}^{\#} D_{\ell; \sigma}$ (resp. $\sum_{\sigma \in S_{ex}} \sum_{\ell \in L} p_{\ell}^{\#} R_{\ell; \sigma}$) aux deux membres de (4.2.6); puis de remarquer que

$\sum_{\sigma \in S} \sum_{\ell \in L} p_{\ell}^{\#} D_{\ell; \sigma} = \sum_{\sigma \in S} \sum_{\ell \in L} p_{\ell}^{\#} R_{\ell; \sigma}$ d'après (4.2.4) ; enfin de réordonner les termes]. Or (4.2.10) est conséquence de (4.2.5) [il suffit de sommer par rapport à σ dans S_{in} puis de retrancher $\sum_{\sigma' \in S_{in}} \sum_{\sigma'' \in S_{in}} Z_{\sigma', \sigma''}$

aux deux membres]. Ainsi l'équation (4.2.6) est une conséquence de (4.2.4) et (4.2.5) ⁽⁹⁾.

On note aussi que l'équivalence entre (4.2.6) et (4.2.10) correspond à la dualité entre l'ensemble économique considéré et l'ensemble extérieur : (4.2.10) exprime l'équilibre emplois-ressources de l'ensemble considéré (équilibre "somme" de ceux des secteurs intérieurs) alors que (4.2.6) exprime l'équilibre de l'ensemble extérieur.

On note enfin que (4.2.6) ou (4.2.10) s'écrivent aussi, d'après (4.1.8),

⁽⁸⁾ alinéa 3.3.b.

⁽⁹⁾ cette propriété est l'expression dans le cadre formel adopté ici de la propriété de non indépendance des équations comptables; voir par exemple [99] (chapitre 1, § c, page 50).

$$(4.2.11) \quad \sum_{\sigma \in S_{in}} \sum_{\ell \in L} p_{\ell}^{\#} R_{\ell;\sigma} - \sum_{\sigma \in S_{in}} \sum_{\ell \in L} p_{\ell}^{\#} D_{\ell;\sigma} = -Z_{in};$$

ou encore, d'après (4.1.13) et (4.2.4),

$$(4.2.11') \quad \sum_{\sigma \in S_{ex}} \sum_{\ell \in L} p_{\ell}^{\#} R_{\ell;\sigma} - \sum_{\sigma \in S_{ex}} \sum_{\ell \in L} p_{\ell}^{\#} D_{\ell;\sigma} = \tau Z^{ex}$$

Ces équations expriment, par exemple si $Z_{in} = \tau Z^{ex}$ est négatif, comment est financé le déficit extérieur ⁽¹⁰⁾.

c) Equations d'évolution des encours. Ces équations expriment comment les opérations financières effectuées pendant la période type modifient les encours entre cette période et la suivante. Elles s'écrivent :

$$(4.2.12) \quad \hat{W}_{\ell;\sigma}^+ = W_{\ell;\sigma}^+ + D_{\ell;\sigma}^+ - R_{\ell;\sigma}^+ \quad (\ell \in L^{\#}, \sigma \in S),$$

$$(4.2.13) \quad \hat{W}_{\ell;\sigma}^- = W_{\ell;\sigma}^- + R_{\ell;\sigma}^- - D_{\ell;\sigma}^- \quad (\ell \in L^{\#}, \sigma \in S).$$

On désigne ici par $\hat{W}_{\ell;\sigma}^+$ (resp. par $\hat{W}_{\ell;\sigma}^-$; $\ell \in L^{\#}, \sigma \in S$) le niveau, au début de la période suivant la période type, de la variable représentant l'actif (resp. le passif) du secteur σ relativement aux opérations financières de type ℓ , variable dont le niveau vaut $W_{\ell;\sigma}^+$ (resp. $W_{\ell;\sigma}^-$) au début de la période type.

Ces équations expriment seulement la conservation des titres ou droits, mesurés en volume, lors des opérations : le nouvel actif $\hat{W}_{\ell;\sigma}^+$ (resp. le nouveau passif $\hat{W}_{\ell;\sigma}^-$) est égal à l'ancien $W_{\ell;\sigma}^+$ (resp. $W_{\ell;\sigma}^-$) plus l'augmentation des créances $D_{\ell;\sigma}^+$ (resp. des dettes $R_{\ell;\sigma}^-$) moins la diminution des créances $R_{\ell;\sigma}^+$ (resp. des dettes $D_{\ell;\sigma}^-$).

A propos de ces équations, on note que la cohérence (4.2.7) entre actif et passif pour la période type entraîne la même cohérence pour la période suivante, i.e. les relations,

⁽¹⁰⁾ alinéas 3.4.f et 4.1.b.

$$(4.2.14) \quad \sum_{\sigma \in S} \hat{W}_{\ell;\sigma}^+ = \sum_{\sigma \in S} \hat{W}_{\ell;\sigma}^- \quad (\ell \in L^\#, \sigma \in S).$$

Cela résulte des équilibres emplois-ressources (4.2.4) et de la définition (4.2.1) des emplois et des ressources relativement aux opérations financières [il suffit de sommer par rapport à σ dans S aux deux membres de (4.2.12) et (4.2.13); puis de porter (4.2.1) et (4.2.4) dans les relations obtenues; enfin de réordonner les termes pour aboutir à (4.2.14)].

On note aussi que les contraintes de compatibilité (4.2.8) et (4.2.9) des opérations financières avec les encours entraînent que les variables d'encours $\hat{W}_{\ell;\sigma}^+$ et $\hat{W}_{\ell;\sigma}^-$, données par (4.2.12) et (4.2.13), sont ≥ 0 en même temps que $W_{\ell;\sigma}^+$ et $W_{\ell;\sigma}^-$.

On voit ainsi l'interdépendance des diverses équations et contraintes (4.2.1), (4.2.4), (4.2.7), (4.2.8), (4.2.9) (4.2.12), (4.2.13).

d) Particularités. Les interprétations générales des variables monétaires et financières ⁽¹¹⁾ que traduisent formellement les contraintes (4.2.4)-(4.2.13), sont passablement abstraites. On donne ci-après quelques indications supplémentaires concernant les variables financières $p_\ell^\#$, $D_{\ell;\sigma}^+$, $R_{\ell;\sigma}^+$, $W_{\ell;\sigma}^+$, $D_{\ell;\sigma}^-$, $R_{\ell;\sigma}^-$, $W_{\ell;\sigma}^-$ pour les opérations relatives aux prêts, à la monnaie et à l'or.

On définit d'abord, égard à (4.2.7) et (4.2.14), l'actif (ou le passif) total W_ℓ , ainsi que sa variation ΔW_ℓ ($\ell \in L^\#$) pendant la période type, par,

$$(4.2.15) \quad W_\ell = \sum_{\sigma \in S} W_{\ell;\sigma}^+ = \sum_{\sigma \in S} W_{\ell;\sigma}^- \quad (\ell \in L^\#),$$

$$(4.2.15') \quad \hat{W}_\ell = \sum_{\sigma \in S} \hat{W}_{\ell;\sigma}^+ = \sum_{\sigma \in S} \hat{W}_{\ell;\sigma}^- \quad (\ell \in L^\#),$$

$$(4.2.16) \quad \begin{aligned} \Delta W_\ell &= \hat{W}_\ell - W_\ell = \sum_{\sigma \in S} \hat{W}_{\ell;\sigma}^+ - \sum_{\sigma \in S} W_{\ell;\sigma}^+ \\ &= \sum_{\sigma \in S} \hat{W}_{\ell;\sigma}^- - \sum_{\sigma \in S} W_{\ell;\sigma}^- \quad (\ell \in L^\#), \end{aligned}$$

⁽¹¹⁾ alinéa 4.2.a.

et on note que, d'après (4.2.12), (4.2.13),

$$(4.2.17) \quad \Delta W_\ell = \sum_{\sigma \in S} D_{\ell;\sigma}^+ - \sum_{\sigma \in S} R_{\ell;\sigma}^+ = \sum_{\sigma \in S} R_{\ell;\sigma}^- - \sum_{\sigma \in S} D_{\ell;\sigma}^- \quad (\ell \in L^\#).$$

Ainsi, pour chaque $\ell \in L^\#$, ΔW_ℓ est nul si et seulement si,

$$(4.2.18) \quad \sum_{\sigma \in S} D_{\ell;\sigma}^+ = \sum_{\sigma \in S} R_{\ell;\sigma}^+ \quad \text{ou} \quad \sum_{\sigma \in S} D_{\ell;\sigma}^- = \sum_{\sigma \in S} R_{\ell;\sigma}^- ,$$

ces deux égalités étant équivalentes d'après (4.2.1) et (4.2.4). Selon le type d'opération financière $\ell \in L^\#$ en cause, cet équilibre (4.2.18) va être plus ou moins proche d'être vérifié, correspondant à ce que, d'après (4.2.17), W_ℓ varie plus ou moins pendant la période type en cause.

Lorsque $\ell \in L^\#$ correspond à des opérations de prêts, $D_{\ell;\sigma}^+$ (resp. $R_{\ell;\sigma}^-$, $D_{\ell;\sigma}^-$, $R_{\ell;\sigma}^+$) représente le montant prêté (resp. emprunté, remboursé, reçu comme remboursement) par le secteur σ pendant la période type, tandis que $W_{\ell;\sigma}^+$ (resp. $W_{\ell;\sigma}^-$) représente le montant dû au secteur σ (resp. dû par le secteur σ) au début de la période type. L'équilibre (4.2.18) n'a alors aucune raison d'être vérifié et l'actif total W_ℓ peut changer notablement entre le début et la fin de la période type.

Lorsque $\ell \in L^\#$ correspond à des opérations sur la monnaie, scripturale ou fiduciaire, $D_{\ell;\sigma}^+$ (resp. $R_{\ell;\sigma}^+$, $R_{\ell;\sigma}^-$, $D_{\ell;\sigma}^-$) représente la quantité de monnaie mise en dépôt (resp. retirée du dépôt, mise en circulation ou créée, retirée de la circulation ou détruite) par le secteur σ pendant la période type, tandis que $W_{\ell;\sigma}^+$ (resp. $W_{\ell;\sigma}^-$) représente, au début de cette période, l'encours net des dépôts précédemment effectués (resp. la quantité nette de monnaie précédemment émise) par le secteur σ . La quantité W_ℓ représente alors la masse monétaire relative à la monnaie en cause et, conformément aux interprétations précédentes, la relation (4.2.17) exprime que la variation ΔW_ℓ de cette masse monétaire entre début et fin de la période type est égale à l'excès des créations sur les destructions par les divers secteurs.

Dans chacun des deux cas précédents, le cours $p_\ell^\#$ vaut 1, signifiant

ainsi que valeur nominale et valeur courante coïncident. Il n'en est pas de même dans le cas de l'or que l'on examine ci-après.

Lorsque $\ell \in L^{\#}$ correspond aux opérations sur l'or ⁽¹²⁾, $D_{\ell;\sigma}^+$ (resp. $R_{\ell;\sigma}^+$, $R_{\ell;\sigma}^-$, $D_{\ell;\sigma}^-$) représente la quantité d'or ⁽¹³⁾ achetée (resp. vendue, mise en circulation, retirée de la circulation) par le secteur σ pendant la période type, tandis que $W_{\ell;\sigma}^+$ (resp. $W_{\ell;\sigma}^-$) représente, au début de cette période, le volume du stock détenu (resp. la quantité nette précédemment apportée) par le secteur σ . La quantité W_{ℓ} représente alors le volume total du stock d'or ou la quantité totale précédemment apportée par les divers secteurs [équation (4.2.15)]. Les apports correspondent à des productions et les retraits à des consommations de l'or en tant que bien; leur solde est l'augmentation ΔW_{ℓ} du stock total [équation (4.2.17)].

Dans ce sens, l'or, ou tout autre matière jouant un rôle financier, pourrait être associé à un bien : il faudrait alors poser, d'une part,

$$(4.2.19) \quad R_{\ell;\sigma}^- = \sum_{\sigma'' \in S} z_{i_{\ell};\sigma,\sigma''} \quad \text{et} \quad D_{\ell;\sigma}^- = \sum_{\sigma' \in S} z_{i_{\ell};\sigma',\sigma} \quad (\sigma \in S),$$

en désignant par i_{ℓ} , avec $i_{\ell} \in I$, le bien correspondant au type d'opération ℓ en cause; d'autre part,

$$(4.2.20) \quad p_{i_{\ell};\sigma',\sigma} = p_{i_{\ell};\sigma,\sigma''} = p_{i_{\ell}}^{\#} \quad (\sigma \in S, \sigma' \in S, \sigma'' \in S, \sigma \neq \sigma', \sigma \neq \sigma'').$$

De plus, dans l'expression (4.1.5), la somme devrait être étendue à $I \setminus \{i_{\ell}\}$ plutôt qu'à I , cela de telle sorte que, compte tenu de (4.2.1) et de (4.2.19), l'équilibre (4.2.5) ne soit pas faussé. Un tel traitement de l'or comme bien serait sans doute surtout justifié pour l'étude d'un ensemble économique producteur d'or à grande échelle.

Afin de simplifier le formalisme, on n'a pas retenu ici cette option et on a traité l'or dans le cadre financier, de façon découplée des circula-

⁽¹²⁾ les considérations sur l'or qui suivent n'ont qu'une fonction illustrative des possibilités du formalisme : que le modèle permette de représenter la spéculation n'empêche pas qu'il puisse aussi être utilisé sans la prendre en compte... ou pour en maîtriser les conséquences .

⁽¹³⁾ mesuré en volume (alinéa 4.1.e), c'est-à-dire ici en poids.

lations physiques ⁽¹⁴⁾. On note que cette option n'empêche pas que l'or intervienne dans les circulations physiques en étant agrégé à un bien $i_\lambda \in I$ convenable, indépendamment de son rôle financier. Seule une contrainte du type de (4.2.20) est alors à introduire.

⁽¹⁴⁾ avec cependant la distinction faite entre volume et valeur (alinéa 4.1.e).

§ 4.3. CONTRAINTES D'ORGANISATION FINANCIÈRE

a) Contraintes formelles d'organisation financière. Ces contraintes stipulent quelles opérations sont possibles entre quels secteurs. De façon générale, elles s'écrivent : d'une part, pour chaque type d'opération de répartition $\ell \in L^b$ et pour chaque secteur $\sigma \in S$,

$$(4.3.1) \quad D_{\ell;\sigma} = 0 \quad \text{si} \quad (\ell, \sigma) \notin \Omega_D,$$

$$(4.3.2) \quad R_{\ell;\sigma} = 0 \quad \text{si} \quad (\ell, \sigma) \notin \Omega_R;$$

d'autre part, pour chaque type d'opération financière $\ell \in L^\#$ et pour chaque secteur $\sigma \in S$,

$$(4.3.3) \quad D_{\ell;\sigma}^+ = R_{\ell;\sigma}^+ = W_{\ell;\sigma}^+ = 0 \quad \text{si} \quad (\ell, \sigma) \notin \Omega_{DR}^+,$$

$$(4.3.4) \quad D_{\ell;\sigma}^- = R_{\ell;\sigma}^- = W_{\ell;\sigma}^- = 0 \quad \text{si} \quad (\ell, \sigma) \notin \Omega_{DR}^-.$$

Dans ces relations, d'une part Ω_D , Ω_R et d'autre part Ω_{DR}^+ , Ω_{DR}^- sont des sous-ensembles donnés de $L^b \times S$ et $L^\# \times S$ respectivement :

$$(4.3.5) \quad \Omega_D \cup \Omega_R \subset L^b \times S \quad \text{et} \quad \Omega_{DR}^+ \cup \Omega_{DR}^- \subset L^\# \times S.$$

l'ensemble $\Omega_D \times \Omega_R \times \Omega_{DR}^+ \times \Omega_{DR}^-$ sera désigné par Ω et appelé schéma d'organisation financière. La contrainte (4.3.1) [resp. (4.3.2)] stipule que le secteur σ ne peut être origine [resp. destinataire] d'un transfert de type ℓ que si $(\ell, \sigma) \in \Omega_D$ [resp. $(\ell, \sigma) \in \Omega_R$]. Par exemple, l'opération "prestation sociale", ℓ , donne lieu à transferts du secteur "administration publique", σ' , vers le secteur "ménages", σ , et non à transferts en sens contraire. Ainsi, $(\ell, \sigma') \in \Omega_D \setminus \Omega_R$ et $(\ell, \sigma) \in \Omega_R \setminus \Omega_D$.

De même, par exemple en ce qui concerne les opérations financières de prêts, la contrainte (4.3.3) [resp. (4.3.4)] stipule que le secteur σ ne peut accorder [resp. recevoir] de prêt de type ℓ que si $(\ell, \sigma) \in \Omega_{DR}^+$ [resp. $(\ell, \sigma) \in \Omega_{DR}^-$] : dans le cas contraire, il n'y a ni augmentation de créance [resp. de dette], ni remboursement, ni encours possibles.

Ces contraintes sont dites "formelles" car elles indiquent seulement

un schéma de circulations, schéma représenté par le quadruplet Ω , par opposition aux contraintes "numériques" qui établissent des liens quantitatifs entre variables ⁽¹⁾. Elles précisent le profil des opérations envisagées, en les situant par rapport aux secteurs, et complètent, en termes monétaires et financiers, le schéma organisationnel des secteurs déjà délimités, en termes physiques, par les contraintes d'organisation des échanges ⁽²⁾.

En vertu des contraintes (4.3.1) - (4.3.4), seules jouent un rôle les variables : $D_{\ell;\sigma}$ pour $(\ell,\sigma) \in \Omega_D$, $R_{\ell;\sigma}$ pour $(\ell,\sigma) \in \Omega_R$, $D_{\ell;\sigma}^+$, $R_{\ell;\sigma}^+$, $W_{\ell;\sigma}^+$ pour $(\ell,\sigma) \in \Omega_{DR}^+$ et $D_{\ell;\sigma}^-$, $R_{\ell;\sigma}^-$, $W_{\ell;\sigma}^-$ pour $(\ell,\sigma) \in \Omega_{DR}^-$.

b) Contraintes numériques d'organisation financière. Ces contraintes établissent des liens quantitatifs entre les variables monétaires et financières ou entre ces variables et les variables physiques. Comme exemples relatifs à l'organisation actuelle en France, on peut citer les équations déterminant les intérêts, les réserves obligatoires des banques commerciales, le montant des impôts. Bien que liées aux schémas organisationnels et aux équilibres de base qui, constituant la structure primaire du modèle, font l'objet de ce paragraphe, elles expriment déjà des comportements ; leur étude dépasse ainsi le cadre de ce paragraphe et doit être faite plutôt en termes d'élaboration de la structure cadre ⁽³⁾. Ne cherchant donc ici ni à expliciter une forme générale pour ces contraintes (ce qui paraît être difficile), ni encore moins à en donner une description extensive (ce qui relève de la spécification d'une réalisation particulière du modèle), on donne seulement ci-après, pour fixer les idées, quelques indications sur les deux premiers exemples cités ci-dessus, le troisième étant envisagé à l'alinéa suivant.

En ce qui concerne le calcul des intérêts, on peut procéder comme suit : on suppose que les nomenclatures d'opérations $L^{\#}$ et L^b ont été élaborées de telle sorte qu'à chaque type d'opération $\ell \in L^{\#}$ représentant des prêts à moyen ou long terme, est associé un type d'opération $\ell' \in L^b$ représentant

⁽¹⁾ voir l'alinéa 4.3.b.

⁽²⁾ alinéa 3.4.d.

⁽³⁾ alinéas 5.1.d et 5.1.f.

les transferts d'intérêts correspondants. Cela étant, l'équation déterminant le montant des intérêts peut s'écrire :

$$(4.3.6) \quad D_{\ell';\sigma} = \rho_{\ell} W_{\ell;\sigma}^- \quad (\sigma \in S_{\ell}) ,$$

où $\rho_{\ell} > 0$ désigne le taux d'intérêt relatif à ces prêts et S_{ℓ} le sous-ensemble de S constitué des secteurs emprunteurs. La nomenclature S doit évidemment alors inclure un ou plusieurs secteurs bancaires pour que les équilibres emplois-ressources (4.2.4) et actif-passif (4.2.7), relativement au type d'opération de prêt en cause, puissent être satisfaits via des contraintes formelles convenables.

En ce qui concerne les réserves obligatoires des banques commerciales auprès de la banque centrale, on peut introduire, dans la nomenclature $L^{\#}$, en plus d'un poste ℓ_m représentant les opérations sur la monnaie (y compris les dépôts à vue de référence pour les réserves en cause), un poste ℓ_r représentant les opérations sur ces réserves considérées comme des prêts sans intérêts à la banque centrale σ_c par les banques commerciales. Les équations en cause s'écrivent alors :

$$(4.3.7) \quad W_{\ell_r;\sigma}^+ = r W_{\ell_m;\sigma}^- \quad (\sigma \in S_b) ,$$

$$(4.3.8) \quad D_{\ell_r;\sigma}^+ - R_{\ell_r;\sigma}^+ = r (R_{\ell_m;\sigma}^- - D_{\ell_m;\sigma}^-) \quad (\sigma \in S_b) ,$$

où $r > 0$ désigne le coefficient de réserve supposé ici, par exemple, constant dans le temps et S_b le sous-ensemble de S formé des secteurs représentant les banques commerciales à l'exclusion de celui représentant la banque centrale (i.e. $\sigma_c \notin S_b$). On note que (4.3.8) jointe aux équations d'évolution des encours (4.2.12) [avec $\ell = \ell_r$] et (4.2.13) [avec $\ell = \ell_m$] assure que (4.3.7) se transmet de la période type à la période suivante dans la mesure où le coefficient de réserve est constant dans le temps.

c) Soldes significatifs. Contraintes numériques d'organisation financières et équations de comportement s'expriment souvent en termes des soldes significatifs que l'on dégage usuellement dans les comptes des secteurs : excédent d'exploitation, autofinancement ou revenu disponible, capacité de financement, etc. On donne ci-après quelques indications concernant le calcul de ces

soldes dans le cadre formel introduit.

D'abord, la capacité de financement C_σ du secteur σ s'exprime directement par,

$$(4.3.9) \quad C_\sigma = Z_\sigma + \sum_{\ell \in L} b_{\ell;\sigma} R_{\ell;\sigma} - \sum_{\ell \in L} b_{\ell;\sigma} D_{\ell;\sigma} \quad (\sigma \in S) ,$$

où Z_σ est fourni par (4.1.6). Cette expression est à interpréter algébriquement en ce sens que, eu égard à l'interprétation de Z_σ ⁽⁴⁾, de $R_{\ell;\sigma}$ et de $D_{\ell;\sigma}$ ⁽⁵⁾, $C_\sigma \geq 0$ correspond à une capacité de financement tandis que $C_\sigma \leq 0$ correspond à un besoin de financement - C_σ pour le secteur σ pendant la période type en cause. L'équilibre (4.2.5) des comptes du secteur σ entraîne que l'on a aussi,

$$(4.3.9') \quad C_\sigma = \sum_{\ell \in L} p_\ell^\# D_{\ell;\sigma} - \sum_{\ell \in L} p_\ell^\# R_{\ell;\sigma} \quad (\sigma \in S) .$$

Ainsi la capacité de financement apparaît comme solde des comptes non financiers dans l'expression (4.3.9) et comme solde du compte financier dans (4.3.9')

On note que C_σ défini par (4.3.9) ou (4.3.9') ne représente la capacité de financement totale du secteur σ que pour les secteurs intérieurs $\sigma \in S_{in}$: pour les secteurs extérieurs $\sigma \in S_{ex}$, C_σ ne représente que le solde partiel concernant les seuls échanges du secteur σ avec les secteurs intérieurs, cela conformément à ce que les échanges entre secteurs extérieurs ne sont pas pris en compte ⁽⁶⁾.

Le calcul des autres soldes significatifs, ceux qui précèdent la capacité de financement dans un tableau économique d'ensemble, est plus délicat car il réclame l'identification des échanges qui correspondent aux stockages et aux investissements, identification qui comporte un certain arbitraire ⁽⁷⁾. Chacun de ces soldes est de la forme,

$$(4.3.10) \quad Z_\sigma^{L^0} = Z_\sigma - Z_\sigma^\# + \sum_{\ell \in L^0} R_{\ell;\sigma} - \sum_{\ell \in L^0} D_{\ell;\sigma} \quad (\sigma \in S_{in}) ,$$

⁽⁴⁾ alinéa 4.1.b.

⁽⁵⁾ alinéa 4.2.a.

⁽⁶⁾ alinéa 3.3.b.

⁽⁷⁾ alinéa 4.1.c.

où, d'une part L^0 désigne un sous-ensemble de L^b dont les éléments représentent les opérations de répartition intervenant dans le compte en cause, d'autre part $Z_{\sigma}^{\#}$ représente le montant, en valeur courante, des achats du secteur σ correspondant aux stockages et aux investissements réalisés pendant la période type en cause. Ce montant a été évalué précédemment ⁽⁸⁾ pour les secteurs intérieurs en fonction des variables physiques et des prix courants.

Ainsi pour un choix convenable de $L^0 \subset L^b$, $Z_{\sigma}^{L^0}$ fourni par (4.3.10) mesure l'un ou l'autre des soldes en question : excédent brut d'exploitation, revenu disponible brut, etc.

En particulier, parmi ces soldes figurent les assiettes des divers impôts directs. Désignant par L^0 le sous-ensemble de L^b correspondant à l'assiette de l'un de ces impôts et par ℓ l'élément de L^b (élément ou non de L^0) représentant l'opération de répartition associée, cet impôt peut être pris en compte par des équations du type,

$$(4.3.11) \quad D_{\ell; \sigma} = f_{\sigma}(Z_{\sigma}^{L^0}) \quad (\sigma \in S^{L^0}) .$$

Dans ces équations, d'une part S^{L^0} désigne le sous-ensemble de S_{in} formé des secteurs soumis à l'impôt, d'autre part, pour chaque $\sigma \in S^{L^0}$, f_{σ} est une fonction numérique ≥ 0 représentant le barème de l'impôt et $D_{\ell; \sigma}$ désigne le montant de l'impôt dû (i.e. le volume d'opérations de type ℓ à effectuer comme emploi) par le secteur σ pendant la période type en cause, l'assiette $Z_{\sigma}^{L^0}$ étant par contre relative à la période type précédant cette dernière. Le décalage temporel qui apparaît dans (4.3.11) est une caractéristique fréquente des contraintes de comportement ⁽⁹⁾. Il est pris ici égal à une période pour fixer les idées, ce qui redonne le cas usuel des impôts en prenant 1 an comme durée de la période élémentaire. Il pourrait aussi être de plusieurs périodes.

La spécification d'une structure particulière réclame, pour ce qui est de l'organisation monétaire et financière, l'explicitation complète, d'abord de la nomenclature L des types d'opérations retenus, puis du schéma d'orga-

⁽⁸⁾ alinéa 4.1.c.

⁽⁹⁾ alinéas 2.4.d, 5.1.f, 5.2.e, 5.3.c, 5.3.d.

nisation financière Ω , enfin des diverses contraintes numériques d'organisation financière via une étude systématique des mécanismes impliqués. Les indications, à la fois générales et partielles, qui figurent ci-dessus ⁽¹⁰⁾ illustrent le travail qui est à faire pour une telle spécification. On détaille aussi un exemple simple dans l'alinéa suivant.

d) Exemple formel d'organisation financière. Pour fixer les idées, on spécifie ci-après une organisation financière simple en explicitant une nomenclature L de types d'opérations, un schéma Ω et un système de contraintes numériques d'organisation financière, cela tout en laissant générique la représentation de la base physique, en particulier les nomenclatures I, J et les structures nominatives sous-jacentes.

La structure envisagée pourrait permettre de représenter un ensemble économique local, c'est-à-dire un ensemble n'incluant ni administration centrale, ni banques ou organismes de crédit, tous ces derniers étant ainsi extérieurs à l'ensemble.

Dans ce sens, on suppose d'abord pour simplifier qu'il n'y a qu'un seul secteur extérieur σ_{ex} ,

$$(4.3.12) \quad S_{ex} = \{\sigma_{ex}\} \quad ;$$

par contre, l'ensemble S_{in} des secteurs intérieurs peut être quelconque. On suppose ensuite que, hormis les contreparties monétaires des échanges de biens (qui ne sont pas comptabilisées comme opérations ⁽¹¹⁾), les seules opérations possibles correspondent à des emprunts ou à des dépôts faits par les secteurs intérieurs auprès des banques extérieures. Ainsi, on suppose que : d'une part $L^{\#}$ et L^b sont des ensembles de deux éléments,

$$(4.3.13) \quad L^{\#} = \{\ell_{in}, \ell_{ex}\} \quad , \quad L^b = \{\ell'_{in}, \ell'_{ex}\} \quad ,$$

⁽¹⁰⁾ alinéas 4.3.b et 4.3.c.

⁽¹¹⁾ alinéa 4.1.d.

l_{in} (resp. l_{ex}) correspondant aux emprunts (resp. aux dépôts) à moyen ou long terme effectués par les secteurs intérieurs auprès des banques extérieures et l'_{in} (resp. l'_{ex}) aux transferts d'intérêts afférents aux emprunts de type l_{in} (resp. aux dépôts de type l_{ex}) ; d'autre part, le schéma d'organisation financière $\Omega = \Omega_D \times \Omega_R \times \Omega_{DR}^+ \times \Omega_{DR}^-$ est défini par,

$$(4.3.14) \quad \Omega_D = \{(l'_{in}, \sigma) \mid \sigma \in S_{in}\} \cup \{(l'_{ex}, \sigma_{ex})\} ,$$

$$(4.3.15) \quad \Omega_R = \{(l'_{in}, \sigma_{ex})\} \cup \{(l'_{ex}, \sigma) \mid \sigma \in S_{in}\} ,$$

$$(4.3.16) \quad \Omega_{DR}^+ = \{(l_{in}, \sigma_{ex})\} \cup \{(l_{ex}, \sigma) \mid \sigma \in S_{in}\} ,$$

$$(4.3.17) \quad \Omega_{DR}^- = \{(l_{in}, \sigma) \mid \sigma \in S_{in}\} \cup \{(l_{ex}, \sigma_{ex})\} .$$

Autrement dit, les contraintes formelles d'organisation financière s'écrivent :

$$(4.3.18) \quad D_{l'_{in}; \sigma_{ex}} = 0 , \quad D_{l'_{ex}; \sigma} = 0 \quad (\sigma \in S_{in}) ,$$

$$(4.3.19) \quad R_{l'_{in}; \sigma} = 0 \quad (\sigma \in S_{in}) , \quad R_{l'_{ex}; \sigma_{ex}} = 0 ,$$

$$(4.3.20) \quad \begin{cases} D_{l_{in}; \sigma}^+ = R_{l_{in}; \sigma}^+ = W_{l_{in}; \sigma}^+ = 0 \quad (\sigma \in S_{in}) , \\ D_{l_{ex}; \sigma_{ex}}^+ = R_{l_{ex}; \sigma_{ex}}^+ = W_{l_{ex}; \sigma_{ex}}^+ = 0 , \end{cases}$$

$$(4.3.21) \quad \begin{cases} D_{l_{ex}; \sigma}^- = R_{l_{ex}; \sigma}^- = W_{l_{ex}; \sigma}^- = 0 \quad (\sigma \in S_{in}) , \\ D_{l_{in}; \sigma_{ex}}^- = R_{l_{in}; \sigma_{ex}}^- = W_{l_{in}; \sigma_{ex}}^- = 0 . \end{cases}$$

Enfin, les contraintes numériques d'organisation financière se réduisent ici au calcul des intérêts ⁽¹²⁾ :

⁽¹²⁾ alinéa 4.3.b.

$$(4.3.22) \quad D_{\ell_{in};\sigma} = \rho_{in} W_{\ell_{in};\sigma}^- \quad (\sigma \in S_{in}) ,$$

$$(4.3.23) \quad D_{\ell_{ex};\sigma_{ex}} = \rho_{ex} W_{\ell_{ex};\sigma_{ex}}^- ,$$

les taux d'intérêt ρ_{in} , ρ_{ex} étant des données ≥ 0 .

Au total, on obtient le tableau économique d'ensemble suivant, tableau où l'on suppose que $S_{in} = \{\sigma_1, \sigma_2\}$ est réduit à deux éléments et où on désigne par Z_{σ}^+ (resp. Z_{σ}^-) la partie positive (resp. négative) du solde Z_{σ} ($\sigma \in S$) défini par (4.1.6) :

| | emplois | | | ressources | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|-------------------------------|----------------------------|----------------------------|-------------------------------|
| secteurs | σ_1 | σ_2 | σ_{ex} | σ_1 | σ_2 | σ_{ex} |
| opérations | | | | | | |
| biens et services | $Z_{\sigma_1}^-$ | $Z_{\sigma_2}^-$ | $Z_{\sigma_{ex}}^-$ | $Z_{\sigma_1}^+$ | $Z_{\sigma_2}^+$ | $Z_{\sigma_{ex}}^+$ |
| intérêts des emprunts (ℓ_{in}) | $D_{\ell_{in};\sigma_1}$ | $D_{\ell_{in};\sigma_2}$ | | | | $R_{\ell_{in};\sigma_{ex}}$ |
| intérêts des dépôts (ℓ_{ex}) | | | $D_{\ell_{ex};\sigma_{ex}}$ | $R_{\ell_{ex};\sigma_1}$ | $R_{\ell_{ex};\sigma_2}$ | |
| emprunts (ℓ_{in}) | $D_{\ell_{in};\sigma_1}^-$ | $D_{\ell_{in};\sigma_2}^-$ | $D_{\ell_{in};\sigma_{ex}}^+$ | $R_{\ell_{in};\sigma_1}^-$ | $R_{\ell_{in};\sigma_2}^+$ | $R_{\ell_{in};\sigma_{ex}}^+$ |
| dépôts (ℓ_{ex}) | $D_{\ell_{ex};\sigma_1}^+$ | $D_{\ell_{ex};\sigma_2}^+$ | $D_{\ell_{ex};\sigma_{ex}}^-$ | $R_{\ell_{ex};\sigma_1}^+$ | $R_{\ell_{ex};\sigma_2}^-$ | $R_{\ell_{ex};\sigma_{ex}}^-$ |

En élaborant convenablement la nomenclature L, on pourrait représenter de façon moins rudimentaire que ci-dessus l'organisation financière d'un ensemble local ou représenter de façon plus ou moins détaillée celle d'un ensemble national ⁽¹³⁾.

⁽¹³⁾ par exemple dans la ligne de [71],[28],[112] ou [33]; voir l'alinéa 7.2.e.

CHAPITRE 5 - SYNERGIE DU MODELE ET MODES D'UTILISATION

On s'intéresse dans ce chapitre à la logique opérationnelle, aux méthodes d'utilisation exploratoire ou prospective, de l'appareil formel dont les éléments constitutifs ont été introduits aux chapitres 3 et 4. Les utilisations envisagées sont appréhendées en termes des schémas généraux présentés au chapitre 2 : la mise en œuvre du modèle consiste en l'application de ces schémas, via des réalisations convenables, à certaines structures pivotales qui sont construites au moyen de l'appareil formel précédemment introduit et en expriment la cohérence globale.

Ces structures, dites adaptées, constituent ainsi l'articulation entre l'appareil formel du modèle et son utilisation. Elles sont présentées, définies formellement, de façon générale au § 5.1.

Les structures pivotales adaptées peuvent être très variées : la distinction de divers types permet une première classification des utilisations possibles du modèle. Dans ce sens, on examine en priorité (§ 5.2) les structures adaptées qui correspondent aux études focalisées sur la base physique du processus économique ⁽¹⁾. Ces études soulèvent la question du découplage entre le physique et le monétaire : les structures adaptées introduites au § 5.2 permettent une approche formelle de cette question en la reliant à la démarche de prospective libre ⁽²⁾ dans laquelle on cherche à introduire le moins de comportements possibles. Ces structures permettent aussi une approche de la détermination des prix généralisant celle de Von Neuman-Sraffa. A l'opposé, la représentation des comportements est envisagée au § 5.3 en comparant le modèle proposé aux modèles à prix d'équilibre : modèle microéconomique d'équilibre général et modèles économétriques.

Les procédures ou considérations théoriques abordées ici ne le sont que de façon succincte et au niveau des spécifications générales où se situe ce texte : les définitions et indications données sont essentiellement destinées à préparer le travail considérable qui reste à faire, tant en ce qui concerne la compréhension théorique de l'appareil formel que la spécification de structures particulières, pour arriver à des mises en œuvre numériques acceptables ⁽³⁾.

⁽¹⁾ voir l'introduction du chapitre 4.

⁽²⁾ § 1.2 et 1.3, alinéas 2.1.c, 2.2.c, 2.2.d. ⁽³⁾ voir le § 1.5.

§ 5.1 - RÉCAPITULATION DU FORMALISME : STRUCTURES PIVOTALES EN CAUSE

a) Orientation. Ce paragraphe a pour objet la définition mathématique de la classe de structures pivotales ⁽¹⁾ correspondant aux modèles envisagés. Cette définition constitue une récapitulation des divers éléments constitutifs du formalisme qui ont été introduits dans les chapitres 3 et 4 : les structures obtenues servent d'articulation entre l'appareil formel du modèle reposant sur ces éléments et sa mise en œuvre selon les schémas généraux d'utilisation présentés au chapitre 2 ⁽²⁾.

La récapitulation se situe, comme les chapitres 3 et 4 ⁽³⁾, au niveau des spécifications générales et non à celui de telle ou telle spécification particulière. A l'appareil nominatif générique (nomenclatures, etc) rassemblé en un descriptif (alinéa 5.1.b) sont associées canoniquement deux structures pivotales primaires (alinéas 5.1.c et 5.1.d) : la structure physique $\underline{P} = (\underline{B}, \underline{K}, \underline{X}; \underline{\Phi}, \underline{\xi})$ récapitule la représentation de la base physique ; la structure cadre $\underline{P} = (\underline{B}, \underline{K}, \underline{X}; \underline{\Phi}, \underline{\xi})$ est une élaboration de la structure physique qui explicite comment sont intégrées, dans un même cadre, la représentation de la base physique et celle de l'appareil monétaire et financier ; ces structures donnent lieu à une décomposition sectorielle (alinéa 5.1.e).

Les structures pivotales acceptables pour la mise en œuvre du modèle, au niveau d'analyse défini par un descriptif, sont des élaborations de la structure cadre appelées structures adaptées (alinéa 5.1.f).

b) Descriptif. On commence par rassembler les diverses données nominatives introduites dans les chapitres 3 et 4, données qui sont constituées par les nomenclatures pourvues de leurs structures spécifiques. On appellera descriptif le système formé par ces données nominatives. Plus précisément, un descriptif est constitué par les termes formels suivants :

* les quatre nomenclatures I, J, S, L (respectivement des biens, des activités, des secteurs, des types d'opérations ⁽⁴⁾) considérées comme des ensembles finis deux à deux disjoints ⁽⁵⁾;

⁽¹⁾ alinéa 2.3.b. ⁽³⁾ voir les introductions de ces chapitres.

⁽²⁾ alinéas 2.2.c, 2.2.d, 2.3.c, 2.3.d, 2.4.b, 2.4.c, 2.4.e.

⁽⁴⁾ alinéas 3.1.a et 4.1.d. ⁽⁵⁾ notes ⁽¹⁾ et ⁽²⁾ du § 3.1.

* les sous-ensembles disjoints $J_{\#}$, J_+ , J_- de J dont les éléments représentent respectivement les activités d'entretien de stocks, de stockage, de déstockage ; ainsi que les bijections $\alpha_+ : j \rightarrow j_+$ et $\alpha_- : j \rightarrow j_-$ de $J_{\#}$ sur J_+ et J_- respectivement ⁽⁶⁾ ;

* les sous-ensembles I_R et $I_{\#j}$ ($j \in J_{\#}$) de I dont les éléments représentent respectivement les ressources primaires ⁽⁷⁾ et les biens stockés, ainsi que les indicateurs de déstockage α_j ($j \in J_{\#}$) ⁽⁶⁾ ;

* le sous-ensemble Θ de $J_{\emptyset} \times J_{\emptyset}$ [vérifiant (3.2.9) et (3.2.10)] dont les éléments représentent les transformations possibles des équipements, ainsi que la durée maximum n_* de ces transformations ⁽⁸⁾ ;

* les sous-ensembles disjoints S_{in} et S_{ex} de S (S_{ex} pouvant être vide) dont les éléments représentent respectivement les secteurs intérieurs et les secteurs extérieurs ⁽⁹⁾ ;

* les sous-ensembles disjoints L^b et $L^{\#}$ de L dont les éléments représentent respectivement les opérations de répartition et les opérations financières ⁽¹⁰⁾ ;

* l'ensemble $\Omega = \Omega_D \times \Omega_R \times \Omega_{DR}^+ \times \Omega_{DR}^-$ qui représente le schéma d'organisation financière ⁽¹¹⁾.

On suppose que le descriptif,

$$(5.1.1) \quad \mathcal{D} = (I, J; J_{\#}, J_+, J_-; \alpha_+, \alpha_-; I_R, (I_{\#j}, \alpha_j)_{j \in J_{\#}}; \Theta, n_*; S_{in}, S_{ex}; L^b, L^{\#}, \Omega) ,$$

est fixé dans toute la suite de ce chapitre. Son explicitation est le point de départ nominatif de la spécification de toute réalisation du modèle ⁽¹²⁾.

On désignera par $\underline{\mathcal{D}}$ le descriptif physique,

$$(5.1.2) \quad \underline{\mathcal{D}} = (I, J; J_{\#}, J_+, J_-; \alpha_+, \alpha_-; I_R, (I_{\#j}, \alpha_j)_{j \in J_{\#}}; \Theta, n_*; S_{in}, S_{ex}) .$$

Les nombres d'éléments n_I, n_J, n_S, n_L des nomenclatures I, J, S, L seront appelés les dimensions du descriptif \mathcal{D} ; les nombres n_I, n_J, n_S seront appelés les dimensions du descriptif physique $\underline{\mathcal{D}}$.

⁽⁶⁾ alinéa 3.2.c. ⁽⁷⁾ alinéa 3.1.c. ⁽⁸⁾ alinéa 3.2.d.

⁽⁹⁾ alinéa 3.1.d. ⁽¹⁰⁾ alinéa 4.1.d. ⁽¹¹⁾ alinéa 4.3.a.

⁽¹²⁾ voir les alinéas 5.1.f, 6.1.c, 7.2.a.

c) Descripteurs des structures canoniques. On définit ci-après les descripteurs $(\underline{B}, \underline{K}, \underline{X})$ et $(\underline{B}, \underline{K}, \underline{X})$ des structures pivotales primaires ⁽¹³⁾ \underline{p} et \underline{p} qui vont être canoniquement associées ⁽¹⁴⁾ au descriptif \mathcal{D} précédemment introduit ⁽¹⁵⁾.

Ces deux structures ont le même espace \underline{B} de déterminants exogènes qui est, par définition, l'ensemble des multiplats,

$$(5.1.3) \quad \underline{b} = (A, M, \chi, \mu; K, \Lambda', \Lambda''; E; \beta; p^{ex}; d, g),$$

vérifiant, d'une part,

$$(5.1.4) \quad \left\{ \begin{array}{l} A \in \mathbb{R}^{I \times J}, \quad M \in \mathbb{R}^{I \times J}, \quad \chi \in \mathbb{R}_+^J, \quad \mu \in \mathbb{R}_+^J, \\ K \in \mathbb{R}^{[n_*] \times I \times \Theta}, \quad \Lambda' \in \mathbb{R}_+^{[n_*] \times \Theta}, \quad \Lambda'' \in \mathbb{R}_+^{[n_*] \times \Theta} \quad (16), \\ E \in \mathbb{R}_+^{I \times I \times S \times S \times S_{in}}, \\ \beta \in \mathbb{R}_+^{I \times S \times S} \times \mathbb{R}_+^{I \times S \times S} \times \mathbb{R}_+^{I \times S \times S} \times \mathbb{R}_+^{I \times S \times S}, \\ p^{ex} \in \mathbb{R}_+^{I \times ((S_{in} \times S_{ex}) \cup (S_{ex} \times S_{in}))} \quad (17), \end{array} \right.$$

d'autre part,

$$(5.1.5) \quad d \in \mathbb{R}_+^{I \times S_{in}}, \quad g \in \underline{G},$$

où \underline{G} est l'espace standard dont les éléments sont les multiplats ayant pour composantes les seconds membres des contraintes circonstancielles instantanées retenues ⁽¹⁸⁾. Cet espace des données circonstancielles est laissé générique vu la variété des contraintes circonstancielles envisageables. Par exemple, si ce sont les contraintes (3.4.19'), (3.4.21), (3.4.22), (3.4.23') qui sont retenues, on a,

⁽¹³⁾ alinéa 2.3.b. ⁽¹⁴⁾ alinéa 5.1.a. ⁽¹⁵⁾ alinéa 5.1.b.

⁽¹⁶⁾ $[n]$ désigne l'ensemble $\{1, 2, \dots, n\}$ ($n \in \mathbb{N}, n \geq 1$).

⁽¹⁷⁾ cet espace facteur de \underline{B} est réduit à $\{0\}$ si $S_{ex} = \emptyset$.

⁽¹⁸⁾ alinéa 3.4.e.

$$(5.1.6) \quad \underline{G} = \mathbb{R}_+^I \times \mathbb{R}_+^{J \times S} \times \text{in} \times \mathbb{R}_+^{J \times S} \times \text{in} \times \mathbb{R}_+^I .$$

Chacun des multiplats (5.1.3) représente un jeu de données de base pourvu que soient vérifiées les relations (3.2.3) - (3.2.7), (3.2.11), (3.2.17), (3.2.19), (3.2.20), (3.4.15) - (3.4.18), relations dont la conjonction sera appelée condition de compatibilité des données de base. Les composantes (5.1.4) correspondent aux données modulaires et les composantes (5.1.5) aux données circonstanciellees.

L'espace \underline{K} des états de capital de la structure \underline{P} est l'ensemble des multiplats,

$$(5.1.7) \quad \underline{k} = (q^\#, q^*, q_\otimes^*, W^+, W^-) ,$$

tels que,

$$(5.1.8) \quad q^\# \in \mathbb{R}_+^{J \times S} \times \text{in} , \quad q^* \in \mathbb{R}_+^{J \times S} \times \text{in} , \quad q_\otimes^* \in \mathbb{R}_+^{[n_*] \times \otimes \times S} \times \text{in} \quad (16),$$

$$(5.1.9) \quad W^+ \in \mathbb{R}_+^{L^\# \times S} , \quad W^- \in \mathbb{R}_+^{L^\# \times S} .$$

L'espace \underline{K} des états de capital de la structure \underline{P} est l'ensemble des multiplats,

$$(5.1.10) \quad \underline{k} = (q^\#, q^*, q_\otimes^*) ,$$

vérifiant (5.1.8). Ainsi \underline{K} est un espace facteur de \underline{K} ; on désignera par $\Pi_{\underline{K}}$ la projection de \underline{K} sur \underline{K} .

Les composantes de chaque multiplat $\underline{k} \in \underline{K}$ définissent un jeu de spécification des variables de capital physique, tandis que celles de chaque multiplat (W^+, W^-) , élément du facteur complémentaire de \underline{K} dans \underline{K} , définissent un jeu de spécifications des variables d'encours.

L'espace \underline{X} des modes de fonctionnement de la structure \underline{P} est l'ensemble des multiplats,

$$(5.1.11) \quad \underline{x} = (q, z, u; \mathbf{z}_0^{\text{ex}}; p, \tau, p^\#, 0^b, 0^\#) ,$$

vérifiant,

$$(5.1.12) \quad q \in \mathbb{R}_+^{J \times S_{in}}, \quad z \in \mathbb{R}_+^{I \times S \times S}, \quad u \in \mathbb{R}_+^{\Theta \times S_{in}}, \quad z_0^{ex} \in \mathbb{R},$$

$$(5.1.13) \quad p \in \mathbb{R}_+^{I \times S_{in} \times S_{in}}, \quad \tau \in \mathbb{R}_+, \quad p^\# \in \mathbb{R}_+^{L^\#},$$

$$(5.1.14) \quad \left\{ \begin{array}{l} \emptyset^b \in \mathbb{R}_+^{L^b \times S} \times \mathbb{R}_+^{L^b \times S}, \\ \emptyset^\# \in \mathbb{R}_+^{L^\# \times S} \times \mathbb{R}_+^{L^\# \times S} \times \mathbb{R}_+^{L^\# \times S} \times \mathbb{R}_+^{L^\# \times S}. \end{array} \right.$$

L'espace \underline{X} des modes de fonctionnements de la structure \underline{P} est l'ensemble des multiplats,

$$(5.1.15) \quad \underline{x} = (q, z, u; z_0^{ex}),$$

vérifiant (5.1.12). Ainsi \underline{X} est un espace facteur de \underline{X} ; on désignera par $\Pi_{\underline{X}}$ la projection de \underline{X} sur \underline{X} .

La composante z_0^{ex} est sans objet lorsque S_{ex} est vide ⁽¹⁹⁾; on convient alors de la prendre nulle.

Les composantes de chaque multiplat $\underline{x} \in \underline{X}$ définissent un jeu de spécifications des variables de fonctionnement physique, tandis que celles de chaque multiplat $(p, \tau, p^\#; \emptyset^b, \emptyset^\#)$, élément du facteur complémentaire de \underline{X} dans \underline{X} , définissent un jeu de spécification des variables monétaires ou financières.

On désigne par \underline{F} l'espace facteur de \underline{X} formé des multiplats,

$$(5.1.16) \quad \underline{f} = (p, \tau; p^\#),$$

vérifiant (5.1.13) et par \underline{F}_0 l'espace facteur de \underline{F} formé des multiplats (p, τ) ; si X est un espace standard admettant \underline{X} comme facteur, on désignera ⁽²⁰⁾ par $\Pi_{\underline{F}, X}$ (resp. $\Pi_{\underline{F}_0, X}$) la projection de X sur \underline{F} (resp. \underline{F}_0).

⁽¹⁹⁾ voir les alinéas 5.2.a et 5.2.b.

⁽²⁰⁾ conformément aux notations introduites en 2.2.a.

d) Extensions et fonctions d'évolution des structures canoniques. Pour définir l'extension $\underline{\Phi}$ de \underline{P} , il faut spécifier, pour chaque $\underline{b} \in \underline{B}$ et chaque $\underline{k} \in \underline{K}$, le sous-ensemble $\underline{\Phi}(\underline{b}, \underline{k})$ de l'espace \underline{X} . On convient d'abord que $\underline{\Phi}(\underline{b}, \underline{k})$ est vide si \underline{b} ne vérifie pas la condition de compatibilité des données de base ou si \underline{k} ne vérifie pas la contrainte (4.2.7) de cohérence entre actif et passif. Ensuite, dans le cas contraire, $\underline{\Phi}(\underline{b}, \underline{k})$ est l'ensemble des modes de fonctionnement $\underline{x} \in \underline{X}$ qui sont tels que, d'une part les composantes $q_{j, \sigma}$ ($j \in J_{\#}$, $\sigma \in S_{in}$) de \underline{k} (composantes de $q^{\#}$) sont les mêmes que les composantes correspondantes de \underline{x} , d'autre part les diverses composantes de $\underline{b}, \underline{k}, \underline{x}$ vérifient :

- les contraintes d'équilibre physique des secteurs (3.4.1) - (3.4.7) ;
- les contraintes d'organisation des échanges (3.4.12), (3.4.13) ;
- les contraintes circonstanciées instantanées ; par exemple (3.4.19'), (3.4.21), (3.4.22), (3.4.23') si l'espace \underline{G} des données circonstanciées est défini par (5.1.6) ;
- la contrainte extérieure minimale (3.4.29), au moins lorsque $S_{ex} \neq \emptyset$;
- les équations comptables (4.2.4) - (4.2.6) ;
- les contraintes de compatibilité des opérations financières avec les encours (4.2.8), (4.2.9) ;
- les contraintes formelles d'organisation financière (4.3.1) - (4.3.4).

On désigne de plus, pour chaque $\underline{b} \in \underline{B}$ et $\underline{k} \in \underline{K}$, par $\underline{\Phi}_0(\underline{b}, \underline{k})$ le sous-ensemble de \underline{X} défini comme $\underline{\Phi}(\underline{b}, \underline{k})$ sauf que la contrainte extérieure minimale (3.4.29) est omise.

L'extension $\underline{\Phi}$ de \underline{P} est définie comme projection de $\underline{\Phi}$ en ce sens que,

$$(5.1.17) \quad \underline{\Phi}(\underline{b}, \underline{k}) = \Pi_{\underline{X}}(\underline{\Phi}(\underline{b}, \underline{k})) \quad \text{si} \quad \underline{k} = \Pi_{\underline{K}}(\underline{k}) \quad (\underline{b} \in \underline{B}, \underline{k} \in \underline{K}) ,$$

cette définition étant justifiée car $\Pi_{\underline{X}}(\underline{\Phi}(\underline{b}, \underline{k}))$ ne dépend que de $\underline{k} = \Pi_{\underline{K}}(\underline{k})$.

Pour définir la fonction d'évolution $\underline{\xi}$ de \underline{P} , on pose, pour $\underline{k} \in \underline{K}$ et $\underline{x} \in \underline{X}$,

$$(5.1.18) \quad \underline{\xi}(\underline{k}, \underline{x}) = \hat{k} ,$$

où $\hat{k} = (\hat{q}^\#, \hat{q}^*, \hat{q}_\ominus^*, \hat{W}^+, \hat{W}^-)$ est déterminé comme suit en fonction de k mis sous la forme (5.1.7) et de \underline{x} mis sous la forme (5.1.11) : on convient d'abord que $\hat{q}^\# = 0$ [resp. $\hat{q}^* = 0$, $\hat{W}^+ = 0$, $\hat{W}^- = 0$] si la contrainte de compatibilité (3.4.5) [resp. (3.4.6), (4.2.8), (4.2.9)] n'est pas vérifiée ; dans le cas contraire, $\hat{q}^\#$ [resp. \hat{q}^* , \hat{W}^+ , \hat{W}^-] est défini par l'équation d'évolution (3.4.9) [resp. (3.4.11), (4.2.12), (4.2.13)]. Enfin \hat{q}_\ominus^* est défini par (3.4.7) et (3.4.10).

La fonction d'évolution $\underline{\xi}$ de \underline{P} est enfin définie comme projection de $\underline{\xi}$ en ce sens que,

$$(5.1.19) \quad \underline{\xi}(\underline{k}, \underline{x}) = \Pi_{\underline{K}}(\underline{\xi}(\underline{k}, \underline{x})) \quad \text{si} \quad \underline{k} = \Pi_{\underline{K}}(\underline{k}) \quad \text{et} \quad \underline{x} = \Pi_{\underline{X}}(\underline{x}) \\ (\underline{k} \in \underline{K}, \underline{x} \in \underline{X}),$$

cette définition étant justifiée car $\Pi_{\underline{K}}(\underline{\xi}(\underline{k}, \underline{x}))$ ne dépend que de $\Pi_{\underline{K}}(\underline{k})$ et $\Pi_{\underline{X}}(\underline{x})$.

Les structures pivotales primaires $\underline{P} = (\underline{B}, \underline{K}, \underline{X}; \Phi, \underline{\xi})$ et $\underline{P} = (\underline{B}, \underline{K}, \underline{X}; \Phi, \underline{\xi})$ définies ci-dessus sont appelées respectivement la structure (pivotale) physique (associée à \mathcal{D}) et la structure (pivotale) cadre (associée à \mathcal{D}).

On note que la structure \underline{P} (resp. \underline{P}) est canoniquement associée au descriptif \mathcal{D} (resp. $\underline{\mathcal{D}}$) en ce sens que sa définition ne réclame la spécification d'aucun paramètre numérique optionnel ou encore que les seuls paramètres numériques figurant dans les contraintes ou équations retenues font partie des données prises en compte via l'espace \underline{B} . Ces structures seront désignées le cas échéant par $\underline{P}[\mathcal{D}]$ et $\underline{P}[\underline{\mathcal{D}}]$.

On note aussi que la structure \underline{P} est une élaboration pure de \underline{P} et que \underline{P} se réduit canoniquement à \underline{P} lorsque L est vide.

e) Structures différenciées ; structures sectorielles. On dira que le descriptif \mathcal{D} est non différencié si la nomenclature S ne comporte qu'un seul secteur intérieur σ_{in} , c'est-à-dire si,

$$(5.1.20) \quad S_{in} = \{\sigma_{in}\},$$

S_{ex} pouvant être quelconque. Dans le cas contraire, c'est-à-dire si S_{in}

comporte plus d'un élément, on dira que le descriptif \mathcal{D} est différencié. On note que la propriété, pour le descriptif \mathcal{D} , d'être différencié, ne dépend que du descriptif physique $\underline{\mathcal{D}}$ sous-jacent.

Lorsque le descriptif \mathcal{D} est différencié, parmi les éléments constitutifs du modèle (données, variables, contraintes) on peut distinguer ceux qui sont sectoriels, spécifiques des secteurs pris séparément, et ceux qui sont globaux. On va analyser formellement ci-après ces notions en se plaçant dans l'option (3.2.21) en ce qui concerne les coefficients techniques de transfert. On introduit pour cela les notations suivantes qui complètent celles relatives à la structure $\underline{\mathcal{P}}$ précédemment définie ⁽²¹⁾ : d'abord, en ce qui concerne les données, le multiplet $\underline{b} \in \underline{\mathcal{B}}$, de la forme (5.1.3), est décomposé conformément à,

$$(5.1.21) \quad \underline{b} = (\underline{b}, (\underline{b}_\sigma)_{\sigma \in S_{in}}, \underline{g}) \quad , \text{ avec}$$

$$(5.1.22) \quad \underline{b} = (A, M, \chi, \mu; K, \Lambda', \Lambda'') \quad \text{et}$$

$$(5.1.23) \quad \underline{b}_\sigma = (E_\sigma, \beta_\sigma, p_\sigma^{ex}, d_\sigma, \underline{g}_\sigma) \quad (\sigma \in S_{in}) .$$

Dans ces expressions, d'une part, pour chaque $\sigma \in S_{in}$, E_σ (resp. $\beta_\sigma, p_\sigma^{ex}, d_\sigma$) rassemble les composantes d'indice σ de E (resp. β, p^{ex}, d) de telle sorte que,

$$(5.1.24) \quad E = (E_\sigma)_{\sigma \in S_{in}} \quad , \quad \beta = (\beta_\sigma)_{\sigma \in S_{in}} \quad , \quad p^{ex} = (p_\sigma^{ex})_{\sigma \in S_{in}} \quad ,$$

$$d = (d_\sigma)_{\sigma \in S_{in}}$$

[par exemple $E = (E'_{i,i'}; \sigma, \sigma'')_{i \in I, i' \in I, \sigma'' \in S}$ dans l'option (3.2.22), $d_\sigma = (d_{i;\sigma})_{i \in I}$, etc] ; d'autre part, le multiplet $\underline{g} \in \underline{\mathcal{G}}$ est décomposé conformément à ,

$$(5.1.25) \quad \underline{g} = ((\underline{g}_\sigma)_{\sigma \in S_{in}}, \underline{g}) \quad ,$$

où, pour chaque $\sigma \in S_{in}$, \underline{g}_σ est le multiplet des seconds membres des contrain-

⁽²¹⁾ alinéa 5.1.d.

tes circonstanciellles unisectorielles [i.e. qui ne concernent qu'un secteur à la fois, comme (3.4.19)] relatives au secteur σ , tandis que \underline{g} a pour composantes les seconds membres des contraintes circonstanciellles globales [comme (3.4.23')]. On désigne par \underline{B} , \underline{B}_* , \underline{G}_* , \underline{G} les espaces standard que décrivent respectivement les multipléts \underline{b} , \underline{b}_σ , \underline{g}_σ , \underline{g} ; on note que les espaces \underline{B} , \underline{B}_* , \underline{G}_* sont communs à tous les secteurs intérieurs. Ensuite, en ce qui concerne les variables, les multipléts \underline{k} de la forme (5.1.10) et \underline{x} de la forme (5.1.15) sont décomposés conformément à,

$$(5.1.26) \quad \underline{k} = (\underline{k}_\sigma)_{\sigma \in S_{in}}, \quad \underline{x} = ((\underline{x}_\sigma)_{\sigma \in S_{in}}; Z_0^{ex}),$$

où pour chaque $\sigma \in S_{in}$, \underline{k}_σ (resp. \underline{x}_σ) rassemble les composantes d'indice σ de \underline{k} (resp. \underline{x}). On désigne par \underline{K}_* (resp. \underline{X}_*) l'espace standard que décrivent les multipléts \underline{k}_σ (resp. \underline{x}_σ); on note que ces espaces \underline{K}_* et \underline{X}_* sont communs à tous les secteurs intérieurs.

Cela étant, l'extension $\underline{\Phi}$ de \underline{P} se décompose sectoriellement en ce sens que, lorsque \underline{b} , \underline{b}_σ ($\sigma \in S_{in}$), \underline{g} [resp. \underline{k} , \underline{x} , \underline{k}_σ , \underline{x}_σ ($\sigma \in S_{in}$)] sont liés par (5.1.21) [resp. par (5.1.26)], la relation

$$(5.1.27) \quad \underline{x} \in \underline{\Phi}(\underline{b}, \underline{k})$$

équivaut à la conjonction de

$$(5.1.28) \quad \underline{x}_\sigma \in \underline{\Phi}_*(\underline{b}, \underline{b}_\sigma, \underline{k}_\sigma) \quad (\sigma \in S_{in}) \quad \text{et de}$$

$$(5.1.29) \quad \underline{x} \in \underline{\Psi}(\underline{g}) .$$

Dans la relation (5.1.28), $\underline{\Phi}_*$ est l'application multivoque de $\underline{B} \times \underline{B}_* \times \underline{K}_*$ dans \underline{X}_* définie de telle sorte que, pour chaque $\underline{b} \in \underline{B}$, $\underline{b}_* \in \underline{B}_*$, $\underline{k}_* \in \underline{K}_*$, $\underline{\Phi}_*(\underline{b}, \underline{b}_*, \underline{k}_*)$, d'une part est vide si $(\underline{b}, \underline{b}_*)$ ne vérifie pas la condition de compatibilité des données de base ⁽²²⁾, d'autre part, dans le cas contraire, est égal à l'ensemble des $\underline{x}_* \in \underline{K}_*$ vérifiant les contraintes d'équilibre physique (3.4.1) - (3.4.7), les contraintes d'organisation des échanges (3.4.12), (3.4.13) et les contraintes circonstanciellles instantanées unisec-

⁽²²⁾ alinéa 5.1.c.

torielles, toutes ces contraintes étant écrites pour un secteur générique. On dira que $\underline{\Phi}_*$ est l'extension sectorielle associée à \mathcal{D} . On note que cette fonction est commune à tous les secteurs intérieurs. Par ailleurs, dans la relation (5.1.29), $\underline{\Psi}$ est l'application multivoque de $\underline{G} \times \mathbb{R}$ dans \underline{X}_* définie de telle sorte que, pour chaque $\underline{g} \in \underline{G}$, $\underline{\Psi}(\underline{g})$ est égal à l'ensemble des $\underline{x} \in \underline{X}$ vérifiant les contraintes circonstanciellées instantanées globales et la contrainte extérieure minimale.

De même, la fonction d'évolution $\underline{\xi}$ de \underline{P} se décompose sectoriellement en ce sens que, lorsque \underline{k} , $\hat{\underline{k}}$, \underline{x} sont liés à \underline{k}_σ , $\hat{\underline{k}}_\sigma$, \underline{x}_σ ($\sigma \in S_{in}$) par (5.1.26), la relation

$$(5.1.31) \quad \underline{k} = \underline{\xi}(\underline{k}, \underline{x})$$

équivalent à

$$(5.1.32) \quad \hat{\underline{k}}_\sigma = \underline{\xi}_*(\underline{k}_\sigma, \underline{x}_\sigma) \quad (\sigma \in S_{in}) \quad ,$$

où $\underline{\xi}_*$ est l'application de $\underline{K}_* \times \underline{X}_*$ dans \underline{K}_* définie comme $\underline{\xi}$ (²¹) mais en restreignant les équations d'évolution à un secteur générique.

Ainsi, la structure pivotale physique \underline{P} est construite à partir de la structure pivotale physique sectorielle,

$$(5.1.33) \quad \underline{P}_* = (\underline{B} \times \underline{B}_*, \underline{K}_*, \underline{X}_*; \underline{\Phi}_*, \underline{\xi}_*),$$

commune à tous les secteurs intérieurs, et de la contrainte globale (5.1.29). Une analyse analogue pourrait être faite pour la structure cadre \underline{P} . On souligne qu'une hypothèse de sectorialisation des consommations de transfert du genre (3.2.21) est indispensable à la décomposition précédente.

Au descriptif \mathcal{D} , encore supposé différencié, peuvent être associés d'autres descriptifs en regroupant les secteurs (intérieurs ou extérieurs) selon une partition de S . Une telle opération sera appelée consolidation du descriptif ; elle sera dite totale si le descriptif consolidé est non différencié et partielle dans le cas contraire. Soit $\bar{\mathcal{D}}$ le descriptif obtenu par consolidation de \mathcal{D} au moyen de la partition $(S_{\bar{\sigma}})_{\bar{\sigma} \in \bar{S}}$ de S . La structure pivotale $\bar{\underline{P}} = \underline{P}[\bar{\mathcal{D}}]$ peut être liée à la structure $\underline{P} = \underline{P}[\mathcal{D}]$ par des condensa-

sations ⁽²³⁾ diverses dont on envisage ci-après les caractéristiques canoniques : d'abord, la condensation des données techniques \underline{b} [définies par (5.1.21)] est l'identité, vu que ces dernières sont communes à \underline{p} et $\underline{\bar{p}}$; la condensation des variables physiques est canonique, via les relations de sommation,

$$(5.1.34) \quad \bar{q}_{j;\bar{\sigma}} = \sum_{\sigma \in S_{\bar{\sigma}}} q_{j;\sigma} \quad , \quad \bar{q}_{j;\sigma}^* = \sum_{\sigma \in S_{\bar{\sigma}}} q_{j;\sigma}^* \quad (j \in J, \bar{\sigma} \in \bar{S}) ,$$

$$(5.1.35) \quad \bar{z}_{i;\bar{\sigma}',\bar{\sigma}''} = \sum_{\sigma' \in S_{\bar{\sigma}'}} \sum_{\sigma'' \in S_{\bar{\sigma}''}} z_{i;\sigma',\sigma''} \quad (i \in I, \bar{\sigma}' \in \bar{S}, \bar{\sigma}'' \in \bar{S}) \quad ,$$

$$(5.1.36) \quad \bar{u}_{\theta;\bar{\sigma}} = \sum_{\sigma \in S_{\bar{\sigma}}} u_{\theta;\sigma} \quad , \quad \bar{q}_{n;\theta;\bar{\sigma}}^* = \sum_{\sigma \in S_{\bar{\sigma}}} q_{n;\theta;\sigma}^* \\ (\theta \in \Theta, 1 \leq n \leq n_{\theta}, \bar{\sigma} \in \bar{S}) \quad ;$$

une condensation respectant ces conditions concernant données techniques et variables sera dite standard ; par contre la condensation des données concernant les échanges [\underline{b}_{σ} ($\sigma \in S_{i_n}$) sous l'hypothèse (3.2.21)] et circonstancielles globales peut donner lieu à des options diverses dépendant de la consolidation en cause. On souligne à ce sujet les liens existant entre la nomenclature de secteurs et celle d'opérations.

f) Structures adaptées ; perspectives de mise en œuvre. La structure pivotale cadre \underline{p} associée au descriptif \mathcal{D} est en général trop sous-déterminée pour être acceptable ⁽²⁴⁾ : les structures pivotales acceptables, au niveau d'analyse représenté par \mathcal{D} ⁽²³⁾, vont être obtenues par élaboration de \underline{p} .

Plus précisément, on dira qu'une structure pivotale,

$$(5.1.37) \quad P = (B, K, Y, X; \Phi, \xi, \eta)$$

est adaptée (au descriptif \mathcal{D}) si elle est une élaboration pure de \underline{p} , ce qui signifie ⁽²³⁾ que : d'une part \underline{B} , \underline{K} et \underline{X} sont des espaces facteurs de B , K et X respectivement ; d'autre part, on a,

⁽²³⁾ alinéa 2.4.c.

⁽²⁴⁾ alinéa 2.4.a.

$$(5.1.38) \quad \Pi_{\underline{X}}(\Phi(b,k,y)) \in \Phi(\Pi_{\underline{B}}(b), \Pi_{\underline{K}}(k)) \quad (b \in B, k \in K, y \in Y) \quad ,$$

$$(5.1.39) \quad \Pi_{\underline{K}}(\xi(k,x)) = \xi(\Pi_{\underline{K}}(k), \Pi_{\underline{X}}(x)) \quad (k \in K, x \in X) \quad ,$$

où $\Pi_{\underline{B}}$ (resp. $\Pi_{\underline{K}}, \Pi_{\underline{X}}$) désigne la projection de B sur \underline{B} (resp. de K sur \underline{K} , de X sur \underline{X}). Une telle structure P est aussi une élaboration pure de \underline{P} ; on désignera par $\Pi_{\underline{K}}$ (resp. $\Pi_{\underline{X}}$) la projection de K sur \underline{K} (resp. de X sur \underline{X}).

La contrainte fondamentale, $x \in \Phi(b,k,y)$, de la structure adaptée P résulte ainsi de la conjonction de la contrainte fondamentale de \underline{P} relevée dans X , $\Pi_{\underline{X}}(x) \in \Phi(\Pi_{\underline{B}}(b), \Pi_{\underline{K}}(k))$, et de contraintes supplémentaires diverses, instantanées ou avec délai ⁽²⁵⁾, que l'on peut écrire, en extension, sous la forme,

$$(5.1.40) \quad x \in \Psi(b,k,y) \quad ,$$

où Ψ est une application multivoque convenable de $B \times K \times Y$ dans X . Ces contraintes supplémentaires sont essentiellement les contraintes circonstanciées avec délai ⁽²⁶⁾, les contraintes numériques d'organisation financière et les contraintes de comportement ⁽²⁷⁾ ; le concept de structure pivotale adaptée permet de les manipuler sous forme générique, sans avoir à en donner une spécification particulière, au moins en ce qui concerne leurs interactions avec les contraintes physiques représentées par la structure cadre.

La classe des structures pivotales adaptées au descriptif \mathcal{D} est centrale dans la conception du modèle que l'on a en vue : au niveau d'analyse correspondant au descriptif, la mise en œuvre des schémas d'utilisation exploratoire ⁽²⁸⁾ va concerner essentiellement ces structures, au moins celles qui sont acceptables.

Dans ce sens, la mise en œuvre du modèle comporte couramment les éta-

⁽²⁵⁾ alinéas 2.4.c et 2.4.d. ⁽²⁶⁾ alinéa 3.4.e.

⁽²⁷⁾ alinéas 4.3.b, 4.3.c, 5.3.b, 5.3.c ; certaines contraintes circonstanciées, en particulier avec délai, représentent aussi des comportements (alinéa 3.4.e).

⁽²⁸⁾ alinéas 2.2.c, 2.2.d, 2.3.c, 2.3.d, 2.4.b, 2.4.c, 2.4.e.

pes suivantes ⁽²⁹⁾ : d'abord la spécification d'un descriptif \mathcal{D} ; puis celle d'une structure pivotale P adaptée à ce descriptif ; enfin l'application des schémas d'utilisation, via les études exploratoires ⁽²⁸⁾ concernant les diverses réalisations ⁽³⁰⁾, statiques ou évolutives, associées à P .

Bien que formellement distinctes, les étapes précédentes de la mise en œuvre (spécification du descriptif, puis de la structure adaptée P ; études exploratoires) sont étroitement liées entre elles. En particulier, la spécification des jeux de données éléments de B ou de B^T ⁽³¹⁾ réclamés par les études exploratoires ne peut être faite que de façon concomitante de celle du descriptif ⁽³²⁾.

Parmi les procédures de mise en œuvre, on souligne l'importance des études exploratoires comparées : comparaisons par modification du mode de contrôle à structure fixe ou comparaisons par modification de structure ⁽³³⁾. En ce qui concerne les premières, on cite les modifications du mode de contrôle portant sur tout ou partie des prix courants, ces derniers étant alternativement exogènes ou libres ⁽³⁴⁾. En ce qui concerne les dernières, outre les modifications par agrégation des nomenclatures techniques I et J ⁽³⁵⁾, on cite les modifications basées sur une consolidation totale ou partielle du descriptif ⁽³⁶⁾ convenablement répercutée sur les contraintes supplémentaires.

⁽²⁹⁾ voir l'alinéa 6.1.c et le § 7.2.

⁽³⁰⁾ alinéa 2.3.c, 2.3.d. ⁽³¹⁾ alinéas 2.2.b, 2.3.c, 2.3.d.

⁽³²⁾ voir les alinéas 6.1.c et 6.2.e.

⁽³³⁾ alinéa 2.4.b, 2.4.c. ⁽³⁴⁾ voir l'alinéa 5.2.e.

⁽³⁵⁾ voir le § 6.2. ⁽³⁶⁾ alinéa 5.1.e.

§ 5.2. - ÉTUDES FOCALISÉES SUR LA BASE PHYSIQUE

a) Préliminaire : découplage du physique et du monétaire. On s'intéresse, dans ce § 5.2, aux schémas d'utilisation du modèle dans lesquels les études exploratoires sont focalisées sur la base physique du processus économique plutôt que sur le couplage de cette dernière et de l'appareil monétaire et financier. Dans ce sens, on envisage d'abord (alinéa 5.2.b) les études qui sont acceptables, directement, pour la structure pivotale physique : lorsque l'ensemble économique considéré ne donne pas lieu à des échanges de biens avec l'extérieur, cas où l'on convient que S_{ex} est vide ⁽¹⁾, la structure pivotale physique \underline{p} est considérée comme acceptable ⁽²⁾ pour toutes les études exploratoires, tant statiques qu'évolutives ⁽³⁾. Dans le cas contraire, c'est-à-dire lorsque S_{ex} n'est pas vide, la structure pivotale physique est encore considérée comme acceptable, sans restrictions, pour les études statiques, mais pas pour les études évolutives. Cette restriction tient à ce que le formalisme de la structure physique ne permet pas de prendre en compte les transferts financiers interpériodes entre l'ensemble considéré et l'extérieur, par exemple ceux correspondant à des emprunts contractés à l'extérieur : les cheminements envisageables dans le cadre de cette structure sont alors trop particuliers pour que les études correspondantes soient acceptables.

Que la structure physique soit considérée comme acceptable pour certaines études exploratoires est une option qui est fondamentale dans la démarche de prospective libre que l'on en vue ici ⁽⁴⁾. La validité de cette option dépend de deux types de facteurs : d'une part le choix du descriptif physique \underline{p} et le choix des données via les procédures de délimitation et d'agrégation ; d'autre part le traitement des interactions entre la base physique et l'appareil monétaire et financier.

Les questions posées par les procédures de délimitation et d'agrégation sont étudiées au chapitre 6 ⁽⁵⁾. En ce qui concerne les interactions entre la base physique et l'appareil monétaire et financier, le cadre retenu des structures pivotales adaptées ⁽⁶⁾ permet d'étudier les couplages les plus

⁽¹⁾ alinéa 3.1.d. ⁽²⁾ alinéa 2.4.a. ⁽³⁾ alinéas 2.3.c et 2.3.d.

⁽⁴⁾ § 1.2 et 1.3, alinéas 2.1.c, 2.2.c, 2.2.d.

⁽⁵⁾ voir plus particulièrement les alinéas 6.1.c, 6.1.e, 6.2.d, 6.2.e.

⁽⁶⁾ alinéa 5.1.f.

divers, en particulier ceux du type "équilibre général" ⁽⁷⁾. A l'opposé l'option en cause stipule un découplage en ce sens que la base physique est étudiée de façon autonome. Mais ce découplage ne signifie pas que l'appareil monétaire et financier est ignoré : il signifie seulement que cet appareil est pris en compte davantage comme élément d'ajustement organisationnel que comme élément moteur.

Dans ce sens, le cadre des structures pivotales adaptées est utilisé ci-après pour analyser les conditions du découplage. On introduit pour cela (alinéa 5.2.c) des structures pivotales adaptées particulières : les structures physiquement découplables et les structures physiquement découplées. Ces structures permettent de mettre en œuvre des études exploratoires concernant "en priorité" la base physique en ce sens que le fonctionnement monétaire et financier est subordonné au fonctionnement physique étudié indépendamment (alinéa 5.2.b). Elles permettent aussi diverses approches de la détermination des prix à partir de ce dernier (alinéas 5.2.c et 5.2.d).

b) Utilisation directe de la structure pivotale physique. L'option précédente ⁽⁸⁾ étant admise, on donne ci-après quelques indications concernant la mise en œuvre des études exploratoires relatives à la structure pivotale physique \underline{P} . Ces indications concernent essentiellement : les modes de contrôle, les indicateurs d'évolution (pour les études statiques), l'analyse multicritère. Elles ne font que compléter les schémas généraux donnés au chapitre 2 ⁽⁹⁾.

On rappelle d'abord que la structure pivotale physique n'est réduite aux seuls déterminants physiques que dans le cas sans échanges avec l'extérieur : dans le cas contraire, cas où S_{ex} n'est pas vide, la contrainte extérieure minimale (3.4.29) est indispensable ⁽¹⁰⁾. Dans ce sens, en ce qui concerne le mode de contrôle, c'est-à-dire le choix des variables exogènes ⁽¹¹⁾, la seule indication impérative réside en ce que, dans le cas général où S_{ex} n'est pas vide, la variable Z_0^{ex} est exogène ⁽¹²⁾ : si, par exemple, la va-

⁽⁷⁾ voir l'alinéa 5.3.c. ⁽⁸⁾ alinéa 5.2.a. ⁽¹⁰⁾ alinéa 3.4.f.

⁽⁹⁾ alinéas 2.2.c, 2.2.d, 2.3.c, 2.3.d. ⁽¹¹⁾ alinéa 2.3.c.

⁽¹²⁾ c'est-à-dire est une composante de la commande ; Z_0^{ex} peut aussi être rendu endogène (voir la structure P_2 à l'alinéa 5.2.d), mais on sort alors du cadre de la structure physique.

leur retenue pour Z_0^{ex} est < 0 , la contrainte (3.4.29) exprime alors une limitation du déficit - Z^{ex} des échanges extérieurs ⁽¹⁰⁾. Cette indication mise à part, les modes de contrôle comme les spécifications des commandes ou des politiques ⁽¹³⁾ peuvent être très divers : ils viennent compléter, et doivent être cohérents avec, le choix des données circonstancielle instantanées (éléments de \underline{G} ⁽¹⁴⁾).

Un indicateur d'évolution est ici seulement, puisque \underline{P} est une structure pivotale primaire, une application multivoque ω de $\underline{K} \times \underline{X}$ dans \underline{K} , le cas standard étant celui où ω se réduit à une application multivoque de \underline{K} dans \underline{K} . On définit par exemple une telle application en désignant, pour chaque $\underline{k} \in \underline{K}$ mis sous la forme (5.1.10), par $\omega(\underline{k})$ l'ensemble des multiplats $\underline{k} = (\check{q}^\#, \check{q}^*, \check{q}_\ominus^*)$, éléments de \underline{K} , tels que, d'une part en ce qui concerne les stocks,

$$(5.2.1) \quad \underline{q}_{j;\sigma} + \underline{\omega}_{j;\sigma} \underline{q}_{j;\sigma} \leq \check{q}_{j;\sigma} \leq \bar{q}_{j;\sigma} + \bar{\omega}_{j;\sigma} \underline{q}_{j;\sigma} \quad (j \in J_\#, \sigma \in S_{in}) ,$$

d'autre part, en ce qui concerne les équipements,

$$(5.2.2) \quad \underline{q}_{j;\sigma}^* + \underline{\omega}_{j;\sigma}^* \underline{q}_{j;\sigma}^* \leq \check{q}_{j;\sigma}^* \leq \bar{q}_{j;\sigma}^* + \bar{\omega}_{j;\sigma}^* \underline{q}_{j;\sigma}^* \quad (j \in J, \sigma \in S_{in}) ,$$

où $\underline{\omega}_{j;\sigma}$, $\bar{\omega}_{j;\sigma}$, $\underline{q}_{j;\sigma}$, $\bar{q}_{j;\sigma}$ ($j \in J_\#, \sigma \in S_{in}$) et $\underline{\omega}_{j;\sigma}^*$, $\bar{\omega}_{j;\sigma}^*$, $\underline{q}_{j;\sigma}^*$, $\bar{q}_{j;\sigma}^*$ ($j \in J, \sigma \in S_{in}$) sont des quantités ≥ 0 données telles que,

$$(5.2.3) \quad \underline{\omega}_{j;\sigma} \leq \bar{\omega}_{j;\sigma} \quad (j \in J_\#, \sigma \in S_{in}) ,$$

$$(5.2.4) \quad \underline{\omega}_{j;\sigma}^* \leq \bar{\omega}_{j;\sigma}^* \quad (j \in J, \sigma \in S_{in}) .$$

Un tel indicateur d'évolution sera dit de type linéaire. Selon les spécifications des données, on obtient ainsi, soit des indicateurs constants, soit l'indicateur identité ⁽¹⁵⁾, soit des indicateurs correspondant à une croissance ou une décroissance, des stocks et des équipements, différenciée

⁽¹³⁾ alinéas 2.3.b, 2.3.c, 2.3.d.

⁽¹⁴⁾ alinéas 3.4.e et 5.1.c.

⁽¹⁵⁾ alinéa 2.3.d.

selon les activités ⁽¹⁶⁾.

En ce qui concerne l'emploi de l'analyse multicritère ⁽¹⁷⁾, on a la propriété importante suivante : pour chaque mode de contrôle U de \underline{P} , la réalisation évolutive $R_T[\underline{P}, U]$ ⁽¹⁸⁾ et les réalisations statiques $R_1[\underline{P}, U, \omega]$ ⁽¹⁵⁾, où ω est un indicateur d'évolution de type linéaire, sont telles que, pour chaque jeu de données correspondant, le problème d'optimisation standard (2.2.3) constitue, dès que le critère retenu est linéaire, un problème linéaire avec effets de seuil. Cela tient à ce que, pour ces réalisations, l'extension de chaque jeu de données ⁽¹⁹⁾ est définie par la conjonction de contraintes numériques qui sont, soit des inégalités linéaires, soit des contraintes à seuil, ces dernières pouvant être linéarisées par adjonction de variables entières ⁽²⁰⁾.

Ainsi, l'utilisation de critères linéaires permet d'appréhender les études exploratoires relatives à la structure physique \underline{P} par les méthodes de la programmation linéaire avec variables entières ⁽²¹⁾.

Les critères linéaires, statiques par exemple, sont des formes linéaires $c: (\underline{k}, \underline{x}) \rightarrow c(\underline{k}, \underline{x})$ sur l'espace standard $\underline{K} \times \underline{X}$. Un tel critère s'écrit donc,

$$(5.2.5) \quad c(\underline{k}, \underline{x}) = \sum_{j \in J} \sum_{\sigma \in S_{in}} c_{j;\sigma}^* q_{j;\sigma}^* + \sum_{\theta \in \Theta} \sum_{n=1}^{n_\theta} \sum_{\sigma \in S_{in}} c_{n;\theta;\sigma}^* q_{n;\theta;\sigma}^* \\ + \sum_{j \in J} \sum_{\sigma \in S_{in}} c_{j;\sigma} q_{j;\sigma} + \sum_{\theta \in \Theta} \sum_{\sigma \in S_{in}} c_{\theta;\sigma} u_{\theta;\sigma} \\ + \sum_{i \in I} \sum_{\sigma' \in S} \sum_{\sigma'' \in S} c_{i;\sigma',\sigma''} z_{i;\sigma',\sigma''} + c^{ex} z_0^{ex} ,$$

⁽¹⁶⁾ on souligne la distinction faite, au-delà des analogies, entre (5.2.1) et (3.4.25) qui concernent respectivement la définition d'une réalisation statique associée à la structure \underline{P} et l'élaboration de cette structure.

⁽¹⁷⁾ alinéa 2.2.d. ⁽¹⁸⁾ alinéa 2.3.c. ⁽¹⁹⁾ alinéa 2.2.c.

⁽²⁰⁾ voir par exemple à ce sujet [115] (Tome 2, alinéa 16.2.1, page 158).

⁽²¹⁾ voir par exemple [115] (chapitre 16) et [110] .

le multipléte $\underline{k} \in \underline{K}$ [resp. $\underline{x} \in \underline{X}$] étant mis sous la forme (5.1.10) [resp. (5.1.15)]. Ainsi la spécification du critère c équivaut à celle de ses coefficients techniques $c_{j;\sigma}^*$, $c_{n;\theta;\sigma}^*$, $c_{j;\sigma}$, $c_{\theta;\sigma}$, $c_{i;\sigma',\sigma''}$, c^{ex} ($j \in J$, $\theta \in \Theta$, $1 \leq n \leq n_*$, $\sigma \in S_{in}$, $i \in I$, $\sigma' \in S$, $\sigma'' \in S$).

Voici, interprétés en termes du problème (2.2.3), quelques exemples de tels critères qui sont de spécification intrinsèque ⁽¹⁷⁾ : les critères,

$$(5.2.5a) \quad c(\underline{k}, \underline{x}) = \varepsilon \sum_{\sigma \in S_{in}} q_{j_0;\sigma} ,$$

$$(5.2.5b) \quad c(\underline{k}, \underline{x}) = \varepsilon q_{j_0;\sigma_0} ,$$

où $\varepsilon = \pm 1$ est donné, correspondent à la minimisation (si $\varepsilon = +1$) ou à la maximisation (si $\varepsilon = -1$) du niveau de l'activité $j_0 \in J$, respectivement dans tout le système [relation (5.2.5a)] ou seulement dans le secteur $\sigma_0 \in S_{in}$ [relation (5.2.5b)] ; les critères,

$$(5.2.5c) \quad c(\underline{k}, \underline{x}) = \sum_{\sigma \in S_{in}} q_{j_0;\sigma}^* ,$$

$$(5.2.5d) \quad c(\underline{k}, \underline{x}) = q_{j_0;\sigma_0}^* ,$$

correspondent à la minimisation, pour l'activité $j_0 \in J$, des équipements utilisables au début de la période type en cause, respectivement dans tout le système [relation (5.2.5c)] ou seulement dans le secteur $\sigma_0 \in S_{in}$ [relation (5.2.5d)] ; les critères,

$$(5.2.5e) \quad c(\underline{k}, \underline{x}) = \sum_{\sigma \in S_{in}} h_{i_0;\sigma} ,$$

$$(5.2.5f) \quad c(\underline{k}, \underline{x}) = h_{i_0;\sigma_0} ,$$

où $h_{i_0;\sigma}$ est défini par (4.1.16), correspondent à la minimisation de la quantité de bien $i_0 \in I$ (par exemple un type de travail ou une ressource) utilisée, pendant la période type en cause, respectivement dans tout le système [relation (5.2.5e)] ou seulement dans le secteur $\sigma_0 \in S_{in}$ [(relation (5.2.5f))] ; le critère,

$$(5.2.5g) \quad c(\underline{k}, \underline{x}) = \sum_{\sigma' \in S_{ex}} \sum_{\sigma'' \in S_{in}} z_{i_0;\sigma',\sigma''} ,$$

correspond à la minimisation de la quantité de bien $i_0 \in I$ importée pendant la période type en cause ; enfin, le critère,

$$(5.2.5h) \quad c(\underline{k}, \underline{x}) = - Z^{ex} ,$$

où Z^{ex} est défini par (3.4.28), correspond à la maximisation du solde des échanges extérieurs pendant la période type en cause.

c) Structures adaptées physiquement découplables ou découplées. Pour aller au-delà de l'utilisation directe de la structure physique et prendre en compte l'appareil monétaire et financier, plusieurs démarches sont possibles. On peut éliminer le découplage entre le physique et le monétaire qui sous-tend cette utilisation et appréhender l'équilibre général résultant des interactions entre la base physique du processus économique et l'appareil monétaire et financier ; les études exploratoires doivent alors être mises en œuvre pour des structures adaptées prenant en compte ces interactions via des équations de comportement convenables ⁽²²⁾. On peut aussi, tout en conservant ce découplage (donc la priorité accordée ici au physique ⁽²³⁾) et les avantages de simplicité et de souplesse que présentent les études relatives à la structure physique ⁽²⁴⁾, chercher à

⁽²²⁾ voir les alinéas 5.3.c et 5.3.d.

⁽²³⁾ alinéa 5.2.a.

⁽²⁴⁾ alinéa 5.2.b.

compléter les résultats de ces études par des indications concernant les éventuels fonctionnements monétaires et financiers "adaptés" aux fonctionnements physiques déterminés indépendamment par les études précédentes.

On définit ci-après les structures pivotales adaptées déjà annoncées ⁽²³⁾ qui fournissent un cadre aux études permettant d'obtenir des indications.

Ces structures apparaissent ainsi, au moins en ce qui concerne l'appareil monétaire et financier, comme des outils d'analyses et d'évaluations normatives plutôt que comme des représentations d'un fonctionnement concret ; les évaluations qu'elles permettent, en particulier celles relatives aux systèmes de prix équilibrés ou aux opérations de transfert, peuvent servir de base macroéconomique à l'étude de dispositions contractuelles ou de réglementations ⁽²⁵⁾.

On dira qu'une structure pivotale adaptée $P = (B, K, Y, X; \Phi, \xi, \eta)$ est physiquement découplable si elle possède la propriété :

(DA) pour tous $b \in B$, $k \in K$ et $\underline{x} \in \underline{X}$ tels que,

$$(5.2.6) \quad \underline{x} \in \Phi(\Pi_{\underline{B}}(b), \Pi_{\underline{K}}(k)) \quad ,$$

il existe $y \in Y$ et $x \in X$ tels que,

$$(5.2.7) \quad x \in \Phi(b, k, y) \quad \text{et} \quad \Pi_{\underline{X}}(x) = \underline{x} \quad .$$

On note que, si P est une structure pivotale adaptée primaire, $P = (B, K, X; \Phi, \xi)$, cette structure est physiquement découplable si et seulement si elle vérifie,

$$(5.2.8) \quad \Pi_{\underline{X}}(\Phi(b, k)) = \Phi(\Pi_{\underline{B}}(b), \Pi_{\underline{K}}(k)) \quad (b \in B, k \in K).$$

On dira qu'une structure pivotale adaptée $P = (B, K, Y, X; \Phi, \xi, \eta)$ est physiquement découplée si elle possède la propriété :

⁽²⁵⁾ voir les alinéas 5.2.d et 5.2.e ; voir aussi la note ⁽¹⁷⁾ du § 7.2.

(DE) pour tous $b \in B$, $k \in K$ et $\underline{x} \in \underline{X}$ vérifiant (5.2.6) et pour tout $\underline{f} \in \underline{F}$ vérifiant (4.1.27), il existe $y \in Y$ et $x \in X$ tels que,

$$(5.2.9) \quad x \in \Phi(b, k, y), \quad \Pi_{\underline{X}}(x) = \underline{x} \quad \text{et} \quad \Pi_{\underline{F}, X}(x) = \underline{f} .$$

On note que, la propriété (DE) impliquant la propriété (DA), toute structure pivotale adaptée qui est physiquement découplée est aussi physiquement découplable.

La propriété (DA) signifie qu'un mode de fonctionnement physique $\underline{x} \in \underline{X}$ peut être étendu en un mode de fonctionnement total $x \in X$, compatible avec le jeu de déterminants exogènes $b \in B$ et avec l'état du capital $k \in K$, si et seulement si \underline{x} est lui-même compatible avec les projections physiques $\Pi_{\underline{B}}(b)$ et $\Pi_{\underline{K}}(k)$ de b et de k . On note que la détermination du mode de fonctionnement $x \in X$ inclut celle d'un système de prix courants p et celle d'opérations θ^b et θ^k , ces quantités étant ainsi associées au fonctionnement physique \underline{x} .

La propriété (DE) stipule, en plus de (DA), que les prix et cours $\underline{f} \in \underline{F}$ peuvent être donnés arbitrairement lors de l'extension précédente, les opérations s'adaptant à ces données.

Lorsque P est une structure primaire physiquement découplable, les régimes ou cheminements relatifs à la structure physique \underline{P} peuvent être étendus en des régimes ou cheminements relatifs à la structure P ⁽²⁶⁾, cette extension incluant la détermination de prix courants et d'opérations convenables.

On souligne que cette extension n'est possible sans précautions que si P est une structure primaire : lorsque P inclut une mémorisation du passé, le choix d'un relèvement x de \underline{x} [choix dont la possibilité est stipulée par la propriété (DA)] peut imposer des conditions sur le corpus d'informations y [ce qui correspond à ce que la propriété (DA) stipule l'existence de $y \in Y$ en même temps que celle de x et non celle de x quel que soit $y \in Y$] ⁽²⁷⁾.

⁽²⁶⁾ propriété de relèvement (alinéa 2.4.c).

⁽²⁷⁾ des exemples d'une telle rigidité sont fournis par les cas où Y , Φ et η sont tels que certaines variables, par exemple certains prix courants, restent stables d'une période à la suivante ; voir à ce sujet les alinéas 2.4.d et 5.2.e.

Par ailleurs, dans le cas où l'ensemble économique considéré a des échanges avec l'extérieur (cas où S_{ex} n'est pas vide), les études évolutives focalisées sur la base physique doivent être mises en œuvre d'emblée pour des structures adaptées découplables, le descriptif étant choisi pour permettre de prendre en compte les transferts financiers interpériodes entre l'ensemble considéré et l'extérieur ⁽²⁸⁾. Pour ces études évolutives, comme pour des études statiques relatives à la même structure physiquement découplable, les modes de contrôle, les indicateurs d'évolution et les critères peuvent être ceux utilisés pour les études relatives à la structure physique ⁽²⁴⁾.

d) Détermination des prix courants et prix duaux. Les structures pivotales physiquement découplées ne peuvent être que très sous-déterminées et pauvres en comportements ; en particulier, la représentation de l'appareil monétaire et financier ne peut guère aller au-delà des équations comptables et des contraintes d'organisation financières ⁽²⁹⁾. En fait, ces structures sont essentiellement des "habillages comptables" de la structure physique, habillages destinés à étudier librement divers modes de détermination des prix courants et des opérations financières, dans le cadre comptable donné et en fonction de régimes ou de cheminements physiques déterminés indépendamment.

Parmi ces modes de détermination, il y a ceux qui sont basés sur le calcul des prix duaux correspondant à l'un ou l'autre des programmes linéaires intervenant dans l'étude de la base physique ⁽³⁰⁾. Ce passage des prix duaux, valeurs d'usage, au prix courants, valeurs d'échange, pose de nombreux problèmes qui seront étudiés dans un travail ultérieur ⁽³¹⁾ ; on donne ici seulement quelques indications dans un cas particulier.

On considère dans ce sens la réalisation statique $R_1 = R_1[\underline{P}, U, \omega]$, où le mode de contrôle U est supposé rendre exogène la variable Z_0^{ex} et où l'indicateur d'évolution ω est de type linéaire ⁽³⁰⁾ ; on suppose fixés,

⁽²⁸⁾ alinéas 5.2.a et 5.2.f.

⁽²⁹⁾ voir l'exemple de la structure P_1 à l'alinéa 5.2.f.

⁽³⁰⁾ alinéa 5.2.b.

⁽³¹⁾ voir aussi l'alinéa 5.3.b.

relativement à R_1 , un jeu de données $(\underline{b}, \underline{u}) \in \underline{B} \times \underline{U}$ et un critère linéaire c tels que le problème d'optimisation standard (2.2.3), ici linéaire ⁽³⁰⁾ ait une solution $(\underline{\tilde{K}}, \underline{\tilde{X}}) \in \underline{\tilde{K}} \times \underline{\tilde{X}}$. Le problème dual admet alors aussi une solution ⁽³²⁾; soient $\tilde{p}_{i;\sigma}$ ($i \in I, \sigma \in S_{in}$) et $\tilde{\tau}$ les spécifications optimales des variables duales correspondant respectivement aux contraintes (3.4.1) si $i \in I_R$, (3.4.2) si $i \in I \setminus I_R$ et à la contrainte extérieure (3.4.29). Dans ces conditions, il s'agit de déterminer les prix courants $p_{i;\sigma',\sigma''}$ ($i \in I, \sigma' \in S_{in}, \sigma'' \in S_{in}$) et le cours τ de la devise ⁽³³⁾ en fonction des prix duaux $\tilde{p}_{i;\sigma}$ ($i \in I, \sigma \in S_{in}$) et de $\tilde{\tau}$. On souligne la distinction entre les prix duaux, valeurs d'usage ⁽³⁴⁾ associées aux secteurs $\sigma \in S_{in}$, et les prix courants, valeurs d'échange associées aux couples de secteurs $(\sigma', \sigma'') \in S_{in} \times S_{in}$. On suggère les relations,

$$(5.2.10) \quad p_{i;\sigma',\sigma''} = \tilde{p}_{i;\sigma''} \quad (i \in I, \sigma' \in S_{in}, \sigma'' \in S_{in}, \sigma' \neq \sigma'') \quad ,$$

$$(5.2.11) \quad \tau = \tilde{\tau} \quad ,$$

qui sont à conjuguer avec (4.1.2). Ainsi, la relation (5.2.10) stipule que c'est la valeur d'usage $\tilde{p}_{i;\sigma''}$ dans le secteur destinataire σ'' qui est prise comme prix courant $p_{i;\sigma',\sigma''}$ du bien $i \in I$. Cette option est, en un sens, duale de l'option (3.2.22) concernant l'affectation des consommations de transfert. Elle est à rapprocher aussi des relations de complémentarité ⁽³⁵⁾ du problème dual relatives aux variables primales $z_{i;\sigma',\sigma''}$, relations qui s'écrivent, faisant apparaître les coûts de transport relatifs aux valeurs d'usage,

$$(5.2.12) \quad \tilde{p}_{i;\sigma''} - \tilde{p}_{i;\sigma'} + \sum_{h \in I} \sum_{\sigma \in S_{in}} \tilde{p}_{h;\sigma} E_{h,i;\sigma',\sigma'';\sigma} = c_{i;\sigma',\sigma''}$$

si $\tilde{z}_{i;\sigma',\sigma''} > 0 \quad (\sigma' \in S_{in}, \sigma'' \in S_{in}) \quad ,$

⁽³²⁾ théorème de dualité ; voir par exemple [115] (Tome I, page 114).

⁽³³⁾ alinéa 4.1.a.

⁽³⁴⁾ par exemple contenus, des divers biens $i \in I$, en une ressource $i_0 \in I_R$ si le critère c stipule l'usage minimum de i_0 (voir [31] à ce sujet).

⁽³⁵⁾ voir [115] (Tome I, Théorème 5.3, page 114), ainsi que [84] (page 188) ou [83] (page 85).

$$(5.2.13) \quad \tilde{\tau} p_{i;\sigma',\sigma''}^{\text{ex}} - \tilde{p}_{i;\sigma'} + \sum_{h \in I} \sum_{\sigma \in S_{in}} \tilde{p}_{h;\sigma} E_{h,i;\sigma',\sigma'';\sigma} = c_{i;\sigma',\sigma''}$$

si $\tilde{z}_{i;\sigma',\sigma''} > 0 \quad (\sigma' \in S_{in}, \sigma'' \in S_{ex})$,

$$(5.2.14) \quad \tilde{p}_{i;\sigma''} - \tilde{\tau} p_{i;\sigma',\sigma''}^{\text{ex}} + \sum_{h \in I} \sum_{\sigma \in S_{in}} \tilde{p}_{h;\sigma} E_{h,i;\sigma',\sigma'';\sigma} = c_{i;\sigma',\sigma''}$$

si $\tilde{z}_{i;\sigma',\sigma''} > 0 \quad (\sigma' \in S_{in}, \sigma'' \in S_{ex})$,

en supposant le jeu de données en cause tel que les contraintes d'organisation des échanges consistent seulement à interdire certains transferts. On note que l'option inverse [i.e. avec $\tilde{p}_{i;\sigma'}$ au lieu de $\tilde{p}_{i;\sigma''}$ dans (5.2.10)] est aussi envisageable : le problème se pose d'une justification de l'option en termes d'une caractérisation globale stipulant que le système de prix courant déterminé est le seul vérifiant un ensemble convenable de contraintes supplémentaires. L'étude de telles contraintes revient à celle des structures physiquement découplables conformément à l'alinéa suivant.

e) Construction de structures physiquement découplables. La classe des structures pivotales physiquement découplables est beaucoup plus large que celle des structures physiquement découplées : les premières sont généralement construites par élaboration pure des secondes, les contraintes supplémentaires qui interviennent dans cette élaboration ⁽³⁶⁾ liant souvent les prix courants aux variables physiques ⁽³⁷⁾. On s'intéresse ici à de telles contraintes et à la manière dont elles conditionnent les prix courants.

Dans ce sens, soit $P = (B, K, Y, X; \Phi, \xi, \eta)$ une structure pivotale physiquement découplable. Etant donné $b \in B$, $k \in K$ et $\underline{x} \in \underline{X}$ vérifiant (5.2.6), l'existence du mode de fonctionnement $x \in X$ vérifiant (5.2.7) inclut en particulier celle de $(p, \tau) = \Pi_{F_0, X}(x)$, c'est-à-dire celle du système de prix courants p et du cours de la devise sous-jacents à x . Cela étant, la relation (5.2.7) peut conditionner (p, τ) de façon plus ou moins étroite : dans le cas où (p, τ) est déterminé de façon unique par cette relation lorsque $b \in B$, $k \in K$,

⁽³⁶⁾ alinéa 5.1.f.

⁽³⁷⁾ les contraintes supplémentaires peuvent être aussi purement physiques, par exemple circonstancielle avec délai comme (3.4.25).

$y \in Y$ et $\underline{x} \in \underline{X}$ sont donnés, on dira que P est catégorique (en b, k, y, \underline{x}) pour les prix courants. Dans le cas contraire, (5.2.7) laisse subsister une indétermination sur (p, τ) qui peut donner lieu à une analyse multicritère.

Les contraintes supplémentaires conditionnant les prix courants peuvent être instantanées (i.e. ne concerner qu'une seule période type) ou avec délai (i.e. concerner, via l'espace de mémorisation Y , plusieurs périodes type) ⁽³⁸⁾. On explicite ci-après, pour fixer les idées, quelques contraintes de l'un ou l'autre type.

Comme contraintes instantanées, on cite celles qui sont relatives à l'équilibre en valeur des échanges des divers secteurs intérieurs. Par exemple la contrainte,

$$(5.2.15) \quad \text{Sgn}(Z_\sigma) = \text{Sgn}(Z_{in}) \quad (\sigma \in S_{in}^0) \quad (39) ,$$

où S_{in}^0 est un sous-ensemble donné de S_{in} ; ou encore,

$$(5.2.16) \quad \gamma_\sigma^{(-)} |Z_{in}| \leq |Z_\sigma| \leq \gamma_\sigma^{(+)} |Z_{in}| \quad (\sigma \in S_{in}^0) ,$$

où $\gamma_\sigma^{(-)}$ et $\gamma_\sigma^{(+)}$ ($\sigma \in S_{in}^0$) sont donnés tels que,

$$(5.2.17) \quad 0 \leq \gamma_\sigma^{(-)} \leq \gamma_\sigma^{(+)} ,$$

avec conjonction éventuelle de (5.1.15) et (5.1.16). Le problème se pose à ce sujet de savoir comment se situent par rapport à ces contraintes, ou à d'autres analogues, les prix courants déduits des prix duaux ⁽⁴⁰⁾. Des variantes peuvent être obtenues en remplaçant, dans (5.2.15) et (5.2.16), les soldes Z_σ par des soldes significatifs plus élaborés Z_σ^L ⁽⁴¹⁾. On note que de telles contraintes, même conjuguées avec des conditions restrictives comme (4.1.1), ne sont pas en général catégoriques pour les prix courants, c'est-à-dire n'assurent pas leur détermination de façon unique lorsque $b \in B$, $k \in K$ et $\underline{x} \in \underline{X}$ sont fixés. On peut alors utiliser des critères divers pour cette détermination. Comme exemple de tels critères à rapprocher des contraintes précédentes, on cite ceux qui consistent à minimiser,

⁽³⁸⁾ alinéa 2.4.d.

⁽³⁹⁾ $\text{Sgn}(\alpha)$ vaut +1, 0 ou -1 selon que $\alpha > 0$, $\alpha = 0$ ou $\alpha < 0$.

⁽⁴⁰⁾ alinéa 5.2.d; voir aussi la note ⁽¹⁷⁾ du § 7.2. ⁽⁴¹⁾ alinéa 4.3.c.

pour l'ensemble des secteurs intérieurs, les opérations,

$$(5.2.18) \quad c(\underline{x}) = \sum_{\sigma \in S_{in}} \sum_{\lambda \in L} (D_{\lambda;\sigma} + R_{\lambda;\sigma}) ,$$

ou les encours,

$$(5.2.19) \quad c(\underline{k}) = \sum_{\sigma \in S_{in}} \sum_{\lambda \in L^{\#}} (W_{\lambda;\sigma}^{+} + W_{\lambda;\sigma}^{-}) .$$

Comme contraintes avec délai, on cite celles qui consistent à imposer que les prix courants restent stables d'une période type à la suivante, ce qui est possible par un choix convenable des espaces B, Y et X ⁽⁴²⁾. De telles contraintes peuvent aussi être basées sur des lois empiriques comme celle de Phillips-Lipsey ⁽⁴³⁾.

On souligne enfin que les structures pivotales physiquement découplables, en particulier celles - non physiquement découplées - envisagées ici, peuvent donner lieu aussi bien aux études précédentes concernant le conditionnement des prix courants par des régimes physiques déterminés indépendamment qu'à des études exploratoires standard, sans découplage de la base physique, où le mode de contrôle stipule que certaines variables monétaires ou financières, par exemple certains prix courants ⁽⁴⁴⁾, sont exogènes. La comparaison des régimes obtenus dans ces deux types d'études, avec un même critère physique, permet de mesurer l'influence des variables bloquées. Par exemple, en identifiant aux prix extérieurs tout ou partie des prix courants via un taux de change exogène, on peut évaluer ainsi l'influence interne, immanente ⁽⁴⁵⁾, de l'environnement économique extérieur sur un ensemble humain non protégé ⁽⁴⁶⁾.

⁽⁴²⁾ relations (2.3.8), (2.3.9) et (2.4.25), (2.4.26) avec $X_1 = E_0$. On note que la structure P est alors catégorique pour les prix courants.

⁽⁴³⁾ voir par exemple à ce sujet [28] (chapitre 3, § 2, ou chapitre 4, alinéa 2.4, page 189), [52] (chapitre 3, section 1, page 137) ou [42] (relation (18) page 59).

⁽⁴⁴⁾ voir la fin de l'alinéa 5.1.f.

⁽⁴⁵⁾ au-delà de la seule contrainte extérieure.

⁽⁴⁶⁾ voir à ce sujet [28] (Tome 1, chapitre 2, alinéa 3.2).

f) Exemples de structures pivotales adaptées. On suppose ici que \mathcal{D} est un descriptif correspondant à l'organisation financière explicitée à l'alinéa 4.3.d ; autrement dit, on suppose que les relations (4.3.12) - (4.3.17) sont satisfaites par S , L^b , $L^\#$ et Ω . On s'intéresse alors à des structures pivotales primaires qui sont adaptées à ce descriptif et de la forme,

$$(5.2.20) \quad P = (B, \underline{K}, \underline{X}; \Phi, \underline{\xi}) .$$

Ainsi, la spécification d'une telle structure réclame seulement celle de l'espace B et de l'application multivoque Φ .

On commence par envisager la structure adaptée minimale correspondant aux conditions précédentes, laquelle va être physiquement découplée. Dans ce sens, on définit d'abord l'espace B comme étant l'ensemble B_1 des multi-plets,

$$(5.2.21) \quad b_1 = (\underline{b}, \rho_{in}, \rho_{ex}) ,$$

vérifiant,

$$(5.2.22) \quad \underline{b} \in \underline{B}, \rho_{in} \in \mathbb{R}_+, \rho_{ex} \in \mathbb{R}_+ .$$

On définit ensuite l'extension Φ comme étant l'application multivoque Φ_1 de $B_1 \times \underline{K}$ dans \underline{X} telle que, pour chaque $b_1 \in B_1$ et $\underline{k} \in \underline{K}$, $\Phi_1(b_1, \underline{k})$ est l'ensemble des $\underline{x} \in \Phi(\Pi_{\underline{B}}(b_1), \underline{k})$ vérifiant les contraintes numériques d'organisation financière (4.3.22) et (4.3.23).

La structure pivotale $P_1 = (B_1, \underline{K}, \underline{X}; \Phi_1, \underline{\xi})$ ainsi définie est adaptée au descriptif \mathcal{D} et physiquement découplée. Que P_1 soit adaptée est immédiat vu sa définition. Afin d'établir que P_1 est physiquement découplée, supposant donnés $b_1 \in B_1$, $\underline{k} \in \underline{K}$, $\underline{x} \in \Phi(\Pi_{\underline{B}}(b_1), \Pi_{\underline{K}}(\underline{k}))$ et $\underline{f} \in \underline{F}$, il faut montrer qu'il existe $\underline{x} \in \underline{X}$ tel que,

$$(5.2.23) \quad \underline{x} \in \Phi_1(b_1, \underline{k}), \quad \Pi_{\underline{X}}(\underline{x}) = \underline{x} \quad \text{et} \quad \Pi_{\underline{F}, \underline{X}}(\underline{x}) = \underline{f} .$$

Autrement dit, il faut montrer qu'il existe des opérations \mathbb{O}^b , $\mathbb{O}^\#$ telles que

$\underline{x} = (\underline{x}, \underline{f}, \underline{0}^b, \underline{0}^\#)$ appartient à $\Phi_1(b_1, \underline{k})$, ou encore vérifie les contraintes (4.2.4), (4.2.5), (4.2.8), (4.2.9), (4.3.18) - (4.3.21), (4.3.22), (4.3.23). Or, compte tenu des contraintes formelles d'organisation financière (4.3.18) - (4.3.21), les contraintes (4.2.4), (4.2.5) s'écrivent,

$$(5.2.24) \quad \sum_{\sigma \in S_{in}} D_{\ell'_{in};\sigma} = R_{\ell'_{in};\sigma_{ex}} \quad , \quad D_{\ell'_{ex};\sigma_{ex}} = \sum_{\sigma \in S_{in}} R_{\ell'_{ex};\sigma} \quad ,$$

$$(5.2.25) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sum_{\sigma \in S_{in}} D_{\ell_{in};\sigma}^- + D_{\ell_{in};\sigma_{ex}}^+ = \sum_{\sigma \in S_{in}} R_{\ell_{in};\sigma}^- + R_{\ell_{in};\sigma_{ex}}^+ \quad , \\ \sum_{\sigma \in S_{in}} D_{\ell_{ex};\sigma}^+ + D_{\ell_{ex};\sigma_{ex}}^- = \sum_{\sigma \in S_{in}} R_{\ell_{ex};\sigma}^+ + R_{\ell_{ex};\sigma_{ex}}^- \quad , \end{array} \right.$$

$$(5.2.26) \quad Z_\sigma = R_{\ell'_{ex};\sigma} - D_{\ell'_{in};\sigma} \\ + p_{\ell_{in}}^\# R_{\ell_{in};\sigma}^- - p_{\ell_{in}}^\# D_{\ell_{in};\sigma}^- + p_{\ell_{ex}}^\# R_{\ell_{ex};\sigma}^+ - p_{\ell_{ex}}^\# D_{\ell_{ex};\sigma}^+ \\ (\sigma \in S_{in}) \quad .$$

Cela étant, en ce qui concerne d'abord les équations (5.2.24), les premiers membres étant fixés par les encours de dettes via les équations (4.3.22) et (4.3.23), on peut déterminer les intérêts reçus qui constituent les seconds membres de telle sorte que les égalités aient lieu. En ce qui concerne ensuite (5.2.26) : d'une part Z_σ [fourni par (4.1.6)] est fixé en même temps que \underline{x} et \underline{p} ; d'autre part, au second membre, les montants $p_{\ell_{in}}^\# R_{\ell_{in};\sigma}^-$ et $p_{\ell_{ex}}^\# D_{\ell_{ex};\sigma}^+$ des emprunts et des dépôts faits par le secteur σ ne sont pas soumis à limitations alors que les termes de transfert $R_{\ell'_{ex};\sigma}$ et $D_{\ell'_{in};\sigma}$ ont été précédemment déterminés et que les autres termes sont soumis aux limitations (4.2.8), (4.2.9) en fonction des encours ; choisissant d'abord ces derniers termes conformément à ces limitations, on peut ensuite déterminer, compte tenu de ce que $p_{\ell_{in}}^\#$ et $p_{\ell_{ex}}^\#$ sont > 0 ⁽⁴⁸⁾, les montants des emprunts et prêts pour que (5.2.26) soit vérifiée ; enfin, on peut choisir $D_{\ell_{in};\sigma_{ex}}^+$ et $R_{\ell_{ex};\sigma_{ex}}^-$ pour que les équations (5.2.25) soient satisfaites, tous les autres termes y figurant ayant précédemment déterminés. D'où l'exis-

(48) on pourrait même ici imposer à $p_{\ell_{in}}^\#$ et $p_{\ell_{ex}}^\#$ de valoir 1.

tence de $\underline{x} \in \underline{X}$ vérifiant (5.2.23) et la propriété annoncée de la structure P_1 . On note que le descriptif envisagé est d'une certaine manière minimal pour que la structure P_1 soit physiquement découplée : la propriété n'est plus vraie si $L^\#$ est réduit à un élément (emprunt ou dépôt). Par ailleurs, à partir de la structure P_1 on peut construire des structures adaptées physiquement découplables mais non découplées selon le procédé général consistant à adjoindre des contraintes portant sur p et sur τ ⁽⁴⁹⁾.

Dans la définition de Φ_1 , la contrainte extérieure $Z^{ex} \geq Z_0^{ex}$ intervient explicitement ; en particulier, mise sous la forme (4.2.11'), cette contrainte stipule une condition concernant les opérations effectuées par le secteur extérieur. En modifiant cette condition, on peut obtenir des structures adaptées qui ne sont pas physiquement découplables ; on spécifie ci-après une structure de ce type pour laquelle la variable Z_0^{ex} est endogène. Dans ce sens, on définit d'abord l'espace B comme étant l'ensemble B_2 des multiplats,

$$(5.2.27) \quad b_2 = (\underline{b}, \rho_{in}, \rho_{ex}, \bar{D}) ,$$

vérifiant,

$$(5.2.28) \quad \underline{b} \in \underline{B} , \quad \rho_{in} \in \mathbb{R}_+ , \quad \rho_{ex} \in \mathbb{R}_+ , \quad \bar{D} \in \mathbb{R}_+ .$$

On définit ensuite l'extension Φ comme étant l'application multivoque Φ_2 de $B_2 \times \underline{K}$ dans \underline{X} telle que, pour chaque $b_2 \in B_2$ et $\underline{k} \in \underline{K}$, $\Phi_2(b_2, \underline{k})$ est l'ensemble des $\underline{x} \in \Phi_0(\Pi_B(b_2), \underline{k})$ ⁽⁵⁰⁾ vérifiant les contraintes (4.3.22) et (4.3.23) ainsi que, d'une part,

$$(5.2.29) \quad Z^{ex} \geq Z_0^{ex} \quad \text{si} \quad \tau = 0 ,$$

d'autre part, si $\tau > 0$,

$$(5.2.30) \quad D_{\rho_{in}; \sigma_{ex}}^+ \leq \bar{D} \quad \text{et}$$

⁽⁴⁹⁾ alinéa 5.2.e.

⁽⁵⁰⁾ on rappelle que Φ_0 n'inclut pas la contrainte extérieure minimale $Z^{ex} \geq Z_0^{ex}$ (alinéa 5.1.d).

$$(5.2.31) \quad \tau Z_0^{\text{ex}} = - [(p_{\text{ex}} + p_{\ell_{\text{ex}}}^{\#}) W_{\ell_{\text{ex}}; \sigma_{\text{ex}}}^- + p_{\ell_{\text{in}}}^{\#} \bar{D}] .$$

La structure pivotale $P_2 = (B_2, K, X; \Phi_2, \xi)$ ainsi définie est adaptée au descriptif \mathcal{D} mais en général pas physiquement découplable ni a fortiori découplée.

Pour voir que P_2 est adaptée, on remarque que, d'après (4.2.11') et (4.3.18) - (4.3.21), on a,

$$(5.2.32) \quad \tau Z^{\text{ex}} = R_{\ell_{\text{in}}; \sigma_{\text{ex}}}^+ - D_{\ell_{\text{ex}}; \sigma_{\text{ex}}}^+ + p_{\ell_{\text{in}}}^{\#} R_{\ell_{\text{in}}; \sigma_{\text{ex}}}^+ \\ + p_{\ell_{\text{ex}}}^{\#} R_{\ell_{\text{ex}}; \sigma_{\text{ex}}}^- - p_{\ell_{\text{in}}}^{\#} D_{\ell_{\text{in}}; \sigma_{\text{ex}}}^+ - p_{\ell_{\text{ex}}}^{\#} D_{\ell_{\text{ex}}; \sigma_{\text{ex}}}^- ;$$

il en résulte, d'après (4.3.23), (4.2.9), (5.2.30), (5.2.31), que $Z^{\text{ex}} \geq Z_0^{\text{ex}}$ si $\tau > 0$. D'où la propriété. On note que, plutôt qu'un comportement, l'équation d'endogénéisation (5.2.31) représente ici un mode de calcul d'une borne inférieure du solde des échanges extérieurs en fonction de la limitation (5.3.30) des possibilités d'emprunts.

§ 5.3. COMPARAISONS ET DISCUSSIONS

a) Orientation. Dans ce paragraphe, on compare, au niveau conceptuel, le modèle proposé à divers modèles standard : modèle de Von Neuman - Sraffa et dérivés (alinéa 5.3.b), modèles microéconomiques de l'équilibre général (alinéa 5.3.c), modèles économétriques (alinéa 5.3.d). On montre que le formalisme introduit constitue une synthèse des formalismes de ces modèles, leur comparaison avec le modèle que l'on a en vue amenant, par contraste, à souligner certaines caractéristiques importantes de ce dernier : d'une part la distinction faite entre les trois nomenclatures (biens activités, secteurs) s'oppose au fait que les deux dernières sont confondues dans le modèle de Von Neuman - Sraffa (alinéa 5.3.b) et identifiées à la première dans le modèle de Leontief (alinéa 5.3.c), tandis que la seconde est omise dans les modèles microéconomiques de l'équilibre général (alinéa 5.3.c) ; d'autre part, les spécifications possibles sont multiples, allant de structures très sous-déterminées dans la ligne des modèles d'allocation de ressources (alinéa 5.3.b) à celles, catégoriques, qui permettent d'étudier l'équilibre général (alinéa 5.3.c) tout en prenant en compte de façon compréhensive l'appareil technique, ce qui n'est le cas ni des modèles microéconomiques (alinéa 5.3.c), ni des modèles économétriques (alinéa 5.3.d).

La revue faite ci-après est plus illustrative qu'exhaustive. Il y manque, entre autres, la comparaison avec la méthode des scénarios ou avec les modèles spécialisés intégrant dans un modèle économétrique l'analyse détaillée, en termes physiques, de certains secteurs (par exemple le secteur énergétique ⁽¹⁾). Par ailleurs, la relation avec les modèles employés pour la planification dans les pays socialistes est discutée au chapitre 7.

b) Modèles de Von Neuman - Sraffa et modèles d'allocation de ressources.

On retient ici la formulation de l'approche de Von Neuman-Sraffa ⁽²⁾ donnée récemment par B. Schefold ⁽³⁾. Cette formulation est basée sur la considération des deux problèmes duaux suivants de programmation linéaire : le problème primal a comme variables les niveaux q_j des activités ($j \in J$) et s'écrit,

⁽¹⁾ voir par exemple [61] (2^o partie), [23], [60], [85], [48], [36].

⁽²⁾ voir [108], [116], [1] (chapitre 3), [66]. ⁽³⁾ voir [114] (pages 140, 143).

$$(5.3.1) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Min } \sum_{j \in J} c_j q_j \quad \text{sous les contraintes,} \\ \sum_{j \in J} \{b_{i,j} - (1+r) a_{i,j}\} q_j \geq d_i \quad (i \in I) ; \end{array} \right.$$

le problème dual a comme variables les prix p_i des biens ($i \in I$) et s'écrit,

$$(5.3.2) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Max } \sum_{i \in I} p_i d_i \quad \text{sous les contraintes,} \\ \sum_{i \in I} p_i \{b_{i,j} - (1+r) a_{i,j}\} \leq c_j \quad (j \in J) . \end{array} \right.$$

Les coefficients techniques $a_{i,j}$ et $b_{i,j}$ ($i \in I$), tous supposés ≥ 0 , représentent respectivement les consommations et productions unitaires de l'activité $j \in J$ pendant la période type. La nomenclature de biens I n'inclut pas le travail et celle d'activités J n'inclut pas l'entretien final de la population : la consommation unitaire de travail par l'activité $j \in J$ est représentée par la quantité $c_j \geq 0$ tandis que les quantités $d_i \geq 0$ représentent les consommations finales de la population considérée en les divers biens $i \in I$. Enfin, $r \geq 0$ représente le taux de croissance que la "règle d'or" stipule égal au taux de profit équilibré ⁽⁴⁾.

Cela étant, le couple de problèmes linéaires duaux considérés à l'alinéa 5.2.d est une généralisation du couple de problèmes (5.3.1), (5.3.2) ci-dessus, à condition que le descriptif \mathcal{D} en cause soit non différencié ⁽⁵⁾ : par exemple, les contraintes d'équilibre physique (3.4.1), (3.4.2) correspondent aux contraintes du problème primal (5.3.1) de Schefold.

Au-delà de cette similitude d'ensemble, le problème (5.3.1) n'est qu'un cas particulier très schématique du problème linéaire associé à la réalisation statique $R_1[\underline{P}, U, \omega]$ lorsque \mathcal{D} est non différencié ⁽⁶⁾. On souligne les points suivants : le travail (resp. l'entretien final de la population) étant traité comme un bien (resp. comme une activité), on peut en considérer plusieurs types ⁽⁷⁾ et utiliser des critères variés au-delà de celui

⁽⁴⁾ voir [114] (page 143). ⁽⁵⁾ alinéa 5.1.e.

⁽⁶⁾ et a fortiori des problèmes plus généraux correspondant à l'utilisation de la structure physique (alinéa 5.2.b).

⁽⁷⁾ voir l'alinéa 6.3.f.

"travail minimum" du problèmes (5.3.1) ⁽⁸⁾ ; le traitement du capital fixe en termes physiques s'éloigne notablement de celui de Von Neuman-Sraffa ⁽⁹⁾ en ce sens que les niveaux des équipements installés ⁽¹⁰⁾ sont pris en compte en tant que variables indépendantes tandis que l'amortissement est traité en continu ⁽¹¹⁾ ; ce traitement permet en particulier de représenter, de façon assez précise par des réalisations évolutives, une auto-modification du système différenciée par activités ... et pas seulement une croissance uniforme au taux r ⁽¹²⁾ ; des contraintes de circonstances très diverses sont envisagées. Certaines des caractéristiques précédentes rapprochent le modèle proposé des modèles d'allocation de ressources basés sur la programmation linéaire ⁽¹³⁾, en particulier de ceux utilisés pour la planification dirigiste ⁽¹⁴⁾ ; cependant, il en diffère notablement par la conjugaison de la représentation de l'appareil technique avec une représentation de l'appareil monétaire et financier.

Dans ce sens, et au-delà des points précédents, l'élaboration introduite repose sur la distinction faite entre les nomenclatures d'activités et de secteurs, lesquelles sont confondues dans le modèle de Von Neuman-Sraffa et ses dérivées ci-dessus. Cette distinction a d'importantes conséquences. Par exemple, les "valeurs travail" déterminées, en tenant compte du taux de croissance r , par résolution du problème dual (5.3.2) sont usuellement plutôt interprétées comme des prix courants, les équations de conservation de la valeur [égalités dans les contraintes (5.3.2)] étant interprétées comme les équilibres budgétaires des activités-secteurs sous

⁽⁸⁾ alinéa 5.2.b.

⁽⁹⁾ voir [108] (point e, page 2); voir aussi [116] (chapitre X, page 78) et [1] (chapitre III, section III) où l'aspect physique de l'amortissement reste mal dégagé de son aspect monétaire et financier.

⁽¹⁰⁾ ainsi que les niveaux des stocks (alinéa 3.2.c).

⁽¹¹⁾ via les coefficients $M_{i,j}$ et μ_j (alinéa 3.2.b).

⁽¹²⁾ voir à ce sujet l'alinéa 7.2.d.

⁽¹³⁾ voir par exemple [29] (chapitre 2, § 2, pages 45-51), [119] ou [44] (chapitres 6 et 7), ainsi que le § 1.1 ci-dessus.

⁽¹⁴⁾ voir par exemple [80] (chapitre 3) ou [46], ainsi que le chapitre 7 ci-dessous.

le taux de profit r (¹⁵). Sans prétendre que cette assimilation est systématiquement à rejeter, ou cherche à aller au-delà : la distinction entre activités (représentant les techniques) et secteurs (représentant les agents) permet, entre autres, de prendre en compte explicitement les échanges (ainsi que les opérations monétaires et financières) et de ne pas confondre conservation, dans une activité, de la valeur d'usage [exprimée par les contraintes duales, du type (5.3.2), associées aux variables primales q_j, σ] et équilibre budgétaire d'un secteur [équation (4.2.5) ou éventuellement contrainte du type (5.2.15) ou (5.2.16)]. En particulier, les prix duaux d'un régime physique sont distingués des prix courants, cela spécialement dans le cas d'un descriptif non différencié où ces derniers ne peuvent pas être représentés (¹⁶).

Le formalisme proposé réalise ainsi une synthèse entre celui de Von Neuman-Sraffa qui confond activités et secteurs et ceux des modèles micro-économiques de l'équilibre ou des modèles économétriques qui ignorent les activités (¹⁷). Ce formalisme a été conçu pour être la base formelle aussi bien de mises en œuvre numériques réalistes que de développements théoriques divers (¹⁸) : par exemple, autour de la représentation de la base physique (¹⁹), développements prolongeant ceux de Sraffa ou ceux qui formalisent l'œuvre économique de Marx (²⁰) ; ou encore, développement concernant le concept de valeur-ressource, par exemple celui de contenu en énergie (²¹).

(¹⁵) voir [116] (chapitre 2), [1] (chapitre II), [83] (pages 36-44) où le vocable standard de "prix de production" reflète l'ambiguïté entre valeur d'usage et valeur d'échange.

(¹⁶) alinéa 5.2.d

(¹⁷) voir les alinéas 5.3.c et 5.3.d.

(¹⁸) § 1.4.

(¹⁹) d'autres développements peuvent concerner l'appareil monétaire et financier ; voir l'alinéa 5.3.d.

(²⁰) comme [106],[95],[83].

(²¹) voir [109] (§ I.B, I.C, pages 22-37) ou [31].

c) Modèles d'équilibre général. On se propose d'examiner ici succinctement quelle forme prennent, dans le cadre des structures pivotales adaptées, les notions fondamentales de la théorie microéconomique de l'équilibre général que sont les ensembles de production (ou de consommation) et les comportements concurrentiels ⁽²²⁾. On raisonne en termes de secteurs, conçus comme agrégats d'agents ⁽²³⁾, plutôt qu'en termes des agents aux-mêmes comme en microéconomie ; la différence est importante du point de vue interprétation, mais pas du point de vue formel.

Supposant que le descriptif \mathcal{D} en cause est différencié ⁽²⁴⁾, on s'intéresse d'abord aux ensembles de production des secteurs dans le cadre de la structure pivotale physique \underline{P} associée à \mathcal{D} . Dans ce sens, on remarque que les échanges de chaque secteur intérieur $\sigma \in S_{in}$ pendant une période type sont entièrement décrits par le multiplet,

$$(5.3.3) \quad z_{\sigma} = ((z_{i;\sigma',\sigma})_{i \in I, \sigma' \in S}, (z_{i;\sigma,\sigma''})_{i \in I, \sigma'' \in S}),$$

élément de l'espace standard,

$$(5.3.4) \quad \underline{z} = \mathbb{R}_+^{I \times S} \times \mathbb{R}_+^{I \times S}.$$

L'ensemble de production du secteur intérieur $\sigma \in S_{in}$ va alors être un sous-ensemble de \underline{z} dépendant du jeu de données en cause et de l'état du capital physique du secteur. Plus précisément, utilisant les notations introduites au § 5.1 ⁽²⁴⁾, on considère l'application multivoque H de $\underline{B} \times \underline{B}_* \times \underline{K}_*$ dans \underline{z} définie par,

$$(5.3.5) \quad H(\underline{b}, \underline{b}_*, \underline{k}_*) = \Pi_{\underline{z}}(\underline{\Phi}_*(\underline{b}, \underline{b}_*, \underline{k}_*)) \quad (\underline{b} \in \underline{B}, \underline{b}_* \in \underline{B}_*, \underline{k}_* \in \underline{K}_*),$$

où $\Pi_{\underline{z}}$ désigne la projection canonique de \underline{X}_* sur son espace facteur \underline{z} et où $\underline{\Phi}_*$ est l'extension sectorielle associée au descriptif \mathcal{D} ⁽²⁴⁾. Dans ces conditions, soient, d'une part $\underline{b} \in \underline{B}$ un jeu de données techniques, d'autre part $\underline{b}_{\sigma} \in \underline{B}_*$ un jeu de données d'échanges supposées vérifier (3.2.21) et \underline{k}_{σ} un état du capital fixe relatifs à un secteur intérieur $\sigma \in S_{in}$. Confor-

⁽²²⁾ voir par exemple [100] ou [37] (chapitres 3 et 5).

⁽²³⁾ alinéa 3.1.a.

⁽²⁴⁾ alinéa 5.1.e.

mément à l'interprétation de $\Phi_{\star}(\underline{b}, \underline{b}_{\sigma}, \underline{k}_{\sigma})$ ⁽²⁴⁾, les éléments z_{σ} du sous-ensemble \underline{z}_{σ} de \underline{z} défini par,

$$(5.3.6) \quad \underline{z}_{\sigma} = H(\underline{b}, \underline{b}_{\sigma}, \underline{k}_{\sigma}),$$

représentent les échanges du secteur σ qui sont physiquement compatibles avec les données \underline{b} , \underline{b}_{σ} et avec l'état du capital physique \underline{k}_{σ} . Ainsi, \underline{z}_{σ} joue ici le rôle d'un ensemble de production.

On souligne que l'appareil formel introduit permet, grâce à la distinction entre activités et secteurs, une analyse compréhensive de chaque ensemble de production \underline{z}_{σ} en fonction, d'une part des techniques retenues (représentées par \underline{b}), d'autre part des circonstances et conditions géographiques (représentées par \underline{b}_{σ}), enfin des stocks et des équipements disponibles (représentés par \underline{k}_{σ}). Cette analyse tient à la forme de la relation (5.3.5) (avec \underline{b}_{σ} mis pour \underline{b}_{\star} et \underline{k}_{σ} pour \underline{k}_{\star}) en ce sens que, d'après cette relation, z_{σ} appartient à \underline{z}_{σ} si et seulement s'il existe un mode de fonctionnement $\underline{x}_{\sigma} \in \underline{X}_{\star}$ du secteur σ compatible avec \underline{b} , \underline{b}_{σ} , \underline{k}_{σ} [i.e. vérifiant (5.1.28)] et ayant z_{σ} comme composante d'échanges [i.e. vérifiant $z_{\sigma} = \Pi_{\underline{z}}(\underline{x}_{\sigma})$]. Les ensembles de production \underline{z}_{σ} introduits ci-dessus sont des polyèdres dans l'espace \underline{z} : les fonctions de production ⁽²⁵⁾ non linéaires que définissent les frontières de ces ensembles sont ainsi analysés de façon compréhensive dans le cadre naturellement linéaire de la représentation des techniques.

On souligne aussi que les échanges du secteur σ représentés par le multiplet (5.3.3) sont différenciés selon les secteurs fournisseurs ou destinataires, cela par opposition au formalisme standard de la microéconomie ⁽²⁶⁾ qui ignore ces différenciations et ne considère que les sommes algébriques, bien par bien,

$$(5.3.7) \quad z_{i;\sigma} = \sum_{\sigma'' \in S} z_{i;\sigma,\sigma''} - \sum_{\sigma' \in S} z_{i;\sigma',\sigma} \quad (i \in I, \sigma \in S_{in})$$

Cette consolidation ne permet pas, en particulier, de prendre en compte les

⁽²⁵⁾ voir [100] (chapitre 3, § 1).

⁽²⁶⁾ voir [100](page 42) ou [37] (page 40).

consommations de transfert.

On note enfin que ce qui vient d'être dit en considérant Z_σ comme ensemble de production pourrait l'être aussi en le considérant comme ensemble de consommation ⁽²⁷⁾, vu que chaque secteur est à la fois producteur et consommateur.

En ce qui concerne le comportement concurrentiel d'un secteur comme producteur ⁽²⁸⁾, la transcription dans le cadre précédent du critère de maximisation du profit au vu des prix courants réclame de spécifier quel est le solde significatif ⁽²⁹⁾ à maximiser et sous quelles contraintes sectorielles. Contrairement à la situation très schématique de la théorie microéconomique, le formalisme introduit rend possibles de nombreuses options.

L'option la plus simple est celle qui généralise directement la démarche de la microéconomie en stipulant la maximisation du solde des échanges commerciaux Z_σ défini par (4.1.6) sur l'ensemble de production Z_σ défini par (5.3.6). Plus précisément, cette option consiste, en vue d'une élaboration de la structure cadre \underline{P} devant conduire à une structure adaptée ⁽³⁰⁾, à définir, pour chaque secteur $\sigma \in S_{in}$ supposé soumis au comportement concurrentiel, une contrainte supplémentaire de la forme,

$$(5.3.8) \quad \underline{x}_\sigma \in \Psi_*(\underline{b}, \underline{b}_\sigma, \underline{k}_\sigma; p_\sigma^{ex}, p_\sigma, \tau) ,$$

où \underline{k}_σ , \underline{x}_σ et p_σ sont les composantes relatives au secteur σ des multiplats de variables \underline{k} , \underline{x} et p ⁽²⁴⁾. Dans cette relation, $\Psi_*(\underline{b}, \underline{b}_\sigma, \underline{k}_\sigma; p_\sigma^{ex}, p_\sigma, \tau)$ est défini comme le sous-ensemble de \underline{X}_* formé des $\tilde{\underline{x}}_* \in \underline{X}_*$ tels que,

$$(5.3.9) \quad Z_*(\tilde{\underline{x}}_*; p_\sigma^{ex}, p_\sigma, \tau) \geq Z_*(\underline{x}_*; p_\sigma^{ex}, p_\sigma, \tau) ,$$

pour tout $\underline{x}_* \in \Phi_*(\underline{b}, \underline{b}_\sigma, \underline{k}_\sigma)$ ⁽²⁴⁾, le solde générique $Z_*(\underline{x}_*; p_\sigma^{ex}, p_\sigma, \tau)$ étant défini, conformément à (4.1.5) et (4.1.6), par,

⁽²⁷⁾ voir [100] (chapitre 2) ou [37] (chapitre 4).

⁽²⁸⁾ voir [100] ou [37] (chapitre 3, § 4, et chapitre 5).

⁽²⁹⁾ alinéa 4.3.c. ⁽³⁰⁾ alinéa 5.1.f.

$$(5.3.10) \quad Z_*(\underline{x}_* ; p_\sigma^{\text{ex}}, p_\sigma, \tau) = \sum_{\sigma'' \in S} p_{i;\sigma,\sigma''} z_{i;\sigma''}'' - \sum_{\sigma' \in S} p_{i;\sigma',\sigma} z_{i;\sigma'}',$$

où $p_{i;\sigma,\sigma'}$ et $p_{i;\sigma',\sigma}$ ($\sigma' \in S_{\text{ex}}$) sont donnés par (4.1.2) et où,

$$(5.3.11) \quad ((z_{i;\sigma'}')_{i \in I, \sigma' \in S}, (z_{i;\sigma''}'')_{i \in I, \sigma'' \in S}) = \Pi_Z(\underline{x}_*) .$$

Cela étant, on considère la structure pivotale adaptée P obtenue en adjoignant à la contrainte fondamentale de \underline{P} les contraintes (5.3.8) (écrites pour les secteurs $\sigma \in S_{\text{in}}$ correspondant aux producteurs), les contraintes de comportement concernant la consommation finale ⁽³¹⁾ et les contraintes numériques d'organisation financière, ainsi que, éventuellement, des conditions de type (4.1.1) portant sur les prix courants. Les études exploratoires standard relatives à cette structure constituent une approche de l'équilibre général concurrentiel dans le cadre du modèle proposé. On note que ces études ne réclament pas de se limiter à des modes de contrôle catégoriques ⁽³²⁾, mais que les problèmes d'optimisation posés par les analyses multicritères correspondantes sont considérables. On note aussi que, du point de vue mathématique, l'étude des régimes possibles relativement à cette structure P constitue une variante de la théorie de Debreu ⁽³³⁾ correspondant au formalisme présenté.

En fait, l'option simple conduisant à la contrainte de comportement (5.3.8) n'exploite pas bien les possibilités du modèle pour ce qui est des opérations : dans ce sens, il faut remplacer la maximisation du solde Z_σ par celle d'un solde $Z_\sigma^{L^0}$ pour un sous-ensemble L^0 de L convenable ⁽³⁴⁾.

⁽³¹⁾ voir l'alinéa 6.3.f.

⁽³²⁾ alinéa 2.3.c.

⁽³³⁾ voir [37] (§ 5.7) et [50].

⁽³⁴⁾ alinéa 4.3.c.

d) Modèles économétriques. On entend par là essentiellement les modèles de Leontief (³⁵) et les modèles macroéconomiques empiriques (³⁶). On souligne d'abord trois traits communs à ces modèles : d'une part leur finalité première est la mise en œuvre numérique, même si leur formalisme peut aussi donner lieu à des développements théoriques (³⁷) ; d'autre part, les équilibres physiques n'y sont pris en compte que par la comptabilité des échanges intersectoriels, comptabilité en valeur même s'il s'agit des valeurs à prix constants dites "volumes" ; enfin, ces modèles sont très rigides, catégoriques (³⁸), en ce sens que, une fois fixé le jeu d'hypothèses, la mise en œuvre consiste en la résolution d'un système d'équations conduisant à une solution souhaitée unique (³⁹).

Au-delà de ces traits communs, ces deux types de modèles diffèrent profondément en ce sens que le système de contraintes des modèles de Leontief est pratiquement réduit aux équations d'équilibre (en l'occurrence équilibre comptable conformément au second trait ci-dessus), alors que les équations de comportement jouent un rôle déterminant dans les modèles macroéconomiques empiriques (⁴⁰). En fait, tout modèle macroéconomique empirique inclut un modèle de Leontief (⁴¹) (souvent rudimentaire (⁴²)) qui, exprimant les équilibres physiques instantanés, tient lieu de représentation de la base physique.

(³⁵) voir par exemple [89] , [90] , [91] (partie II), [117] (chapitre 3), [44] (chapitres 9 et 10), [75] (chapitre 7), [11].

(³⁶) modèles statiques comme FIFI ([3] , [2], [28]) ou dynamiques comme DMS ([51] , [52], [67]) et METRIC ([107]); voir aussi [40] .

(³⁷) par exemple les développements relatifs au modèle à production simple ([105] , [106], [95], [116]) dans la ligne du modèle de Leontief ou ceux concernant l'analyse (sur des maquettes) de la dynamique des modèles macroéconomiques empiriques ([40], [41], [42]).

(³⁸) alinéas 2.2.c, 2.3.c, 2.4.e. (³⁹) §1.1.

(⁴⁰) 300 équations de comportement sur 1000 équations dans DMS (voir [51], encart page 34).

(⁴¹) par exemple, équations (2), (3), (4), page 73 de [3] .

(⁴²) 7 secteurs dans FIFI (voir [3] , page 71) ou [2] (page 51); 11 secteurs dans DMS (voir [51] , encart page 34); 1 à 3 dans les maquettes ([28] , [112] , [67] , [42] , [15]).

Des trois traits précédents, le modèle proposé ne conserve que le premier et sa motivation principale est de dépasser les deux derniers ⁽⁴³⁾. Pour cela, on a conjugué une représentation compréhensive des techniques, via la nomenclature d'activités, conformément à la démarche de Von Neuman-Sraffa ⁽⁴⁴⁾ avec une représentation des échanges issue de la théorie microéconomique transposée au plan macroéconomique via la nomenclature de secteurs ⁽⁴⁵⁾.

Le terme "secteurs" est employé ici dans le sens d'agrégat, de regroupement, d'agents ⁽⁴⁶⁾ qu'il a en macroéconomie appliquée et en comptabilité nationale ⁽⁴⁷⁾. C'est aussi le sens qu'a ce terme dans la méthodologie des tableaux d'échanges intersectoriels tels qu'ils ont été introduits par Leontief ⁽⁴⁸⁾ et dans celle des modèles à "input-output" tels qu'ils ont été développés par les économistes anglo-saxons ⁽⁴⁹⁾.

Afin d'illustrer formellement cela dans le cadre du modèle proposé, c'est-à-dire relativement à une structure pivotale $P = (B, K, Y, X; \phi, \xi, \eta)$ adaptée au descriptif \mathcal{D} en cause supposé différencié ⁽⁵⁰⁾, on remarque qu'à chaque mode de fonctionnement $x \in X$ relatif à P est associée canoniquement la matrice carrée $(Z_{\sigma', \sigma''})_{\sigma', \sigma'' \in S}$ définie par (4.1.5) en fonction de la projection $\underline{x} = \Pi_{\underline{X}}(x)$ de x sur \underline{X} . Cette matrice constitue un tableau d'échanges intersectoriels, précisément celui relatif au mode de fonctionnement x en cause. Sur ce tableau peuvent être effectuées les opérations usuelles ; par exemple on peut calculer des "coefficients d'input" ⁽⁵¹⁾ par la relation,

⁽⁴³⁾ § 1.4.

⁽⁴⁴⁾ dans sa formulation, en termes de programmation linéaire, indiquée à l'alinéa 5.3.b.

⁽⁴⁵⁾ alinéa 5.3.c.

⁽⁴⁶⁾ alinéa 3.1.a.

⁽⁴⁷⁾ dans des expressions comme "secteur institutionnel", "secteur primaire", "secteur privé" (voir [17], chapitre 3) ou comme "secteur abrité" (voir [28] par exemple chapitre 2, § 3).

⁽⁴⁸⁾ voir [89] ou [75] (chapitre 7).

⁽⁴⁹⁾ voir [90],[91] (partie II), [19],[11].

⁽⁵⁰⁾ alinéas 5.1.e et 5.1.f.

⁽⁵¹⁾ voir [91] (page 137) ou [75] (Tome 1, page 165).

$$(5.3.12) \quad a_{\sigma', \sigma''} = Z_{\sigma', \sigma''} / \sum_{\sigma \in S} Z_{\sigma, \sigma''} \quad (\sigma' \in S, \sigma'' \in S) \quad .$$

Ces coefficients sont de la sorte clairement distingués des coefficients techniques physiques [comme les $A_{i,j}$ ($i \in I, j \in J$)], le lien entre ces deux types de coefficients faisant intervenir de façon complexe l'ensemble des contraintes du modèle via le mode de fonctionnement x . On voit ainsi comment le formalisme introduit permet de dépasser les ambiguïtés (entre quantités, volumes, valeurs) qui dominent la macroéconomie.

On souligne de plus que le tableau d'échanges intersectoriels $(Z_{\sigma', \sigma''})_{\sigma' \in S, \sigma'' \in S}$ introduit ci-dessus diffère notablement des TEI ou TES de la comptabilité nationale Française ⁽⁵²⁾ et que le concept de branche n'intervient pas dans le modèle proposé. Ce concept, intermédiaire entre ceux d'activités et de secteurs via des regroupements entre les premières et des découpages des seconds selon les biens produits ⁽⁵³⁾, recouvre essentiellement un artifice des économètres pour tenter de prendre en compte les productions multiples et les empiètements de secteurs tout en restant dans le cadre comptable des tableaux d'échanges intersectoriels et dans le cadre théorique correspondant des modèles à production simple. Ce dernier, confortable par sa simplicité puisqu'il ne comporte qu'une seule nomenclature dont les postes sont conçus selon les convenances comme biens, activités ou secteurs, a marqué de nombreux travaux. Rompant avec les assimilations qu'il comporte, on travaille ici avec les trois nomenclatures.

Une fois en place les distinctions précédentes, le modèle proposé peut utiliser certaines données économétriques. Par exemple, la disposition d'un tableau d'échanges intersectoriels $(\tilde{Z}_{\sigma', \sigma''})_{\sigma' \in S, \sigma'' \in S}$, mesuré dans une situation concrète à analyser, peut permettre une identification empirique ⁽⁵⁴⁾ : les relations,

$$(5.3.13) \quad Z_{\sigma', \sigma''} \approx \tilde{Z}_{\sigma', \sigma''} \quad (\sigma' \in S, \sigma'' \in S) \quad ,$$

⁽⁵²⁾ voir par exemple [17](chapitre II), [74] (pages 57-152), [117] (chapitre III).

⁽⁵³⁾ voir par exemple [17] (page 19). ⁽⁵⁴⁾ alinéa 2.4.e.

sont alors des contraintes supplémentaires à satisfaire approximativement. Par ailleurs, des équations de comportement empruntées aux modèles macroéconomiques empiriques peuvent être transposées dans le cadre du formalisme proposé pour concourir, en même temps que les divers types de contraintes déjà envisagées, à la construction de structures pivotales adaptées. Ces structures constituent ainsi des modèles macroéconomiques pourvus d'une représentation intrinsèque de la base physique. Elles sont susceptibles de donner lieu à des études de prospective libre selon les schémas présentés au chapitre 2 (⁵⁵) et pas seulement aux exercices d'extrapolation tendancielle auxquels sont limités les modèles économétriques (⁵⁶). Elles peuvent aussi donner lieu à des développements théoriques concernant les phénomènes monétaires et financiers (⁵⁷), l'analyse de ces derniers ne pouvant qu'être enrichie par la représentation intrinsèque de la base physique et les distinctions introduites ici en opposition aux amalgames de la macroéconomie soulignés ci-dessus.

(⁵⁵) alinéas 2.2.c, 2.2.d, 2.3.c, 2.3.d, 2.4.b, 2.4.c, 2.4.e.

(⁵⁶) voir le § 1.1 et le § 7.2.

(⁵⁷) par exemple dans la ligne de [43], mais avec le degré d'élaboration de [33] pour la nomenclature L (voir la fin de l'alinéa 4.3.d).

CHAPITRE 6 - METHODES DE CONSTRUCTION

Dans la logique de cet exposé, qui procède du général au particulier ⁽¹⁾, on a rassemblé dans ce chapitre divers développements concernant les méthodes permettant de particulariser, pour arriver à la mise en oeuvre numérique de modèles du type envisagé ⁽²⁾, les spécifications générales des structures présentées dans les chapitres 2 à 5.

Les méthodes en question sont examinées ci-dessous dans l'ordre suivant : d'abord la démarcation de l'ensemble humain à représenter et des objectifs de l'étude, puis la délimitation correspondante des nomenclatures (§6.1); ensuite (§6.2) l'approche des problèmes d'agrégation que posent la spécification des descriptifs et des jeux de données techniques; enfin (§6.3) les modalités de constitution qui forment un savoir faire de modélisation fournissant de la substance au formalisme.

Sur toutes ces questions, on ne donne que des indications partielles, en illustrant certaines d'entre elles par des exemples relatifs à la maquette de macroéconomie rurale déjà mise en oeuvre ⁽³⁾ : tant en ce qui concerne la théorie de l'agrégation que la systématique des modalités de constitution, le travail n'est qu'amorcé.

⁽¹⁾ §1.4 et introductions des chapitres 3 et 4.

⁽²⁾ voir le chapitre 7 à ce sujet.

⁽³⁾ §1.5.

§ 6.1. DÉMARCATIION ET DÉLIMITATION

a) Démarcation préliminaire. On commence par rappeler l'énoncé du programme de prospective libre ⁽¹⁾ : Pour des ensembles humains pouvant être de tailles diverses (collectivités locales, régionales, nationales, internationales) mais englobant la totalité des activités ayant lieu sur un territoire, étudier quantitativement, de façon statique ou évolutive, d'une part la multiplicité des régimes de fonctionnements ou des cheminements qui sont compatibles, cohérents, avec un jeu d'hypothèses concernant les conditions exogènes, d'autre part la variabilité de cette multiplicité en fonction de ces conditions.

La mise en oeuvre de ce programme, pour un ensemble humain défini, doit comporter comme préliminaire une démarcation qui précise, d'une part les caractéristiques générales de cet ensemble, d'autre part les conditions et objectifs de l'étude prospective à faire. Les indications fournies par cette démarcation préliminaire vont servir de guide pour la construction puis l'utilisation du modèle ⁽²⁾, en particulier pour la détermination du ou des descriptifs, puis des jeux d'hypothèses retenus.

Ces indications peuvent être très diverses et conjuguent, souvent de façon difficile à distinguer, les deux types de déterminants que sont les caractéristiques de l'ensemble humain considéré et les objectifs de l'étude à faire. D'une part, en tant qu'antécédents intentionnels des jeux d'hypothèses elles concernent, comme ces derniers : le territoire (ressources et patrimoine), le lot de techniques considérées comme disponibles, l'organisation des échanges, les niveaux de vie, les comportements et stratégies de gestion, l'environnement économique extérieur à prendre en compte. D'autre part, elles concernent les traits généraux de l'étude qui sont en aval des jeux d'hypothèse, par exemple les critères à utiliser pour les analyses multicritère, le terme considéré ou l'arbitrage fait entre stabilité et développement.

La taille de la collectivité territoriale considérée est évidemment une caractéristique essentielle qui conditionne fortement la complexité de l'étude. On distinguera à ce sujet les collectivités de type local (par exemple, en France, communes ou cantons ruraux) qui n'incluent ni grande industrie ni services centraux, des collectivités de type national (départements,

⁽¹⁾ §1.2.

⁽²⁾ voir l'alinéa 6.1.c .

régions, nations, ensembles internationaux,...) qui incluent au moins certains de ces éléments, les zones spécialisées (zones industrielles, cités administratives, etc) s'apparentant aux secondes malgré leur petite taille.

b) Exemple de démarcation. Les considérations méthodologiques générales développées dans la suite de ce chapitre seront illustrées chemin faisant ⁽³⁾ par des exemples tirés de la maquette de macroéconomie rurale déjà mise en oeuvre ⁽⁴⁾. Les points (1)-(7) ci-après constituent une démarcation concernant cette maquette.

(1) Territoire d'un seul tenant, limité à quelques dizaines de milliers d'hectares, de forme pas trop allongée; climat tempéré.

(2) Lot de techniques disponibles (susceptibles d'être installées) du type de celui d'une zone agricole ou forestière située dans un pays développé; ce lot inclut la possibilité d'une petite industrie locale et des techniques modernes de conversion de l'énergie solaire, mais pas celle d'une grande industrie.

(3) Accent mis sur les circulations physiques des biens (spécialement des biens énergétiques) entre activités plutôt que sur les échanges entre secteurs intérieurs; en particulier les contraintes monétaires dues à ces échanges intérieurs sont ignorées; par contre l'équilibre en valeur des échanges extérieurs est analysé en détails.

(4) Large éventail d'échanges extérieurs possibles, allant d'une auto-suffisance locale assez poussée à une totale dépendance, les produits de la grande industrie devant toujours être importés.

(5) Niveau de vie développé pour ce qui est des consommations de strict entretien local de la population, en excluant (i.e. sans prendre en compte en termes physiques) les consommations individuelles contingentes (loisirs, etc) et les grandes consommations collectives (administration centrale, armée, etc).

⁽³⁾ voir entre autres les alinéas 6.1.d et 6.2.f.

⁽⁴⁾ § 1.5 et référence [31].

(6) Accent mis sur la perennité, l'entretien des équipements en régime stationnaire, plutôt que sur le développement; seules des études statiques sont envisagées.

(7) Orientation expérimentale et caractère fictif de l'exercice dont la finalité est de tester la méthode de prospective libre plutôt que de représenter et d'étudier un ensemble humain concret; en particulier aucune limitation a priori n'est mise sur le patrimoine du point de vue capital fixe ou sur la taille de la population.

On souligne, dans ces indications, l'imbrication existant entre les caractéristiques de la collectivité envisagée et les objectifs de l'étude : par exemple, les points (3) à (6) peuvent être interprétés, soit comme correspondant à des comportements collectifs de l'ensemble humain considéré, soit comme exprimant une orientation donnée à l'étude. Des ambiguïtés de ce type sont inévitables dans les démarcations préliminaires; elles sont sans doute plus marquées dans l'exemple précédent à cause de l'orientation expérimentale et du caractère fictif de l'exercice [point (7)] .

c) Protocole de mise en oeuvre; délimitation et agrégation. La mise en oeuvre d'un modèle du type envisagé comporte, après la démarcation préliminaire ⁽⁵⁾, les étapes suivantes : d'abord la spécification d'un descriptif ⁽⁶⁾ ou, éventuellement, de plusieurs descriptifs correspondant à divers niveaux d'agrégation; ensuite la spécification de structures pivotales adaptées ⁽⁷⁾ à ce (ou à ces) descriptif(s), structures éventuellement liées entre elles par des condensations convenables ⁽⁸⁾ ; enfin les études exploratoires ⁽⁹⁾ , éventuellement comparées ⁽¹⁰⁾, relatives à ces structures via la spécification des jeux de données nécessaires ⁽¹¹⁾, éventuellement par identification ⁽¹²⁾.

Les indications fournies par la démarcation préliminaire ⁽⁵⁾ vont intervenir aux trois stades de la démarche et cela de façon assez imbriquée. En particulier, les spécifications des descriptifs et celles des jeux de données

⁽⁵⁾ alinéa 6.1.a. ⁽⁶⁾ alinéa 5.1.b. ⁽⁷⁾ alinéa 5.1.f.

⁽⁸⁾ alinéas 2.4.c et 6.2.c. ⁽⁹⁾ alinéas 2.2.c, 2.2.d, 2.3.c, 2.3.d.

⁽¹⁰⁾ alinéas 2.4.b et 2.4.c. ⁽¹¹⁾ alinéas 2.2.b, 2.3.c, 2.3.d, 5.1.c.

⁽¹²⁾ alinéas 2.4.d et 5.3.d.

correspondants, spécialement des données technologiques ⁽¹³⁾, sont fortement interdépendantes : pour ces spécifications, les procédures de délimitation et d'agrégation sont centrales; on les envisage, d'abord ci-après dans leur ensemble, ensuite ⁽¹⁴⁾ dans leurs spécificités.

La plausibilité de régimes ou de cheminements compatibles (avec les jeux de données retenus ⁽¹⁵⁾) en tant que représentations de fonctionnements concrets repose sur l'adéquation des nomenclatures (de biens, d'activités, de secteurs, de types d'opérations) à prendre en compte, via le système de contraintes du modèle, les conditions exogènes et les mécanismes du phénomène économique envisagé. Cette adéquation repose elle même sur une exhaustivité suffisante, exhaustivité faisant que les contraintes expriment sans lacune essentielle les conditions et mécanismes en cause, tant en ce qui concerne la base physique que l'appareil monétaire et financier.

Cela étant, les exigences du traitement informatique ⁽¹⁶⁾ excluent de manipuler des nomenclatures qui soient ultimes du point de vue de la finesse de l'analyse ou universelles du point de vue de l'étendue des possibles pris en compte. Des limitations de dimension des nomenclatures s'imposent donc : dans les ensembles d'objets concrets (choses qui circulent, processus techniques, agents, opérations élémentaires ⁽¹⁷⁾) dont les listes constitueraient les nomenclatures ultimes et universelles, il faut à la fois délimiter les parties que l'on va retenir et constituer dans ces parties les regroupements génériques qui forment les postes (biens, activités, secteurs, types d'opérations ⁽¹⁷⁾) des nomenclatures que l'on va utiliser.

Ces opérations -délimitation et agrégation- doivent être faites en fonction des caractéristiques de l'ensemble à représenter et des objectifs de l'étude, tels qu'ils ressortent de la démarcation préliminaire ⁽⁵⁾, mais en respectant l'impératif d'exhaustivité indispensable à la plausibilité des images obtenues. Ces deux opérations sont ainsi très imbriquées dans la démarche conduisant aux nomenclatures opératoires. On va les examiner successivement ⁽¹⁴⁾.

⁽¹³⁾ §3.2 et alinéa 5.1.c. ⁽¹⁴⁾ alinéas 6.1.e et §6.2.

⁽¹⁵⁾ alinéa 2.3.c. ⁽¹⁶⁾ voir l'alinéa 6.2.g.

⁽¹⁷⁾ alinéas 3.1.a et 4.1.d.

d) Exemple de descriptif. On explicite ci-après le descriptif retenu pour la maquette de macro-économie rurale et correspondant à la démarcation précédemment indiquée ⁽¹⁸⁾.

La nomenclature de biens I a 42 postes :

| | | | |
|----|---|-------------|------|
| 1 | Sol inculte | (1 Hectare) | (19) |
| 2 | Sol agricole | (1 Hectare) | |
| 3 | Sol forestier | (1 Hectare) | |
| 4 | Travail humain | (100 Heure) | |
| 5 | Electricité et force motrice fixe | (1 MWH) | |
| 6 | Force motrice mobile | (1 MWH) | |
| 7 | Chaleur moyenne température | (1 TEP) | |
| 8 | Chaleur basse température | (1 TEP) | |
| 9 | Combustibles solides | (1 TEP) | |
| 10 | Combustibles liquides | (1 TEP) | |
| 11 | Combustibles gazeux | (1 TEP) | |
| 12 | Légumes | (1 Tonne) | |
| 13 | Fruits | (1 Tonne) | |
| 14 | Grains d'alimentation humaine | (1 Tonne) | |
| 15 | Grains d'alimentation animale | (1 Tonne) | |
| 16 | Légumineuses | (1 Tonne) | |
| 17 | Oléagineux | (1 Tonne) | |
| 18 | Fourrages et tourteaux | (1 Tonne) | |
| 19 | Biomasse industrielle | (1 Tonne) | |
| 20 | Fibres végétales | (1 Quintal) | |
| 21 | Fibres animales | (1 Quintal) | |
| 22 | Viandes | (1 Tonne) | |
| 23 | Laits | (1 Tonne) | |
| 24 | Produits alimentaires exogènes | (1 Tonne) | |
| 25 | Produits alimentaires | (1 Tonne) | |
| 26 | Aliments | (1 UA) | |
| 27 | Eau distribuée | (1000 M3) | |
| 28 | Fertilisants | (1 Tonne) | |
| 29 | Produits chimiques | (1 Quintal) | |
| 30 | Métaux de récupération | (1 Quintal) | |
| 31 | Produits métallurgiques | (1 Quintal) | |
| 32 | Pièces détachées élaborées | (1 Quintal) | |
| 33 | Pièces détachées ordinaires et matériaux élaborés | (1 Quintal) | |
| 34 | Fabricats métalliques | (1 Quintal) | |
| 35 | Bois scié | (1 Tonne) | |
| 36 | Fabricats en bois | (1 Quintal) | |
| 37 | Produits à base de textiles ou de cuirs | (1 Quintal) | |
| 38 | Matériaux de construction | (1 Tonne) | |
| 39 | Services d'entretien de batiments | (1 Are) | |
| 40 | Savoirs | (100 Heure) | |
| 41 | Soins | (100 Heure) | |
| 42 | Organisation | (100 Heure) | |

⁽¹⁸⁾ alinéa 6.1.b ; voir aussi [31], fascicule (I), § 1.3.

⁽¹⁹⁾ à propos des unités, voir le point (2) de l'alinéa 6.2.f.

La nomenclature d'activités J a 51 postes :

- 1 Elevages diversifiés
- 2 Elevages spécialisés
- 3 Potagers pleins champs
- 4 Potagers sous serres
- 5 Vergers
- 6 Cultures de céréales d'alimentation humaine
- 7 Cultures de céréales d'alimentation animale
- 8 Cultures triennales
- 9 Cultures de légumineuses
- 10 Cultures d'oléagineux
- 11 Prairies naturelles
- 12 Prairies artificielles
- 13 Cultures de fibres
- 14 Cultures énergétiques naturelles
- 15 Cultures énergétiques artificielles
- 16 Plantations énergétiques
- 17 Compostages
- 18 Exploitations forestières
- 19 Pompages et distributions d'eau
- 20 Brulages de combustibles solides en moyenne température
- 21 Brulages de combustibles solides en basse température
- 22 Brulages de combustibles liquides en basse température
- 23 Brulages de combustibles gazeux en moyenne température
- 24 Capteurs solaires thermiques à moyenne température
- 25 Capteurs solaires thermiques à basse température
- 26 Pompes à chaleur
- 27 Centrales thermiques
- 28 Moteurs à gaz pauvre
- 29 Eoliennes
- 30 Photopiles sous concentration
- 31 Productions de combustibles solides
- 32 Productions de combustibles liquides
- 33 Fermentations méthanogènes
- 34 Tractions animales
- 35 Tractions à combustibles solides
- 36 Tractions à combustibles liquides
- 37 Tractions à combustibles gazeux
- 38 Préparations d'aliments végétariens
- 39 Préparations d'aliments mixtes
- 40 Industries alimentaires
- 41 Mécanique générale : transformations
- 42 Mécanique générale : récupérations
- 43 Menuiserie générale
- 44 Confection : textiles et cuirs
- 45 Entretiens de bâtiments et génie civil
- 46 Transmission des connaissances
- 47 Entretien de la santé
- 48 Gestions
- 49 Entretien final de la population
- 50 Banalisation du sol agricole
- 51 Banalisation du sol forestier

Les ensembles $J_{\#}$, J_{+} , J_{-} , \emptyset sont supposés vides ⁽²⁰⁾ cela conformément à l'accent mis sur l'étude de régimes stationnaires [point (6) de la démarcation].

La nomenclature de secteurs S est réduite à deux postes : un secteur intérieur σ_{in} et un secteur extérieur σ_{ex} , cela conformément à l'accent mis sur les circulations physiques [point (3) de la démarcation].

Une nomenclature de secteurs plus élaborée pourrait comporter, par exemple, 7 secteurs intérieurs :

- 1 Agriculture et élevage
- 2 Sylviculture et industrie du bois
- 3 petite industrie locale
- 4 énergie
- 5 distribution, échanges avec l'extérieur
- 6 services
- 7 ménages

La nomenclature de types d'opérations L est supposée vide. Elle pourrait aussi être du type de celle de l'exemple d'organisation financière donné au chapitre 4 ⁽²¹⁾ avec, éventuellement, en plus dans L^b des postes correspondant à des impôts ou à des subventions.

Au delà du descriptif ainsi défini, l'éventail des échanges extérieurs possibles est spécifié par le jeu β de données d'organisation des échanges ⁽²²⁾. Conformément au point (4) de la démarcation, le jeu retenu autorise un large éventail d'échanges en ce sens que seules sont exclues les importations (i.e. $\beta_{i; \sigma_{ex}, \sigma_{in}}^{(+)} = 0$) des biens $i \in I$ de n^{OS} 1-4, 6-8, 26, 27, 30, 34, 40-42 et les exportations (i.e. $\beta_{i; \sigma_{in}, \sigma_{ex}}^{(+)} = 0$) des biens $i \in I$ de n^{OS} 1-3, 6-8, 19, 24, 26-34, 38-42. Des limitations circonstanciées ⁽²³⁾ de certains des échanges non ainsi exclus peuvent évidemment intervenir dans la mise en oeuvre.

⁽²⁰⁾ la gestion des stocks est agrégée aux processus productifs; voir la fin de l'alinéa 6.3.e

⁽²¹⁾ alinéa 4.3.d. ⁽²²⁾ alinéa 3.4.d. ⁽²³⁾ alinéa 3.4.e.

e) Délimitation : génèse des nomenclatures. Cette opération doit concilier l'impératif d'exhaustivité avec les limitations de dimension des nomenclatures ⁽²⁴⁾, cela en fonction des indications fournies par la démarcation préliminaire ⁽⁵⁾. Les deux nomenclatures techniques (biens et activités) sont étroitement reliées, mais relativement indépendantes des deux nomenclatures économiques (secteurs et types d'opérations), elles aussi étroitement reliées. On examine ci-après successivement chacun de ces couples.

En ce qui concerne les nomenclatures techniques, une démarche naturelle de délimitation consiste à procéder par adjonctions successives à partir d'un noyau de biens correspondant, d'une part aux ressources primaires, d'autre part aux besoins finals de la population, enfin aux matériaux et matériels réclamés par les transformations envisagées (ces trois types de déterminants étant fournis par la démarcation) : adjonctions d'activités constituées par agrégation ⁽²⁵⁾ de processus techniques (pris parmi ceux supposés disponibles dans la démarcation); adjonctions de biens nécessaires au fonctionnement de ces activités; cela jusqu'à obtention d'un système de nomenclatures techniques qui soit complet en ce sens que tout bien qui est consommé par une activité, sans être une ressource primaire, peut être nominativement produit par une autre activité. On dit "nominativement" car il ne s'agit pas ici de vérifier quantitativement que les contraintes sont satisfaites mais seulement, en un premier stade qualitatif, de mettre ce qu'il faut dans les nomenclatures pour qu'il n'y ait pas de lacunes nominatives; la connaissance numérique des coefficients techniques de fonctionnement ⁽²⁶⁾ est inutile à ce stade; il suffit de représenter chaque activité par une colonne de signes +, signes - ou zéros correspondant respectivement aux biens produits, consommés ou ignorés par l'activité en question : le système des deux nomenclatures est alors complet si chaque ligne de la matrice de +, -, 0 correspondante (une ligne par bien autre qu'une

⁽²⁴⁾ alinéa 6.1.c.

⁽²⁵⁾ voir l'alinéa 6.2.e.

⁽²⁶⁾ alinéa 3.2.c.

ressource primaire, une colonne par activité) contient au moins un signe + dès qu'elle contient au moins un signe - ⁽²⁷⁾.

On souligne que, malgré son caractère systématique, la démarche de délimitation ci-dessus ne fournit pas mécaniquement un système unique de nomenclatures techniques : en effet, chaque adjonction de biens ou d'activités comporte des choix technologiques où doit intervenir le jugement du modélisateur, tout en tenant compte des caractéristiques de l'ensemble humain à représenter et des objectifs de l'étude conformément à la démarcation. Au demeurant cette dernière n'est pas figée et peut être retouchée en fonction du déroulement de la délimitation; ainsi la délimitation fournit, par sa systématique, une première vérification des indications intentionnelles de la démarcation.

Les choix technologiques précédents se traduisent, dans chacune des nomenclatures techniques, par des redondances, par des absences et par des inhomogénéités dans la taille des agrégats.

Les redondances permettent des substitutions qui conditionnent la multiplicité des régimes ou des cheminements compatibles; elles sont donc un facteur important de la liberté exploratoire cherchée ⁽²⁸⁾. Par exemple, dans la maquette ⁽²⁹⁾, la nomenclature d'activités permet des substitutions entre divers moyens de chauffage (activités n^{OS} 21, 22, 25, 26), entre divers moyens de production d'électricité (activités n^{OS} 27-30), entre divers modes de traction (activités n^{OS} 34-37), entre productions locales et importations, etc.

Les absences peuvent résulter de la nature de l'ensemble humain à représenter (ensemble local, régional, national; ensemble rural ou industriel) ou des objectifs de l'étude (prospective à plus ou moins long

⁽²⁷⁾ cette propriété n'est significative que si, conformément au point de départ de la démarche, la nomenclature d'activités inclut au moins un poste "entretien final de la population" faisant apparaître les besoins finals; voir à ce sujet l'alinéa 6.3.f.

⁽²⁸⁾ §1.2 et 1.3; l'impossibilité de telles substitutions est à l'origine de la rigidité des modèles de Leontief et plus généralement des modèles économétriques (§1.1, 1.4 et alinéa 5.3.d).

⁽²⁹⁾ alinéas 6.1.b et 6.1.d.

terme; innovation technologique plus ou moins vive; économie plus ou moins ouverte); elles ne doivent pas empêcher le système de nomenclatures techniques d'être complet au sens précédent. Par exemple, dans la maquette ⁽²⁹⁾, les produits intermédiaires de la grande industrie ou les services d'organisation centrale ne sont pas représentés dans la nomenclature de biens, tandis que les processus correspondants sont absents de celle d'activités; ces absences tiennent au caractère local et rural de l'ensemble considéré [points (1) et (2) de la démarcation ⁽¹⁸⁾].

Enfin, les inhomogénéités de tailles des agrégats correspondent à la focalisation de l'étude sur des domaines particuliers du système productif (l'énergie, les transports, etc) : les parties en cause des nomenclatures sont alors plus détaillées que le reste, ce qui, conjugué avec des redondances convenables, permet une combinatoire plus riche dans ces domaines. Par exemple, dans la maquette ⁽²⁹⁾, le système énergétique est beaucoup plus détaillé que le reste [point (3) de la démarcation ⁽¹⁸⁾].

L'interdépendance des deux nomenclatures techniques apparaît nettement dans les considérations précédentes, en même temps d'ailleurs que l'avantage de les distinguer ⁽³⁰⁾.

Les deux nomenclatures économiques sont aussi étroitement interdépendantes, vu que les opérations monétaires et financières constituent (par définition) des liens entre agents. Ces nomenclatures doivent donc être déterminées conjointement, en fonction des indications fournies à ce sujet par la démarcation préliminaire. De plus, conformément à la démarche de prospective libre ⁽³¹⁾, elles sont beaucoup plus contingentes que les nomenclatures techniques et leur délimitation est moins marquée par l'impératif d'exhaustivité que celle de ces dernières. En particulier, surtout pour des ensembles locaux, les nomenclatures économiques peuvent être beaucoup moins détaillées que les nomenclatures techniques ⁽³²⁾. Par exemple, dans la maquette ⁽²⁹⁾,

⁽³⁰⁾ §1.4; alinéas 5.3.b et 5.3.d.

⁽³¹⁾ §1.2, 1.3; alinéas 2.1.c, 2.2.c, 2.2.d.

⁽³²⁾ cela à l'opposé de ce qui a lieu pour les modèles macro-économiques empiriques (alinéa 5.3.d).

elles sont réduites au strict minimum conformément à la focalisation de l'exercice sur la base physique ⁽³³⁾ [point (3) de la démarcation ⁽¹⁸⁾].

On souligne que la délimitation, telle qu'elle est envisagée ici, est étroitement liée à l'agrégation dans son aspect nominatif, classificatoire, qui consiste à regrouper les objets concrets en agrégats : par exemple en ce qui concerne les nomenclatures techniques, à partir des données brutes que fournissent les catalogues, la définition des agrégats se fait au fur et à mesure des adjonctions par lesquelles sont élaborées progressivement les nomenclatures selon la démarche présentée ci-dessus. Cependant, il s'agit seulement là de l'aspect nominatif de l'agrégation ⁽³⁴⁾; son aspect quantitatif, qui consiste en la définition des rapports d'équivalence entre objets regroupés ⁽³⁵⁾, peut quasiment n'intervenir qu'après la délimitation, c'est-à-dire une fois les nomenclatures opératoires dégagées.

⁽³³⁾ alinéas 5.2.a et 5.2.b.

⁽³⁴⁾ voir les alinéas 6.2.a et 6.2.e.

⁽³⁵⁾ voir les alinéas 6.2.b, 6.2.c, 6.2.d.

§ 6.2. AGRÉGATION

a) Processus d'agrégation : aspect nominatif. Formellement, en termes des structures envisagées ici, le problème de l'agrégation concerne la comparaison de structures pivotales adaptées à deux descriptifs \mathcal{D} et $\tilde{\mathcal{D}}$ ⁽¹⁾, dont l'un, \mathcal{D} , est moins détaillé (plus agrégé) que l'autre, $\tilde{\mathcal{D}}$: l'aspect nominatif de l'agrégation concerne seulement la comparaison des descriptifs, tandis que son aspect quantitatif concerne, au-delà, la comparaison des structures pivotales qui leurs sont adaptées.

On commence, dans cet alinéa et dans le suivant, par inscrire, via le concept de processus d'agrégation, chacun de ces aspects dans le cadre des structures pivotales adaptées. Le problème de l'agrégation est ensuite présenté de façon formelle dans les alinéas 6.2.c et 6.2.d pour situer ce que pourrait être une procédure de résolution systématique ; il est enfin discuté de façon plus pratique et illustré dans les alinéas 6.2.e et 6.2.f.

Considérant deux descriptifs,

$$(6.2.1) \quad \tilde{\mathcal{D}} = (\tilde{I}, \tilde{J}; \tilde{J}_{\#}, \tilde{J}_{+}, \tilde{J}_{-}; \tilde{\alpha}_{+}, \tilde{\alpha}_{-}; \tilde{I}_R, (\tilde{I}_{\#j}, \tilde{\alpha}_{\tilde{j}})_{\tilde{j} \in \tilde{J}}; \tilde{\Theta}, \tilde{n}_{*}; \tilde{S}_{in}, \tilde{S}_{ex}; \tilde{L}^b, \tilde{L}^{\#}, \tilde{\Omega}) ,$$

$$(6.2.2) \quad \mathcal{D} = (I, J; J_{\#}, J_{+}, J_{-}; \alpha_{+}, \alpha_{-}; I_R, (I_{\#j}, \alpha_j)_{j \in J_{\#}}; \Theta, n_{*}; S_{in}, S_{ex}; L^b, L^{\#}, \Omega) ,$$

on appellera processus d'agrégation nominatif de $\tilde{\mathcal{D}}$ en \mathcal{D} tout quadruplet,

$$(6.2.3) \quad \Gamma = (\Gamma_I, \Gamma_J, \Gamma_S, \Gamma_L) ,$$

où $\Gamma_I, \Gamma_J, \Gamma_S, \Gamma_L$ sont respectivement des applications surjectives de \tilde{I} sur I , \tilde{J} sur J , \tilde{S} sur S , \tilde{L} sur L , vérifiant les relations de commutation suivantes :

$$(6.2.4) \quad \Gamma_I(\tilde{I}_R) = I_R$$

⁽¹⁾ alinéa 5.1.b et 5.1.f.

$$(6.2.5) \quad \Gamma_J(\tilde{J}_\#) = J_\# , \quad \Gamma_J(\tilde{J}_+) = J_+ , \quad \Gamma_J(\tilde{J}_-) = J_- ,$$

$$(6.2.6) \quad \alpha_+(\Gamma_J(\tilde{J})) = \tilde{\alpha}_+(\tilde{J}) , \quad \alpha_-(\Gamma_J(\tilde{J})) = \tilde{\alpha}_-(\tilde{J}) \quad (\tilde{J} \in \tilde{J}_\#) ,$$

$$(6.2.7) \quad I_{\#J} = \Gamma_I(\tilde{I}_{\#\tilde{J}}) \text{ et } \alpha_J(\Gamma_I(\tilde{i})) = \tilde{\alpha}_{\tilde{J}}(\tilde{i}) \quad (\tilde{J} \in \tilde{J}_\#, \tilde{i} \in \tilde{I}_{\#\tilde{J}}, J = \Gamma_J(\tilde{J}))$$

$$(6.2.8) \quad \Gamma_{J \times J}(\tilde{\Theta}) = \Theta \text{ avec } \Gamma_{J \times J} = \Gamma_J \times \Gamma_J ,$$

où Γ_J est naturellement étendue en une application de $\tilde{J}_\emptyset = \tilde{J} \cup \{j_\emptyset\}$ sur $J_\emptyset = J \cup \{j_\emptyset\}$ en posant $\Gamma_J(j_\emptyset) = j_\emptyset$ ⁽²⁾ ,

$$(6.2.9) \quad \Gamma_S(\tilde{S}_{in}) = S_{in} , \quad \Gamma_S(\tilde{S}_{ex}) = S_{ex} ,$$

$$(6.2.10) \quad \Gamma_L(\tilde{L}^b) = L^b , \quad \Gamma_L(\tilde{L}^\#) = L^\# , \quad \Gamma_{\overline{L \times S}}(\tilde{\Omega}) = \Omega \text{ avec } \Gamma_{\overline{L \times S}} = (\Gamma_L \times \Gamma_S)^4 .$$

Si ces conditions sont satisfaites et si, de plus,

$$(6.2.11) \quad \tilde{n}_* = n_* ,$$

on dira que \mathcal{D} est obtenu par agrégation de $\tilde{\mathcal{D}}$ (ou que $\tilde{\mathcal{D}}$ est obtenu par désagrégation de \mathcal{D}) via le processus (d'agrégation nominative) Γ , ou encore avec $\Gamma_I, \Gamma_J, \Gamma_S, \Gamma_L$ comme fonctions d'agrégation nominative. De plus, le triplet,

$$(6.2.12) \quad \underline{\Gamma} = (\Gamma_I, \Gamma_J, \Gamma_S) ,$$

sera appelé processus physique sous-jacent à Γ , ou encore processus d'agrégation nominative de $\tilde{\underline{\mathcal{D}}}$ en $\underline{\mathcal{D}}$ ($\tilde{\underline{\mathcal{D}}}$ et $\underline{\mathcal{D}}$ étant les descriptifs physiques sous-jacents à $\tilde{\mathcal{D}}$ et \mathcal{D} respectivement ⁽³⁾).

Dans cette situation, les descriptifs $\tilde{\mathcal{D}}$ et \mathcal{D} seront dits respectivement micro-descriptif et macro-descriptif (relativement au processus Γ), les termes composants de chacun des descriptifs étant signalés par les préfixes micro et macro (micro-biens pour les éléments de \tilde{I} , macro-activités pour ceux de J , etc...).

⁽²⁾ alinéa 3.2.d.

⁽³⁾ alinéa 5.1.b.

L'interprétation de ces définitions en termes de regroupements est standard : soient Q l'une des macro-nomenclatures, \tilde{Q} la micro-nomenclature correspondante et Γ_Q la fonction d'agrégation nominative de \tilde{Q} sur Q ; la procédure d'agrégation qualitative consiste à regrouper, pour chaque $q \in Q$, les micro-postes $\tilde{q} \in \tilde{Q}$ tels que $\Gamma_Q(\tilde{q}) = q$; on désignera par q_{Γ} l'ensemble $\Gamma_Q^{-1}(q)$ de ces micro-postes associés au macro-poste $q \in Q$; ainsi, les agrégats en cause correspondent aux sous-ensembles q_{Γ} ($q \in Q$) de \tilde{Q} , la famille $(q_{\Gamma})_{q \in Q}$ de ces sous-ensembles (non vides) de \tilde{Q} constituant une partition de \tilde{Q} (la partition associée à l'application surjective Γ_Q) dont la donnée équivaut à celle de Γ_Q .

De ces considérations, il résulte que les relations de commutation expriment la compatibilité des regroupements avec la structure des nomenclatures ⁽⁴⁾. Il en résulte aussi que la donnée du processus d'agrégation nominative $\Gamma = (\Gamma_I, \Gamma_J, \Gamma_S, \Gamma_L)$ équivaut à celle du quadruplet,

$$(6.2.13) \quad \bar{\Gamma} = ((i_{\Gamma})_{i \in I}, (j_{\Gamma})_{j \in J}, (\sigma_{\Gamma})_{\sigma \in S}, (\ell_{\Gamma})_{\ell \in L}),$$

de partitions de $\tilde{I}, \tilde{J}, \tilde{S}, \tilde{L}$ respectivement.

b) Processus d'agrégation : aspect quantitatif. On appellera processus d'agrégation de $\tilde{\mathcal{D}}$ en \mathcal{D} tout quintuplet,

$$(6.2.14) \quad G = (\Gamma; \pi^I, \pi^J, \pi^S, \pi^L),$$

où Γ est un processus d'agrégation nominative de $\tilde{\mathcal{D}}$ en \mathcal{D} ⁽⁵⁾ et où,

$$(6.2.15) \quad \pi^I = (\pi_{\tilde{i}}^I)_{\tilde{i} \in \tilde{I}}, \quad \pi^J = (\pi_{\tilde{j}}^J)_{\tilde{j} \in \tilde{J}}, \quad \pi^S = (\pi_{\tilde{i}; \tilde{\sigma}^I, \tilde{\sigma}^II}^S)_{\tilde{i} \in \tilde{I}, \tilde{\sigma}^I \in \tilde{S}, \tilde{\sigma}^II \in \tilde{S}},$$

$$\pi^L = (\pi_{\tilde{\ell}}^L)_{\tilde{\ell} \in \tilde{L}},$$

sont des éléments de $\mathbb{R}_+^{\tilde{I}}, \mathbb{R}_+^{\tilde{J}}, \mathbb{R}_+^{\tilde{I} \times \tilde{S} \times \tilde{S}}, \mathbb{R}_+^{\tilde{L}}$ respectivement, qui vérifient les conditions de normalisation suivantes :

⁽⁴⁾ On souligne l'importance formelle que présente, pour l'appréhension de l'aspect nominatif de l'agrégation, la pratique adoptée ici de ne pas identifier les nomenclatures à des intervalles de l'ensemble des entiers (alinéa 2.2.a).

⁽⁵⁾ alinéa 6.2.a.

$$(6.2.16) \quad \sum_{\tilde{i} \in \underline{I}_\Gamma} \pi_{\tilde{i}}^I = 1 \quad (\tilde{i} \in \tilde{I}), \quad \sum_{\tilde{j} \in \underline{J}_\Gamma} \pi_{\tilde{j}}^J = 1 \quad (j \in J),$$

$$(6.2.17) \quad \sum_{\tilde{\sigma}' \in \underline{\sigma}'_\Gamma} \sum_{\tilde{\sigma}'' \in \underline{\sigma}''_\Gamma} \pi_{\tilde{i}; \tilde{\sigma}', \tilde{\sigma}''}^S = 1 \quad (\tilde{i} \in \tilde{I}, \sigma' \in S, \sigma'' \in S),$$

$$(6.2.18) \quad \sum_{\tilde{\ell} \in \underline{\ell}_\Gamma} \pi_{\tilde{\ell}}^L = 1 \quad (\ell \in L).$$

Les composantes $\pi_{\tilde{i}}^I, \pi_{\tilde{j}}^J, \pi_{\tilde{i}; \tilde{\sigma}', \tilde{\sigma}''}^S, \pi_{\tilde{\ell}}^L$ ($\tilde{i} \in \tilde{I}, \tilde{j} \in \tilde{J}, \tilde{\sigma}' \in \tilde{S}, \tilde{\sigma}'' \in \tilde{S}, \tilde{\ell} \in \tilde{L}$) de $\pi^I, \pi^J, \pi^S, \pi^L$ seront appelées poids et le quadruplet,

$$(6.2.19) \quad \pi = (\pi^I, \pi^J, \pi^S, \pi^L),$$

sera appelé le système de poids du processus d'agrégation G . De plus, le triplet,

$$(6.2.20) \quad \underline{G} = (\underline{\Gamma}; \pi^I, \pi^J),$$

sera appelé processus physique sous-jacent à G , ou encore processus d'agrégation de $\tilde{\mathcal{D}}$ en $\underline{\mathcal{D}}$.

Cela étant, soient, d'une part,

$$(6.2.21) \quad \underline{\tilde{P}} = (\underline{\tilde{B}}, \underline{\tilde{K}}, \underline{\tilde{X}}; \underline{\tilde{\Phi}}, \underline{\tilde{\xi}}) \quad \text{et} \quad \underline{P} = (\underline{B}, \underline{K}, \underline{X}; \underline{\Phi}, \underline{\xi}),$$

les structures cadre $\underline{P}[\tilde{\mathcal{D}}]$ et $\underline{P}[\mathcal{D}]$ associées aux descriptifs $\tilde{\mathcal{D}}$ et \mathcal{D} , d'autre part,

$$(6.2.22) \quad \underline{\tilde{P}} = (\underline{\tilde{B}}, \underline{\tilde{K}}, \underline{\tilde{X}}; \underline{\tilde{\Phi}}, \underline{\tilde{\xi}}) \quad \text{et} \quad \underline{P} = (\underline{B}, \underline{K}, \underline{X}; \underline{\Phi}, \underline{\xi}),$$

les structures physiques $\underline{P}[\tilde{\mathcal{D}}]$ et $\underline{P}[\mathcal{D}]$ associées aux descriptifs physiques $\tilde{\mathcal{D}}$ et \mathcal{D} sous-jacents à $\tilde{\mathcal{D}}$ et \mathcal{D} respectivement ⁽⁶⁾.

Au processus d'agrégation G de $\tilde{\mathcal{D}}$ en \mathcal{D} on associe canoniquement des applications $\phi_{\underline{K}}$ et $\phi_{\underline{X}}$, de $\underline{\tilde{K}}$ sur \underline{K} et de $\underline{\tilde{X}}$ sur \underline{X} respectivement, qui vont être des fonctions de condensation ⁽⁷⁾ : prenant $\underline{\tilde{k}} \in \underline{\tilde{K}}$ sous la forme (5.1.7) et

⁽⁶⁾ alinéa 5.1.d. ⁽⁷⁾ voir les alinéas 2.4.c, 6.2.c, 6.2.d.

$\tilde{x} \in \tilde{X}$ sous la forme (5.1.11), $\underline{k} = \phi_{\underline{K}}(\tilde{k})$ et $\underline{x} = \phi_{\underline{X}}(\tilde{x})$ sont définis par les relations ,

$$(6.2.23) \quad q_{j,\sigma} = \sum_{\tilde{j} \in \underline{j}_{\Gamma}} \pi_{\tilde{j}}^J \sum_{\tilde{\sigma} \in \underline{\sigma}_{\Gamma}} \tilde{q}_{\tilde{j},\tilde{\sigma}} \quad (j \in J, \sigma \in S_{in}) ,$$

$$(6.2.24) \quad z_{i;\sigma',\sigma''} = \sum_{\tilde{i} \in \underline{i}_{\Gamma}} \pi_{\tilde{i}}^I \sum_{\tilde{\sigma}' \in \underline{\sigma}'_{\Gamma}} \sum_{\tilde{\sigma}'' \in \underline{\sigma}''_{\Gamma}} \tilde{z}_{\tilde{i};\tilde{\sigma}',\tilde{\sigma}''} \\ (i \in I, \sigma' \in S, \sigma'' \in S) ,$$

$$(6.2.25) \quad u_{\theta;\sigma} = \sum_{\tilde{\theta} \in \underline{\theta}_{\Gamma}} \pi_{\tilde{\theta}}^{\Theta} \sum_{\tilde{\sigma} \in \underline{\sigma}_{\Gamma}} \tilde{u}_{\tilde{\theta};\tilde{\sigma}} \quad (\theta \in \Theta, \sigma \in S_{in}) ,$$

$$(6.2.26) \quad q_{j;\sigma}^* = \sum_{\tilde{j} \in \underline{j}_{\Gamma}} \pi_{\tilde{j}}^J \sum_{\tilde{\sigma} \in \underline{\sigma}_{\Gamma}} \tilde{q}_{\tilde{j};\tilde{\sigma}}^* \quad (j \in J, \sigma \in S_{in}) ,$$

$$(6.2.27) \quad q_{n;\theta;\sigma}^* = \sum_{\tilde{\theta} \in \underline{\theta}_{\Gamma}} \pi_{\tilde{\theta}}^{\Theta} \sum_{\tilde{\sigma} \in \underline{\sigma}_{\Gamma}} \tilde{q}_{n;\tilde{\theta};\tilde{\sigma}}^* \quad (1 \leq n \leq n_*, \theta \in \Theta, \sigma \in S_{in}) ,$$

$$(6.2.28) \quad z_0^{ex} = \tilde{z}_0^{ex} ,$$

$$(6.2.29) \quad p_{i;\sigma';\sigma''} = \sum_{\tilde{i} \in \underline{i}_{\Gamma}} \pi_{\tilde{i}}^I \sum_{\tilde{\sigma}' \in \underline{\sigma}'_{\Gamma}} \sum_{\tilde{\sigma}'' \in \underline{\sigma}''_{\Gamma}} \pi_{\tilde{i};\tilde{\sigma}',\tilde{\sigma}''}^S \tilde{p}_{\tilde{i};\tilde{\sigma}',\tilde{\sigma}''} \\ (i \in I, \sigma' \in S, \sigma'' \in S) ,$$

$$(6.2.30) \quad \tau = \tilde{\tau}$$

$$(6.2.31) \quad p_{\ell}^{\#} = \sum_{\tilde{\ell} \in \underline{\ell}_{\Gamma}} \pi_{\tilde{\ell}}^L \tilde{p}_{\tilde{\ell}}^{\#} \quad (\ell \in L^{\#}) ,$$

$$(6.2.32) \quad D_{\ell;\sigma} = \sum_{\tilde{\ell} \in \underline{\ell}_{\Gamma}} \pi_{\tilde{\ell}}^L \sum_{\tilde{\sigma} \in \underline{\sigma}_{\Gamma}} \tilde{D}_{\tilde{\ell};\tilde{\sigma}} , \quad R_{\ell;\sigma} = \sum_{\tilde{\ell} \in \underline{\ell}_{\Gamma}} \pi_{\tilde{\ell}}^L \sum_{\tilde{\sigma} \in \underline{\sigma}_{\Gamma}} \tilde{R}_{\tilde{\ell};\tilde{\sigma}} \\ (\ell \in L^b, \sigma \in S) ,$$

$$(6.2.33) \quad D_{\ell;\sigma}^{\pm} = \sum_{\tilde{\ell} \in \underline{\ell}_{\Gamma}} \pi_{\tilde{\ell}}^L \sum_{\tilde{\sigma} \in \underline{\sigma}_{\Gamma}} \tilde{D}_{\tilde{\ell};\tilde{\sigma}}^{\pm} , \quad R_{\ell;\sigma}^{\pm} = \sum_{\tilde{\ell} \in \underline{\ell}_{\Gamma}} \pi_{\tilde{\ell}}^L \sum_{\tilde{\sigma} \in \underline{\sigma}_{\Gamma}} \tilde{R}_{\tilde{\ell};\tilde{\sigma}}^{\pm} \\ (\ell \in L^{\#}, \sigma \in S) ,$$

$$(6.2.34) \quad W_{\ell;\sigma}^{\pm} = \sum_{\tilde{\ell} \in \underline{\ell}_{\Gamma}} \pi_{\tilde{\ell}}^L \sum_{\tilde{\sigma} \in \underline{\sigma}_{\Gamma}} \tilde{W}_{\tilde{\ell};\tilde{\sigma}}^{\pm} \quad (\ell \in L^{\#}, \sigma \in S) .$$

Dans les relations (6.2.25) et (6.2.27), on a posé,

$$(6.2.35) \quad \theta_{\Gamma} = \{ \tilde{\theta} \in J_{\emptyset} \times J_{\emptyset} \mid \tilde{\theta} \in \Theta \text{ et } \Gamma_J(\tilde{\theta}) = \theta \} \quad (\theta \in \Theta) ,$$

$$(6.2.36) \quad \pi_{\tilde{\theta}}^{\Theta} = \pi_{\tilde{j}'}^J \pi_{\tilde{j}''}^J \quad \text{si } \tilde{\theta} = (\tilde{j}', \tilde{j}'') \quad (\tilde{j}' \in \tilde{J}_{\emptyset}, \tilde{j}'' \in \tilde{J}_{\emptyset}) ,$$

avec la convention,

$$(6.2.37) \quad \pi_{j_{\emptyset}}^J = 1 .$$

De même, au processus d'agrégation physique \underline{G} de $\underline{\mathcal{D}}$ en $\underline{\mathcal{D}}$, on associe canoniquement des applications surjectives $\phi_{\underline{K}}$ et $\phi_{\underline{X}}$ de \underline{K} sur \underline{K} et de \underline{X} sur \underline{X} respectivement : prenant \underline{K} sous la forme (5.1.10) et \underline{X} sous la forme (5.1.15), $\underline{k} = \phi_{\underline{K}}(\underline{\tilde{K}})$ et $\underline{x} = \phi_{\underline{X}}(\underline{\tilde{X}})$ sont définis par les relations (6.2.23) - (6.2.28). Les fonctions $\phi_{\underline{K}}$, $\phi_{\underline{X}}$ (resp. $\phi_{\underline{K}}, \phi_{\underline{X}}$) ainsi définies seront désignées le cas échéant par $\phi_{\underline{K}/G}$, $\phi_{\underline{X}/G}$ (resp. $\phi_{\underline{K}/G}, \phi_{\underline{X}/G}$) pour faire apparaître leur dépendance vis-à-vis de G (resp. de \underline{G}) ; elles seront dites associées à G (resp. à \underline{G}).

Ces fonctions vérifient d'abord les conditions naturelles de cohérence entre structure cadre et structure physique, i.e.

$$(6.2.38) \quad \phi_{\underline{K}} \circ \Pi_{\underline{K}, \underline{K}} = \Pi_{\underline{K}, \underline{K}} \circ \phi_{\underline{K}} \quad \text{et} \quad \phi_{\underline{X}} \circ \Pi_{\underline{X}, \underline{X}} = \Pi_{\underline{X}, \underline{X}} \circ \phi_{\underline{X}} .$$

Elles vérifient ensuite la condition (2.4.9) de cohérence avec les fonctions d'évolution $\underline{\xi}$ et $\underline{\xi}$, i.e. ⁽⁸⁾,

$$(6.2.39) \quad \phi_{\underline{K}}(\underline{\xi}(\underline{\tilde{K}}, \underline{\tilde{X}})) = \underline{\xi}(\phi_{\underline{K}}(\underline{\tilde{K}}), \phi_{\underline{X}}(\underline{\tilde{X}})) \quad \text{si} \quad \underline{\tilde{X}} \in \underline{\tilde{\Theta}}(\underline{\tilde{B}}, \underline{\tilde{K}}) \quad (\underline{\tilde{B}} \in \underline{\mathcal{B}}, \underline{\tilde{K}} \in \underline{\mathcal{K}}, \underline{\tilde{X}} \in \underline{\mathcal{X}}),$$

$$(6.2.40) \quad \phi_{\underline{X}}(\underline{\xi}(\underline{\tilde{K}}, \underline{\tilde{X}})) = \underline{\xi}(\phi_{\underline{K}}(\underline{\tilde{K}}), \phi_{\underline{X}}(\underline{\tilde{X}})) \quad \text{si} \quad \underline{\tilde{X}} \in \underline{\tilde{\Theta}}(\underline{\tilde{B}}, \underline{\tilde{X}}) \quad (\underline{\tilde{B}} \in \underline{\mathcal{B}}, \underline{\tilde{K}} \in \underline{\mathcal{K}}, \underline{\tilde{X}} \in \underline{\mathcal{X}}).$$

⁽⁸⁾ voir aussi la relation (6.2.42) ci-après.

La relation (6.2.38) est immédiate. La relation (6.2.39) [resp. (6.2.40)] résulte du caractère linéaire des fonctions $\phi_{\underline{K}}$, $\phi_{\underline{X}}$ [resp. $\phi_{\underline{K}}$, $\phi_{\underline{X}}$] et, compte tenu de la restriction $\tilde{\underline{X}} \in \tilde{\underline{\Theta}}(\tilde{\underline{b}}, \tilde{\underline{K}})$ [resp. $\tilde{\underline{X}} \in \tilde{\underline{\Theta}}(\tilde{\underline{b}}, \tilde{\underline{X}})$], des contraintes (3.4.5) - (3.4.7) [resp. (3.4.5) - (3.4.7), (4.2.8), (4.2.9)] qui assurent la positivité des premiers membres de (3.4.9) et (3.4.11) [resp. de (3.4.9), (3.4.11), (4.2.12), (4.2.13)].

Les relations (6.2.23) - (6.2.34) font apparaître les poids $\pi_{\tilde{i}}^I$, $\pi_{\tilde{j}}^J$, $\pi_{\tilde{i}; \tilde{\sigma}', \tilde{\sigma}''}^S$, $\pi_{\tilde{\ell}}^L$ ($\tilde{i} \in \tilde{I}$, $\tilde{j} \in \tilde{J}$, $\tilde{\sigma}' \in \tilde{S}$, $\tilde{\sigma}'' \in \tilde{S}$, $\tilde{\ell} \in \tilde{L}$) comme définissant des équivalences entre les micro-quantités agrégées, les conditions de normalisation (6.2.16) - (6.2.18) assurant que les macro-unités sont directement induites par les micro-unités : le système de poids $\pi = (\pi^I, \pi^J, \pi^S, \pi^L)$ détermine ainsi l'appareil de quantification de \mathcal{D} ⁽⁹⁾ en fonction de celui de $\tilde{\mathcal{D}}$.

On souligne que, hormis dans (6.2.29), tous les poids sont pris implicitement égaux à 1 pour l'agrégation des micro-secteurs : l'agrégation est ainsi faite par simple sommation des quantités en cause ; cela correspond à ce que les secteurs constituent des sous-systèmes et ne sont pas quantifiés au même titre que les biens, les activités ou les opérations ⁽¹⁰⁾. Par contre, les poids $\pi_{\tilde{i}; \tilde{\sigma}', \tilde{\sigma}''}^S$ ($\tilde{i} \in \tilde{I}$, $\tilde{\sigma}' \in \tilde{S}$, $\tilde{\sigma}'' \in \tilde{S}$) interviennent dans (6.2.29), pour l'agrégation des prix courants, comme des indices bi-sectoriels conjuguant leur action avec celle poids $\pi_{\tilde{i}}^I$ ($\tilde{i} \in \tilde{I}$).

On souligne aussi que les relations (6.2.27) et (6.2.35)-(6.2.37) permettent l'agrégation de micro-transformations (des équipements) $\tilde{\theta} \in \tilde{\Theta}$ ayant des durées $\tilde{n}_{\tilde{\theta}}$ différentes, cela compte tenu de (6.2.11) et de la convention (3.3.3).

c) Systematique de l'agrégation. Dans le cadre formel précédemment introduit ⁽¹¹⁾, le problème de l'agrégation concerne deux questions : d'abord comment déterminer le micro-descriptif $\tilde{\mathcal{D}}$, y compris son appareil de quantification ; ensuite comment déterminer le processus d'agrégation \mathcal{G} à partir de $\tilde{\mathcal{D}}$. La première question ci-dessus sera discutée dans l'alinéa 6.2.e ;

⁽⁹⁾ alinéas 3.1.b et 4.1.e.

⁽¹⁰⁾ alinéa 3.1.d.

⁽¹¹⁾ alinéas 6.2.a et 6.2.b.

on aborde la seconde dans l'alinéa 6.2.d en la reliant à une problématique plus générale (présentée ci-après) qui constitue une variante affaiblie de la problématique de l'élaboration des structures pivotales ⁽¹²⁾.

Considérant deux structures pivotales primaires,

$$(6.2.41) \quad P = (B, K, X; \phi, \xi) \quad \text{et} \quad \tilde{P} = (\tilde{B}, \tilde{K}, \tilde{X}; \tilde{\phi}, \tilde{\xi}) \quad ,$$

appelées respectivement macro et micro-structures, on s'intéresse aux couples (ϕ_K, ϕ_X) où ϕ_K et ϕ_X , respectivement applications surjectives de \tilde{K} sur K et de \tilde{X} sur X , sont telles que,

$$(6.2.42) \quad \phi_K(\tilde{\xi}(\tilde{k}, \tilde{x})) = \xi(\phi_K(\tilde{k}), \phi_X(\tilde{x})) \quad \text{si} \quad \tilde{x} \in \tilde{\phi}(\tilde{b}, \tilde{k}) \quad (\tilde{b} \in \tilde{B}, \tilde{k} \in \tilde{K}, \tilde{x} \in \tilde{X}) .$$

Dans cette situation, on dira que (ϕ_K, ϕ_X) est une condensation stricte de \tilde{P} en P , ou encore que P est comparable à \tilde{P} (au sens strict) via la condensation (stricte) (ϕ_K, ϕ_X) . On dira de plus qu'un mode de contrôle U de P est comparable à un mode de contrôle \tilde{U} de \tilde{P} , via la condensation (ϕ_K, ϕ_X) , s'il existe une application ϕ_U de \tilde{U} sur U telle que,

$$(6.2.43) \quad \phi_U \circ \Pi_{\tilde{U}, \tilde{X}} = \Pi_{U, X} \circ \phi_X \quad ,$$

cette relation déterminant alors ϕ_U de façon unique.

Cela étant, on se limite au cas où P et \tilde{P} appartiennent à une classe de structures pivotales pour chacune desquelles est canoniquement spécifié un espace facteur de l'espace des déterminants exogènes, espace facteur dont les éléments représentent un type particulier de données ⁽¹³⁾.

Le problème de l'agrégation peut alors être schématisé comme suit dans ce contexte :

(AG) supposant donnée la (micro)structure \tilde{P} , un mode de contrôle \tilde{U} de \tilde{P} et un élément \tilde{b}_0 de l'espace facteur spécifié \tilde{B}_0 de \tilde{B} , on cherche, d'une part une (macro)structure P , moins détaillée que \tilde{P} de façon contrôlée, et une condensation stricte (ϕ_K, ϕ_X) de \tilde{P} en P , d'autre part un mode de contrôle U de P et un élément b_0 de l'espace facteur spécifié B_0 de B , cela de telle sorte que : d'une part U est comparable à \tilde{U} via la condensation

⁽¹²⁾ alinéa 2.4.c.

⁽¹³⁾ en l'occurrence données modulaires ; voir le point (4) de l'alinéa 6.2.d.

(ϕ_K, ϕ_X) , d'autre part,

(AG1) pour tout $\tilde{b} \in \Pi_{\tilde{B}_0, \tilde{B}}^{-1}(\tilde{b}_0)$, il existe $b \in \Pi_{B_0, B}^{-1}(b_0)$ tel que,

$$(6.2.44) \quad \Phi_U(b, \phi_K(\tilde{k}), \phi_U(\tilde{u})) \approx \phi_X(\tilde{\Phi}_{\tilde{U}}(\tilde{b}, \tilde{k}, \tilde{u})) \quad (\tilde{k} \in \tilde{K}, \tilde{u} \in \tilde{U}) \quad (14).$$

Dans la relation (6.2.44), le signe \approx exprime une proximité entre sous-ensembles de X . Cette relation de proximité (dépendant éventuellement de $\tilde{b}, \tilde{k}, \tilde{u}$) peut être spécifiée de diverses manières en termes de mini-max ou d'optimum pondéré par rapport aux variables en cause.

La relation (6.2.44) constitue une façon d'exprimer que \tilde{P} est approximativement une élaboration formelle de P ⁽¹⁵⁾, mais avec des fonctions de condensation ϕ_K et ϕ_X qui peuvent dépendre du jeu des données \tilde{b}_0 . C'est sur cette relation que repose la justification de la procédure, le rôle des modes de contrôle \tilde{U} et U , qui sont généralement canoniques, étant seulement de rendre (6.2.44) plus contraignante.

De plus, représentant la relation (6.2.44) comme conjonction des deux inclusions (approximatives),

$$(6.2.45) \quad \phi_X(\tilde{\Phi}_{\tilde{U}}(\tilde{b}, \tilde{k}, \tilde{u})) \approx \Phi_U(b, \phi_K(\tilde{k}), \phi_U(\tilde{u})) \quad (\tilde{k} \in \tilde{K}, \tilde{u} \in \tilde{U}),$$

$$(6.2.46) \quad \Phi_U(b, \phi_K(\tilde{k}), \phi_U(\tilde{u})) \approx \phi_X(\tilde{\Phi}_{\tilde{U}}(\tilde{b}, \tilde{k}, \tilde{u})) \quad (\tilde{k} \in \tilde{K}, \tilde{u} \in \tilde{U}),$$

on peut relier la seconde de ces inclusions à la recherche de relèvements subordonnés au triplet $(\phi_K, \phi_X, \tilde{U})$, en appelant ainsi un triplet (Ψ_K, Ψ_X, Ψ_U) d'applications de K dans \tilde{K} , X dans \tilde{X} , U dans \tilde{U} respectivement telles que,

$$(6.2.47) \quad \phi_K(\Psi_K(k)) = k \quad (k \in K) \quad , \quad \phi_X(\Psi_X(x)) = x \quad (x \in X) \quad ,$$

$$(6.2.48) \quad \phi_U(\Psi_U(u)) = u \quad (u \in U) \quad , \quad \Pi_{\tilde{U}, \tilde{X}}(\Psi_X(x)) = \Psi_U(\Pi_{U, X}(x)) \quad (x \in X),$$

Par exemple, dans les conditions de la propriété (AG1), (6.2.46) peut être renforcée en stipulant l'existence d'un semblable relèvement

(14) Φ_U et $\tilde{\Phi}_{\tilde{U}}$ sont définis par la relation (2.3.10) (alinéa 2.3.c) adaptée au cas des structures primaires.

(15) alinéa 2.4.c.

(Ψ_K, Ψ_X, Ψ_U) tel que,

$$(6.2.49) \quad \Psi_X(\Phi_U(b, k, u)) \simeq \tilde{\Phi}_U(\tilde{b}, \Psi_K(k), \Psi_U(u)) \quad (k \in K, u \in U).$$

Une résolution algorithmique du problème (AG) conduirait, après certains choix préliminaires concernant P (en particulier son niveau de détails), à définir ϕ_K , ϕ_X et b_0 comme fonctions de \tilde{b}_0 , puis b comme fonction de \tilde{b}_0 et de \tilde{b} . C'est une telle résolution que l'on vise, à terme, pour le problème formulé à l'alinéa suivant.

La formulation précédente peut être étendue de façons diverses : d'une part en considérant des structures pivotales avec mémorisation ; d'autre part en faisant porter l'approximation sur les extensions de réalisation, statiques ou évolutives, associées à P et \tilde{P} plutôt que, comme dans (6.2.44), sur les extensions des réalisations instantanées.

d) Formulation du problème de l'agrégation. La question de la détermination d'un processus d'agrégation à partir du micro-descriptif \tilde{D} ⁽¹⁶⁾ peut être formulée dans le cadre du problème (AG) en prenant pour micro-structure \tilde{P} l'une des structures associées à \tilde{D} et en se limitant à la recherche de fonctions de condensation stricte associées à un processus d'agrégation ⁽¹⁷⁾.

Les indications suivantes précisent la démarche visée en ce qui concerne la détermination du processus physique \underline{G} à partir du micro-descriptif physique \tilde{D} supposé donné :

(1) On prend pour \tilde{P} la structure pivotale physique $\underline{P}[\tilde{D}]$ associée à \tilde{D} , et on cherche une macro-structure P de la forme $\underline{P}[\underline{D}]$ où \underline{D} est le macro-descriptif physique cherché.

(2) Le niveau de détail de P est donné par l'ordre de grandeur des dimensions de \underline{D} et, éventuellement, par la spécification des parties des micro-nomenclatures où l'on veut contrôler l'agrégation (i.e. détailler plus ou moins ⁽¹⁸⁾).

⁽¹⁶⁾ alinéa 6.2.c.

⁽¹⁷⁾ alinéa 6.2.b.

⁽¹⁸⁾ Voir à ce sujet ce qui concerne l'inhomogénéité de taille des agrégats à l'alinéa 6.1.e.

- (3) Les modes de contrôle \tilde{U} et U sont ceux, unidimensionnels, qui rendent exogènes les seules variables \tilde{Z}_0^{ex} et Z_0^{ex} .
- (4) Les espaces facteurs spécifiés \tilde{B}_0 et B_0 de \tilde{B} et B respectivement correspondent aux données modulaires définies par le multiplet (5.1.4).
- (5) On cherche des fonctions de condensation ϕ_K et ϕ_X respectivement de la forme $\phi_{\underline{K}/\underline{G}}$ et $\phi_{\underline{X}/\underline{G}}$, où \underline{G} est le processus d'agrégation physique à déterminer.

Dans ces conditions, le problème (AG) se réduit à une forme du problème de l'agrégation en programmation linéaire qui sera étudié ailleurs ⁽¹⁹⁾ Même dans le cas le plus simple où \tilde{b}_0 ne donne pas lieu à effets d'échelle ⁽²⁰⁾ les principaux résultats sont négatifs et indiquent, par exemple, que l'égalité dans (6.2.44) (cas de l'agrégation dite parfaite) ne peut être obtenue que pour des éléments \tilde{b}_0 exceptionnels ⁽²¹⁾. On est en tout cas loin de disposer d'un algorithme de résolution numérique et même de pouvoir donner un sens clairement justifié à l'approximation (6.2.44), la principale difficulté résidant dans la détermination de la matrice A de coefficients techniques de fonctionnements sous-jacente à b_0 ⁽²²⁾.

On souligne le caractère intrinsèque, mais non absolu, de la détermination du système de poids (π^I, π^J) dans le cadre précédent : cette détermination, qui fait partie de celle de \underline{G} dépend des données représentées par \tilde{b}_0 , et seulement d'elles. En particulier, même si les poids $\pi_{\tilde{I}}^I$ ($\tilde{I} \in \tilde{I}$) dépendent du vecteur \tilde{p}^{ex} des prix extérieurs, qui est une des composantes de \tilde{b}_0 , ces poids ne sont pas à confondre avec les micro-prix courants susceptibles d'intervenir dans les études exploratoires relatives à des structures adaptées au micro-descriptif \tilde{V} .

On souligne aussi qu'un relèvement subordonné au triplet $(\phi_{\underline{K}/\underline{G}}, \phi_{\underline{X}/\underline{G}}, \tilde{U})$ ⁽¹⁶⁾ apparaît comme un opérateur de désagrégation, c'est-à-dire un opérateur permettant de désagréger des macro-régimes en micro-régimes, la conservation de

⁽¹⁹⁾ voir [32].

⁽²⁰⁾ cas où toutes les composantes x_j ($j \in J$) de \tilde{b}_0 sont nulles.

⁽²¹⁾ voir par exemple [73] (alinéa 2.2), [97] et [69] dans le cas des modèles de Leontief (cas où $I \equiv J$) ; on montrera dans [32] que l'ensemble de ces éléments exceptionnels est de mesure nulle dans \tilde{B}_0 .

⁽²²⁾ voir [49] (chapitres 3 et 5), l'annexe F de [30] et [32].

la compatibilité dans l'opération étant exprimée par (6.2.49).

En ce qui concerne la détermination du processus d'agrégation complet G à partir d'un micro-descriptif \tilde{D} et d'un micro-jeu de données spécifiées \tilde{b}_0 , on souligne qu'on ne peut appliquer une démarche analogue à la précédente qu'en prenant pour micro-structure \tilde{P} une structure (adaptée au descriptif \tilde{D}) qui soit acceptable⁽²³⁾ donc plus élaborée, du point de vue de l'appareil monétaire et financier, que la structure cadre $P[\tilde{D}]$: cette dernière est trop sous-déterminée, de ce point de vue, pour que la relation (6.2.44) soit suffisamment contraignante en ce qui concerne la fonction d'agrégation nominative Γ_L et les vecteurs de poids π^S et π^L . Le processus G obtenu sera alors relatif à la procédure d'élaboration de $P[\tilde{D}]$ en \tilde{P} , laquelle doit être, de plus, suffisamment canonique pour pouvoir fournir aussi l'élaboration de $P[D]$ en P .

Les problèmes posés par la formulation proposée ici pour une démarche d'agrégation systématique sont sans doute redoutables, tant du point de vue mathématique que du point de vue traitement numérique : l'appareil formel introduit permet au moins de les poser⁽¹⁹⁾.

e) Agrégation primaire et agrégation secondaire. Pour mettre en œuvre une procédure de résolution systématique du problème de l'agrégation⁽²⁴⁾, il faut disposer d'un micro-descriptif \tilde{D} pourvu de son appareil de quantification. Comme il est exclu de manipuler des nomenclatures ultimes⁽²⁵⁾, ce micro-descriptif \tilde{D} doit être déterminé par une démarche de délimitation-agrégation partant elle-même d'un micro-descriptif non entièrement explicité. Cette dernière situation sera dite primaire, tandis que la situation contraire où le micro-descriptif est explicité sera dite secondaire. Dans une situation d'agrégation primaire, seule est possible une procédure d'agrégation empirique qui sera aussi dite primaire : on discute d'abord ci-après cette procédure primaire ; on examine ensuite comment peuvent être conjuguées situation primaire et situation secondaire, procédure empirique

(23) alinéa 2.4.a.

(24) alinéa 6.2.d.

(25) alinéa 6.1.c.

et procédure systématique.

La procédure d'agrégation primaire est inséparable de la délimitation ⁽²⁶⁾ : la détermination des nomenclatures (choix des agrégats, aspect qualitatif ⁽⁵⁾) et de l'appareil de quantification correspondant (choix des équivalences entre objets agrégés, aspect quantitatif ⁽¹⁷⁾) réclame de nombreux arbitrages s'appuyant sur la démarcation préliminaire ⁽²⁷⁾, arbitrages qui relèvent de considérations globales concernant les fonctionnements ou transformations potentiels de l'ensemble humain considéré. Divers exemples de ces considérations seront examinés ci-dessous ⁽²⁸⁾ ; elles constituent en quelque sorte des anticipations qualitatives, heuristiques, des fonctionnements ou transformations du système que le modèle, une fois constitué, permettra de représenter quantitativement. Le rôle de ces anticipations dans la procédure primaire est à rapprocher de celui joué par la propriété (AG1) dans la procédure systématique ⁽¹⁶⁾.

Pour ce qui est des nomenclatures techniques (biens et activités), ces considérations globales concernent la circulation des biens entre les activités : par exemple, les équivalences nécessaires à la quantification des biens ou des activités peuvent être faites "à la production" ou "à la consommation" ; elles peuvent aussi être faites "en valeur sur le marché extérieur" dans le cas des biens qui sont seulement importés par le système ⁽²⁹⁾.

Pour ce qui est des nomenclatures économiques (secteurs et types d'opérations), leur caractère plus contingent et l'absence de quantification des secteurs ⁽³⁰⁾ rend la démarche moins délicate ; cependant des arbitrages analogues à ceux des nomenclatures techniques sont encore nécessaires en ce qui concerne la nomenclature des types d'opérations financières ⁽³¹⁾.

Chacun des arbitrages effectués se traduit par des conventions qui sont

⁽²⁶⁾ alinéas 6.1.c et 6.1.e.

⁽²⁷⁾ alinéa 6.1.a.

⁽²⁸⁾ voir l'alinéa 6.2.f et le § 6.3, spécialement les alinéas 6.3.b et 6.3.e.

⁽²⁹⁾ la matrice de signe + ou - introduite dans la procédure de délimitation (alinéa 6.1.e) est aussi un exemple de telles considérations globales qualitatives.

⁽³⁰⁾ alinéas 3.1.d et 6.2.b.

⁽³¹⁾ par exemple en ce qui concerne l'agrégation de l'or et des devises (alinéa 4.2.d).

à la base de l'interprétation du modèle et du contrôle de son utilisation : l'explicitation de ces conventions est un élément essentiel de la présentation du descriptif retenu. Parmi ces conventions, il y a d'abord les noms donnés aux postes des nomenclatures, chacun de ces noms devant suggérer de façon compréhensive la nature des objets relevant du poste en cause ⁽⁵⁾. Au-delà de ces noms, chaque poste de l'une ou l'autre des nomenclatures doit faire l'objet d'une fiche descriptive précisant, d'une part la nature des objets agrégés, d'autre part (sauf pour les secteurs) l'unité de mesure de l'agrégat en cause ainsi que les principaux rapports d'équivalences entre objets agrégés ⁽³²⁾, enfin les éventuelles particularités du poste relevant de la structure des nomenclatures (biens stockés pour les activités de stockage, transformations possibles, etc). De plus, en ce qui concerne les secteurs (lesquels ne sont pas quantifiés ⁽³⁰⁾), la fiche descriptive doit faire apparaître, en plus des indications sur les agents regroupés, des indications qualitatives sur le profil des échanges considérés comme possibles entre le secteur en cause et les autres secteurs; ces indications serviront ensuite de guide qualificatif pour la spécification des jeux de données d'organisation des échanges ⁽³³⁾.

Ainsi la démarche d'agrégation primaire va fournir quatre nomenclatures et, pour chacune d'elles, un jeu de fiches descriptives de ses postes ⁽³⁴⁾.

En fait, ainsi qu'on l'a déjà souligné ⁽³⁵⁾, la mise en œuvre de cette procédure est inséparable de la spécification des tableaux de coefficients techniques $A, M, \chi, \mu, K, \Lambda', \Lambda'', E$ ⁽³⁶⁾ qu'encadrent les nomenclatures à définir : les arbitrages réclamés par cette spécification sont parallèles à ceux réclamés par la détermination des nomenclatures (y compris leurs appareils de quantification) et ce sont les mêmes considérations globales qui y interviennent. Ce parallélisme est à rapprocher de ce que, dans la procédure systématique formulée par le problème (AG) ⁽¹⁶⁾, les données \tilde{b}_0 et b_0 interviennent dans l'expression de la propriété déterminante (AG1).

Les coefficients techniques doivent être consignés dans des fiches

⁽³²⁾ alinéas 3.1.b, 4.1.e, 6.2.b. ⁽³³⁾ alinéa 3.4.d.

⁽³⁴⁾ des exemples de fiches descriptives sont donnés à l'alinéa 6.2.f ; par ailleurs certaines modalités des conventions sont explicitées au § 6.3 ; voir aussi [31], fascicule (I), chapitre 2.

⁽³⁵⁾ alinéa 6.1.c. ⁽³⁶⁾ § 3.2.

techniques qui complètent les fiches descriptives ⁽³⁷⁾.

Au-delà des indications méthodologiques précédentes, les arbitrages réclamés par l'agrégation primaire sont difficiles à justifier, à préciser complètement, en particulier à cause du caractère non explicité (et non explicitable intégralement) du micro-descriptif ultime. Toutefois, les arbitrages sont d'autant moins contestables que les macro-nomenclatures retenues sont plus détaillées : quand un regroupement ou un rapport d'équivalence pose un problème, il y a toujours moyen de clarifier la situation en "désagrégeant". D'où l'idée d'une procédure en deux étapes : d'abord une agrégation primaire fournissant un macro-descriptif \mathcal{D}_0 suffisamment détaillé pour que sa justification soit claire, même si ses dimensions excèdent les possibilités de calcul ⁽³⁸⁾ ; ensuite une agrégation secondaire partant de \mathcal{D}_0 comme micro-descriptif pour aboutir au macro-descriptif \mathcal{D} opérationnel, cette dernière pouvant donner lieu à une procédure de résolution systématique ⁽²⁴⁾.

A défaut d'une telle procédure systématique, la situation d'agrégation secondaire précédente (passage de \mathcal{D}_0 à \mathcal{D}) peut donner lieu à une procédure empirique analogue à la procédure primaire, mais plus facile à contrôler à cause du caractère explicité du micro-descriptif \mathcal{D}_0 . Ce contrôle, dans la situation secondaire, permet en particulier d'adapter les arbitrages à certains objectifs de l'étude (objectifs précisés par la démarcation préliminaire) et à certains micro-jeux d'hypothèses. Cette adaptation correspond, dans la procédure systématique formulée par le problème (AG) ⁽¹⁶⁾, à ce que le processus d'agrégation cherché G ⁽²⁴⁾ dépend du contrôle du niveau de détail de P ⁽³⁹⁾ et, via la propriété (AG1), du micro-jeu de données modulaires \tilde{b}_0 .

Ainsi, à partir du même descriptif \mathcal{D}_0 fourni (laborieusement) par la démarche primaire, on peut procéder à plusieurs agrégations secondaires (empiriques ou systématiques) fournissant des macro-descriptifs (et des macro-jeux de données modulaires) adaptées à divers objectifs pour l'étude et à divers micro-jeux de données modulaires ⁽³⁸⁾.

⁽³⁷⁾ voir l'alinéa 6.2.f pour un exemple de telle fiche; voir aussi [31], fascicule (I), chapitre 4.

⁽³⁸⁾ voir l'alinéa 6.2.g.

⁽³⁹⁾ point (2) de l'alinéa 6.2.d.

f) Exemples de fiches. On donne ci-après quelques indications relatives à la procédure d'agrégation primaire ⁽⁴⁰⁾ mise en œuvre pour aboutir au descriptif de la maquette d'économie rurale ⁽⁴¹⁾.

Pour chaque bien (i.e. pour chacun des 42 postes de la nomenclature de biens ⁽⁴¹⁾), la fiche descriptive ⁽⁴⁰⁾ indique :

(1) la nature des objets concrets agrégés ; éventuellement, quelques traits des circulations (origine et destination) des biens entre les diverses activités, ainsi que, en liaison avec ces circulations, les types d'équivalences retenues entre objets.

(2) L'unité du bien, laquelle est définie en choisissant un représentant de l'agrégat - i.e. en choisissant l'un des objets agrégés - et en en spécifiant une certaine quantité mesurée en termes physiques (l'unité de mesure retenue figure à droite dans la nomenclature de biens ⁽⁴¹⁾).

(3) Les rapports d'équivalence entre quelques uns des principaux objets agrégés et le représentant, ces rapports étant fournis par les quantités de ces objets considérés comme équivalentes à l'unité du représentant.

Voici trois exemples de fiche descriptive de bien :

Electricité et force motrice fixe (n°5) - Agrégat d'énergies finales incluant l'électricité spécifique et la force motrice produite par les moteurs électriques, en supposant un rendement de 0,9 pour ces derniers. La répartition temporelle (problème des pointes) est prise en compte par une minoration de la production des activités d'apport incertain (activités n°s 29 et 30).

Unité - 1 MWH ⁽⁴²⁾ d'électricité spécifique.

Équivalents - $1/0,9 = 1,1$ MWH de force motrice fixe.

Légumes (n°12) - Agrégat de divers paniers de productions végétales telles salades, radis, tomates, carottes, pommes de terre, etc..., produits par les potagers (activités n°s 3 et 4) ou l'importation et consommés par la préparation des aliments (activités n°s 38,39) ou l'exportation.

Unité - Panier de légumes, d'un poids total de 1 Tonne, composée, entre autres, de 100 Kg de salades, 30 Kg de radis, 100 Kg de tomates, 600 Kg de pommes de terre, etc...

Équivalents - autres paniers analogues.

Fertilisants (n°28) - Agrégat incluant, d'une part les résidus de l'élevage (fumiers, lisiers, etc...) et de la population, les sous-produits de la fermentation méthanogène et les composts, d'autre part les engrais chimiques.

⁽⁴⁰⁾ alinéa 6.2.e.

⁽⁴¹⁾ alinéa 6.1.d ; voir aussi [31], fascicule (I).

⁽⁴²⁾ 1 MWH = 10^6 Watt × heure

Les équivalences sont faites en tenant compte des pouvoirs fertilisants respectifs.

Unité - 1 Tonne d'engrais "standard" (N 17, P 17, K 17).

Equivalents - 20 Tonne de fumier, 30 Tonne de résidus de fermentation, 25 Tonne de compost.

On note que les équivalences sont faites "à la production" pour le bien n°5 et "à l'utilisation" pour le bien n°28, tandis que les objets agrégés sont des paniers⁽⁴³⁾ pour le bien n°12⁽⁴⁴⁾; par ailleurs, les équivalences sont faites "en valeur sur le marché extérieur" pour les biens n°s 29 31-33 qui sont seulement importés.

Pour chaque activité (i.e. pour chacun des 51 postes de la nomenclature d'activités⁽⁴¹⁾), la fiche descriptive indique :

(1') La nature des processus techniques qui sont agrégés, cela en précisant qualitativement les principales productions (ou consommations) de ces processus ainsi que les principaux types d'équipements concernés.

(2') Le niveau unité de l'activité, lequel est défini en spécifiant un module (une unité de production définie) de l'un des processus agrégés⁽⁴⁵⁾.

Voici deux exemples de fiche descriptive d'activité :

Potagers pleins champs (n°3) - Agrégat de cultures à l'air libre destinées à la production de légumes (bien n°12). Comprend le matériel et les installations spécifiques, hors traction (activités n°s 34-37) et hors bâtiments d'usage général.

Module spécifié : 10 Hectare irrigués.

Eoliennes (n°29) - Agrégat de processus fournissant de l'électricité (bien n°5) à partir de l'énergie du vent. Comprend les aéro-générateurs, le système de stockage et les réseaux de distribution de l'électricité, le petit matériel d'entretien et les bâtiments spécifiques.

Module spécifié : 10 installations de 100 KW de puissance installée avec un stockage par batteries de 10 MWH⁽⁴²⁾ de capacité.

Dans cette maquette, on n'a pas cherché à faire apparaître des équivalences quantifiées entre processus agrégés : on s'est limité à un représentant de chaque activité dont le module spécifié indique le niveau unité⁽⁴⁵⁾. On souligne que la spécification du module peut être faite de façons di-

⁽⁴³⁾ voir l'alinéa 6.3.b.

⁽⁴⁴⁾ les conventions faites (alinéa 6.2.e) sont précisées dans des notes annexes qui ne sont pas reproduites ici ; voir [31], fascicule (I), chapitre 4.

⁽⁴⁵⁾ alinéa 3.1.b.

verses : elle est faite en termes de superficie occupée dans l'activité n°3 et en termes de puissance installée dans l'activité n°29. Il ne s'agit là que d'une indication partielle ⁽⁴⁶⁾ destinée à situer le module dans le cadre de la fiche descriptive qui correspond à l'approche en compréhension ⁽⁴⁵⁾. Cette approche est complétée par l'approche en extension qui fait intervenir les coefficients techniques ⁽⁴⁷⁾ : chaque activité fait l'objet d'une fiche technique qui indique, avec une justification succincte, les coefficients techniques, ici seulement ⁽⁴⁸⁾ de fonctionnement ⁽⁴⁹⁾, retenus pour cette activité.

Voici la fiche technique de l'activité n°29 :

Eoliennes (n°29)

Module spécifié : 10 éoliennes de 100 KW, fonctionnant, par an, l'équivalent de 2000 heure à pleine puissance. L'ensemble est doté d'un stockage tampon par accumulateurs correspondant à environ 5 heures de production.

Coefficients techniques de fonctionnement (par an):

| | | | |
|----|--|--------|-------------|
| 1 | Sol inculte <i>Sol occupé par le champ d'éoliennes</i> | - 10 | (1 Hectare) |
| 4 | Travail <i>Surveillance et maintenance</i> | - 30 | (Cent H) |
| 5 | Electricité et force motrice fixe <i>Production annuelle</i> | + 2000 | (MHW) |
| 29 | Produits chimiques <i>Entretien des accumulateurs, remplacement de l'électrolyte ; huiles et graisses</i> | - 5 | (Quintal) |
| 30 | Métaux de récupération <i>200 tonne du poids total remplacé sur 20 ans</i> | + 100 | (Quintal) |
| 31 | Produits métallurgiques <i>Réfection in situ des pylônes et des haubans</i> | - 70 | (Quintal) |
| 32 | Pièces détachées élaborées <i>Mécanismes spéciaux, électronique, régulation</i> | - 10 | (Quintal) |
| 33 | Pièces détachées ordinaires <i>Pales d'éoliennes, accumulateurs</i> | - 40 | (Quintal) |

⁽⁴⁶⁾ les éoliennes, en l'occurrence, occupent aussi du sol ; voir la fiche technique ci-après.

⁽⁴⁷⁾ § 3.2.

⁽⁴⁸⁾ eu égard au point (6) de la démarcation (alinéa 6.1.b).

⁽⁴⁹⁾ alinéa 3.2.b.

| | | | |
|----|--|--------|-----------|
| 39 | Service d'entretien des bâtiments <i>Locaux techniques équivalents à 50 m² de bâtiments standard</i> | - 0,5 | (Are) |
| 40 | Savoirs <i>Temps d'apprentissage du travail industriel : 4% du temps de travail total</i> | - 1,2 | (Cent H.) |
| 41 | Soins <i>Temps de soins en milieu industriel : 1,3% du temps de travail total</i> | - 0,39 | (Cent H.) |
| 42 | Organisation <i>Somme des temps unitaires d'organisation par bien, pondérée sur les différents biens</i> | - 7,28 | (Cent H.) |

g) Dimensions. Les dimensions n_I , n_J , n_S , n_L ⁽⁵⁰⁾ des descriptifs primaires et secondaires, \mathcal{D}_0 et \mathcal{D} ⁽⁵¹⁾, peuvent être diverses selon l'ensemble en cause et les objectifs de l'étude. On cite ci-après quelques ordres de grandeur pour fixer les idées ⁽⁵²⁾.

En ce qui concerne la nomenclature de biens et relativement au descriptif primaire \mathcal{D}_0 , une bonne centaine de postes (par exemple $n_I \approx 150$) devrait suffire dans le cas d'un ensemble de type local, mais plusieurs centaines, voire plus d'un millier (i.e. $n_I \approx 1000$), peuvent être nécessaires dans le cas d'un ensemble national ⁽²⁷⁾. Le descriptif secondaire \mathcal{D} pourrait comporter alors de 40 à 100 biens pour un ensemble de type local et de 200 à 500 pour un ensemble de type national ⁽⁵³⁾. En outre, le nombre d'activités est normalement supérieur (par exemple de 20% à 100%) à celui des biens, cela eu égard aux compétitions ⁽⁵⁴⁾ et en fonction, du degré d'anticipation technique ⁽⁵⁵⁾ et du degré de spécialisation envisagés.

⁽⁵⁰⁾ alinéa 5.1.b.

⁽⁵¹⁾ alinéa 6.2.e.

⁽⁵²⁾ voir aussi l'exemple de la maquette (alinéa 6.1.d et [31], fascicule (I)).

⁽⁵³⁾ cet ordre de grandeur correspond aux nomenclatures les plus détaillées des comptabilités nationales; voir par exemple [104] (page 9) et [11] (page 28).

⁽⁵⁴⁾ alinéa 3.1.c.

⁽⁵⁵⁾ voir les alinéas 7.2.a. et 7.2.c.

Le nombre de secteurs peut être très variable selon que la représentation de l'organisation des échanges ou de la localisation des activités ⁽⁵⁶⁾ est plus ou moins élaborée ⁽⁵⁷⁾. Par exemple en ce qui concerne le descriptif secondaire \mathcal{D} , une représentation suffisante des échanges devrait être possible avec une dizaine de secteurs intérieurs pour un ensemble de type local et quelques dizaines (par exemple $n_S \approx 40$) pour un ensemble de type national ⁽⁵⁸⁾, cela sans compter une éventuelle localisation des secteurs ⁽⁵⁶⁾.

Enfin, en ce qui concerne la nomenclature de types d'opérations, relativement au descriptif primaire \mathcal{D}_0 on peut envisager une trentaine de postes pour les opérations de répartition et une vingtaine pour les opérations financières (i.e. $n_L \approx 50$) ⁽⁵⁹⁾; ce niveau de détail peut être conservé pour le descriptif secondaire \mathcal{D} ou réduit par agrégation à une vingtaine de postes au total ⁽⁶⁰⁾, voire à une dizaine dans le cas d'un ensemble de type local.

Considérés arithmétiquement, de façon sommaire, les ordres de grandeur mentionnés ci-dessus semblent, au moins dans le cas d'un ensemble de type national, excéder les possibilités actuelles de traitement informatique ⁽⁶¹⁾: par exemple, avec,

$$(6.2.50) \quad n_I = 250, \quad n_J = 300, \quad n_{S_{in}} = 40,$$

on obtient, d'une part $n_J n_{S_{in}} = 12.000$ variables $q_{j;\sigma}$ ($j \in J, \sigma \in S_{in}$) et au moins $n_I n_{S_{in}}^2 = 400.000$ variables de transfert $z_{i;\sigma',\sigma}$

⁽⁵⁶⁾ alinéas 3.1.d, 3.2.e, 6.3.c. ⁽⁵⁷⁾ alinéas 5.1.e et 6.1.d.

⁽⁵⁸⁾ cet ordre de grandeur correspond aux tableaux de Léontief de dimension moyenne; voir [17] (chapitre 2, page 18), [89] (4^e partie, pages 155 et 160), [92] (2^e partie, page 184);

⁽⁵⁹⁾ ces ordres de grandeur correspondent au tableau économique d'ensemble et au tableau des opérations financières; voir [17] (chapitre 3, page 46, et chapitre 4, page 58).

⁽⁶⁰⁾ voir [112] (page 105) ou [33] (entre autres page 67).

⁽⁶¹⁾ voir par exemple [87]

($i \in I, \sigma' \in S, \sigma'' \in S$), d'autre part $n_J n_S = 10.000$ contraintes (3.4.1), (3.4.2) d'équilibre physique des secteurs intérieurs, ces nombres étant à multiplier par le nombre n_T de périodes élémentaires pour les études évolutives...

En fait, ces évaluations sommaires sont pessimistes car, parmi les variables (resp. les contraintes) envisagées formellement, la proportion est faible de celles qui sont susceptibles d'être non nulles (resp. serrées) : le traitement doit devenir possible en élaborant, d'une part le descriptif pour favoriser ces redondances ⁽⁶²⁾, d'autre part le logiciel de calcul pour qu'il les prenne en compte à priori ⁽⁶³⁾. Par ailleurs, les études évolutives, qui ne sont possibles que pour des descriptifs secondaires \mathcal{D} assez agrégés, peuvent être complétées par des études statiques relatives à des descriptifs \mathcal{D}_0 moins agrégés ⁽⁶⁴⁾.

⁽⁶²⁾ en particulier par l'introduction systématique de services (alinéas 3.2.e et 6.3.e).

⁽⁶³⁾ voir [87] (par exemple pages 1038, 40, 41, 47, 52, 58, 62).

⁽⁶⁴⁾ voir à ce sujet la note ⁽³⁸⁾ du §7.2.

§ 6.3. MODALITÉS DE CONSTITUTION

a) Orientation. Par "modalités de constitution", on entend les spécifications qui expriment, dans le cadre formel en cause, les particularités qu'il est nécessaire de prendre en compte pour que la structure constituée permette une représentation acceptable du fonctionnement et des transformations de l'ensemble humain considéré. Ces modalités viennent ainsi compléter le formalisme, lui fournir de la substance, par des particularités qui ne résultent pas de sa structure générale mais peuvent s'inscrire dans son cadre. Elles interviennent aux divers stades de la construction du modèle : dans la démarche de délimitation-agrégation ⁽¹⁾ qui fournit un (ou des) descriptif(s) et les jeux de données correspondants, puis dans la spécification de structures adaptées à ce (ou ces) descriptif(s) ⁽²⁾.

Se limitant ici essentiellement au premier stade, on va donner surtout des indications concernant l'élaboration des nomenclatures et l'interprétation des coefficients techniques. Conformément à l'orientation générale de ce texte ⁽³⁾, on s'intéresse aux méthodes de traitement, aux règles de construction susceptibles de fournir des spécifications particulières, plutôt qu'à telle ou telle de ces dernières. Le propos est illustré chemin faisant par des exemples tirés de la maquette de macro économie rurale ⁽⁴⁾, mais les méthodes proposées devraient permettre d'aller très au delà du niveau de représentation assez rudimentaire de cette maquette.

Les méthodes de traitement envisagées sont classées en cinq thèmes généraux : traitement des agrégats inhomogènes (alinéa 6.3.b), déterminants relatifs au territoire (alinéa 6.3.c), analyses temporelles intra-périodes élémentaires (alinéa 6.3.d), services (alinéa 6.3.e), travail et consommations finales (alinéa 6.3.f) ⁽⁵⁾. Cette présentation ne vise pas à l'exhaustivité : d'une part on s'y limite à des particularités que les spécifi-

⁽¹⁾ alinéa 6.1.c.

⁽²⁾ alinéa 5.1.f.

⁽³⁾ §1.4 et introductions des chapitres 3 et 4.

⁽⁴⁾ alinéas 6.1.b, 6.1.d, 6.2.f.

⁽⁵⁾ l'ordre dans lequel sont présentés ces thèmes n'est pas essentiel : ils peuvent être abordés séparément.

cations générales précédemment étudiées ⁽⁶⁾ ne suffisent pas à cerner; d'autre part les modalités concernant l'élaboration de structures adaptées à partir de la structure cadre ⁽²⁾ (en particulier celles relatives à l'organisation économique ou aux stratégies de gestion) ne sont abordées que marginalement. Par ailleurs, les méthodes de traitement envisagées sont présentées sans références bibliographiques bien que nombre d'entre elles fasse partie de la méthodologie, au demeurant peu explicite à ce sujet, des modèles d'allocation de ressources en termes physiques ⁽⁷⁾.

b) Agrégats inhomogènes : paniers, lots, parcs. Les limitations de dimensions des nomenclatures ⁽⁸⁾ amènent à regrouper dans certains agrégats ⁽⁹⁾ des objets concrets qui sont très loin d'être substituables. Par exemple, il en est ainsi, dans la maquette ⁽¹⁰⁾, des biens "légumes", "aliments", "produits chimiques", "organisation" (n^{os} 12, 26, 29, 42) ou des activités de traction (n^{os} 34-37) : le bien "légumes" regroupe des légumes verts et des tubercules, les activités de traction concernent l'utilisation des camions, des tracteurs et des machines mobiles non automotrices, etc.

Dans un tel cas d'agrégat inhomogène, la définition lors de la procédure d'agrégation-délimitation ⁽¹¹⁾, de rapports d'équivalences entre objets agrégés ⁽¹²⁾ est illusoire : il faut alors plutôt exclure la possibilité de circulations faisant que les proportions des objets non substituables qui sont agrégés varient de façon notable. Par exemple, dans la maquette ⁽¹⁰⁾, il serait peu acceptable d'introduire deux activités produisant le bien "légumes", mais l'une spécialisée dans la production des légumes verts et l'autre dans celle des tubercules; par contre, les deux activités "potagers" (n^{os} 3 et 4) sont acceptables car elles diffèrent, non par la spécialisation sur tel ou tel type de légumes, mais par la technique de production : elles

⁽⁶⁾ chapitres 3 et 4.

⁽⁷⁾ § 1.1.

⁽⁸⁾ alinéa 6.2.g.

⁽⁹⁾ alinéas 3.1.a, 4.1.d, 6.1.c.

⁽¹⁰⁾ alinéa 6.1.d et [31], fascicule (I).

⁽¹¹⁾ alinéas 6.1.c et 6.2.e.

⁽¹²⁾ alinéa 6.2.b.

sont susceptibles de produire, par des techniques différentes, des paniers de biens analogues. De même, des distorsions résultent sans doute de l'occurrence d'un seul bien "force motrice mobile" (n°6), qui est produit par les activités de traction et consommé indifféremment par toutes les activités utilisant du transport ou de la traction.

Ces considérations amènent à la méthode de traitement suivante des agrégats inhomogènes : ces agrégats sont conçus comme regroupant des systèmes d'objets élémentaires ayant une constitution rigide et non comme regroupant les objets élémentaires eux mêmes en proportions éventuellement variables. Ces systèmes d'objets élémentaires sont nommés paniers ou lots dans le cas des biens ou des types d'opérations et parcs (de matériels, d'équipements) dans le cas des activités (¹³). Par exemple, dans la maquette, le bien "légumes" est un tel agrégat de paniers; de même, chaque activité de traction correspond à un agrégat de parcs de matériels divers.

La constitution (i.e. les quantités des divers constituants) de chacun de ces systèmes est déterminée en fonction de considérations globales (¹⁴) : cette constitution fait partie de l'appareil de quantification du descriptif; elle est fixe dans toutes les études exploratoires correspondantes, lesquelles se trouvent ainsi marquées de certaines rigidités et distorsions. Ces rigidités sont cependant tempérées par la possibilité d'agréger plusieurs systèmes différents mais cependant considérés, eux, comme équivalents. Par exemple, dans la maquette (¹⁰), le bien "aliments" est un agrégat de paniers constitués de produits comestibles "dans l'assiette", chacun de ces paniers correspondant à une ration élémentaire (annuelle) équilibrée : parmi ces paniers, ceux correspondant à l'alimentation végétarienne et à l'alimentation mixte (respectivement produits par les activités n^{os} 38 et 39) sont considérés comme équivalents, les équivalences étant faites en termes de pouvoirs nutritifs.

Pour remédier à la rigidité et aux distorsions liées à la constitution fixe des paniers, lots ou parcs considérés, le seul moyen est de désagréger les nomenclatures. Par exemple, pour ce qui est de la maquette (¹⁰), une

(¹³) selon la définition "en compréhension" des activités (alinéa 3.1.b).

(¹⁴) alinéa 6.2.e.

modulation entre traction et transport réclamerait, au moins, de désagréger le bien "force motrice mobile" en deux biens plus homogènes que ce dernier, un "service de traction" et un "service de transport", et chaque activité de traction en deux activités produisant chacun de ces services ⁽¹⁵⁾ .

Un cas important de désagrégation des activités est celui qui permet la prise en compte des effets d'échelle ⁽¹⁶⁾ : un parc, regroupant dans des proportions fixes divers équipements se distinguant par la taille des unités, peut être désagrégé en plusieurs parcs correspondant à des équipements (plus) homogènes; les effets d'échelle peuvent alors être pris en compte dans le cadre du formalisme proposé ⁽¹⁶⁾, en spécifiant pour chacun des parcs désagrégés un seuil caractéristique. Par exemple, pour ce qui est de la maquette ⁽¹⁰⁾, l'activité "centrales thermiques" (n^o27) pourrait être désagrégée en "grosses centrales thermiques" et "petites centrales thermiques", la première ayant un seuil caractéristique non nul.

c) Ressources et déterminants géoclimatiques. Vu l'importance donnée au territoire dans le programme de prospective libre que l'on a en vue ⁽¹⁷⁾, le descriptif doit être élaboré de façon à permettre une représentation quantitative des ressources et déterminants géoclimatiques du territoire envisagé, cela conformément aux indications de la démarcation préliminaire ⁽¹⁸⁾. On examine ci-après quelques unes des modalités de constitution concernant successivement les ressources (renouvelables et non renouvelables), l'entretien du territoire, les caractéristiques climatiques, la localisation des activités.

Le territoire est d'abord donné par les caractéristiques des divers types de sols qu'il est supposé porter ou pouvoir porter. Ainsi, la nomenclature de biens doit inclure des postes représentant ces types de sols; par exemple, dans la maquette ⁽¹⁰⁾, ce sont les postes n^{os} 1, 2, 3. Parmi

⁽¹⁵⁾ voir l'alinéa 6.3.e. ⁽¹⁶⁾ alinéas 3.2.b et 3.4.b.

⁽¹⁷⁾ §1.2; alinéas 3.1.c et 6.1.a.

⁽¹⁸⁾ alinéa 6.1.a et, comme exemple, point (1) de l'alinéa 6.1.b.

les types de sols, certains constituent des ressources primaires, c'est-à-dire ne peuvent pas être produits par le système ⁽¹⁹⁾; on les dira primaires. D'autres types de sols sont susceptibles d'être produits par transformations de types de sols différents; ces transformations sont le fait d'activités adéquates : activités de banalisation de sols divers, activités de défrichage, etc. Par exemple, dans la maquette ⁽¹⁰⁾, le sol inculte (bien n⁰1) est susceptible d'être produit par les activités n^{os} 50 ou 51.

Dans les études exploratoires, les quantités (i.e. les superficies) des types de sols primaires supposées disponibles font partie des dotations ⁽²⁰⁾ et figurent parmi les données caractéristiques du territoire ⁽²¹⁾. Des quantités des autres types de sols peuvent aussi être données via des contraintes circonstancielle (3.4.20) avec des seconds membres négatifs. Cela étant, l'utilisation du sol par les diverses activités est comptée, via les coefficients techniques, comme consommation de sols des types retenus et l'équilibre entre sol disponible et sol utilisé est exprimé par les contraintes d'équilibre physique (3.4.1), (3.4.2) pour les biens $i \in I$ qui représentent des types de sols.

Un type de sol primaire peut être considéré comme une ressource renouvelable. Il peut aussi être considéré comme une ressource dégradable. Une méthode de traitement possible dans ce sens consiste : d'une part à introduire des biens représentant ce type de sol après des dégradations successives, chacun de ces biens, considéré comme stockable de la période type à la suivante, étant associé de façon standard ⁽²²⁾ à des activités adéquates d'entretien de stock, de stockage et de destockage; d'autre part à spécifier les activités dégradantes (par exemple par culture intensive) comme consommant du sol en question à un stade de dégradation et en produisant une même quantité au stade suivant. Inversement, on peut aussi introduire des activités de régénération du sol permettant de remonter la suite de dégradations. L'une ou l'autre de ces transformations peuvent donner lieu à des études évolutives ou statiques ⁽²³⁾.

⁽¹⁹⁾ alinéa 3.1.c .

⁽²⁰⁾ alinéa 3.4.b .

⁽²¹⁾ alinéa 5.1.c .

⁽²²⁾ alinéa 3.2.c .

⁽²³⁾ alinéas 2.2.c, 2.2.d, 2.3.c, 2.3.d, 5.1.f.

Les limitations ou dégradations relatives aux autres ressources renouvelables, l'eau par exemple, peuvent être traitées de façon analogue en introduisant un (ou des) bien(s) "eau primaire" (dont les quantités disponibles sont des dotations), un (ou des) bien(s) "eau distribuée" et des activités transformant le (ou les) premier(s) en le (ou les) second(s). Plus simplement, on peut omettre le bien primaire et faire apparaître la limitation en ressource par une contrainte circonstancielle du type (3.4.21) portant sur l'activité de transformation; c'est ce qui est fait dans la maquette ⁽¹⁰⁾ avec l'activité n⁰19.

Plus généralement, l'entretien du territoire peut être pris en compte, par exemple en continu, de façons diverses. Pour cela, on peut d'abord introduire, pour les activités qui utilisent le sol à entretenir, des coefficients techniques de consommations (de travail, de gestion, d'énergie, de matériaux, de services, etc) réclamées par l'entretien en question; certaines pollutions diffuses (de l'air par exemple) peuvent être prises en compte ainsi. Ces consommations d'entretien peuvent aussi être mises en évidence par l'introduction, comme biens, de "services d'entretien" et d'activités produisant ces services ⁽²⁴⁾. En ce qui concerne les rejets, déchets et rebuts massifs, on peut procéder de façon plus explicite en introduisant des biens représentant les résidus en question, biens qui sont produits par les activités responsables et consommés par des activités adéquates de dépollution ou gestion de déchets, et en imposant à ces dernières activités un niveau convenable par des contraintes circonstanciennes du type (3.4.19) pour les biens en cause.

Les recyclages peuvent être traités de façon analogue par l'introduction de biens représentant les matières ou objets usés à recycler et d'activités correspondantes de rénovation. Par exemple, dans la maquette ⁽¹⁰⁾, le recyclage de pièces métalliques usées est traité via le bien n⁰30 et l'activité n⁰42.

La gestion des ressources non renouvelables relève du même traitement que celle des stocks interpériode : ces ressources, considérées comme primaires, sont représentées, après agrégation, par des biens auxquels sont associées des activités d'entretien de stocks et de destockage ⁽²²⁾.

⁽²⁴⁾ voir l'alinéa 6.3.e.

La prise en compte des caractéristiques climatiques du territoire passe par la spécification des coefficients techniques concernés, après élaboration conséquente des nomenclatures techniques : productivités agricoles, consommations réclamées par le chauffage des locaux, conditions de conversion de l'énergie solaire, etc.

La localisation des activités et l'existence de trajets privilégiés peuvent être pris en compte, en particulier via les consommations correspondantes de transports, par une élaboration géographique de la nomenclature de secteurs ⁽²⁵⁾ : d'une part, à chaque secteur est associée une implantation géographique sur une portion du territoire envisagé (ce qui revient à éclater chaque secteur économique en autant de postes différents qu'il a d'implantations) et les coefficients techniques de transfert ⁽²⁶⁾ sont déterminés en fonction de ces implantations, éventuellement via la circulation de services de transfert convenables ⁽²⁷⁾; d'autre part l'introduction de contraintes circonstanciées du type (3.4.21) permet d'interdire à certaines activités certaines implantations; enfin une spécification convenable du jeu de données d'organisation des échanges ⁽²⁸⁾ permet de privilégier certains trajets pour certains biens.

Bien que théoriquement possible de façon arbitrairement détaillée, cette procédure se heurte aux limitations de dimension de la nomenclature de secteurs ⁽²⁹⁾; ainsi, chaque implantation sectorielle doit conserver une étendue non négligeable à l'intérieur de laquelle les transports doivent être pris en compte autrement que via les coefficients techniques de transfert. Cette prise en compte des transports locaux peut être faite en affectant aux diverses activités concernées des consommations de services de transport local ⁽³⁰⁾ en fonction d'une hypothèse sur l'étendue de l'implantation et les conditions des transports à y effectuer. Par exemple, dans la maquette ⁽¹⁰⁾ où le descriptif est non différencié ⁽³¹⁾, chaque activité est pourvue d'un coefficient technique de consommation de "force motrice mobile" (bien n°6) correspondant au transport sur 10 km des divers biens

⁽²⁵⁾ alinéa 3.1.d.

⁽²⁶⁾ alinéa 3.2.e.

⁽²⁷⁾ alinéas 3.2.e et 6.3.e.

⁽²⁸⁾ alinéa 3.4.d.

⁽²⁹⁾ alinéa 6.2.g.

⁽³⁰⁾ voir l'alinéa 6.3.e.

⁽³¹⁾ alinéa 5.1.e.

produits ou consommés pendant la période type; cette convention correspond au caractère local du territoire envisagé ⁽³²⁾ et à l'hypothèse, plutôt défavorable, d'un dépôt central.

d) Analyses temporelles locales. Les productions ou consommations des divers biens peuvent ne pas être uniformément réparties dans le temps à l'intérieur des périodes élémentaires et donner lieu à des modulations (journalières, hebdomadaires, saisonnières, etc) ou à des décalages temporels réclamant stockages. Il s'agit de prendre en compte ces inhomogénéités temporelles tout en restant dans le cadre du formalisme retenu, cadre où l'analyse temporelle explicite (formelle) ne descend pas au-dessous des périodes élémentaires ⁽³³⁾ et où toutes les quantités envisagées sont intégrées sur la durée de ces périodes ⁽³⁴⁾.

La méthode de traitement que l'on présente ci-après repose sur une désagrégation temporelle des biens : Pour chaque bien susceptible de donner lieu à une telle inhomogénéité temporelle, la période élémentaire est décomposée en un certain nombre \bar{h} de sous périodes disjointes (éventuellement non connexes) et le bien en cause est éclaté en une famille $(i_h)_{1 \leq h \leq \bar{h}}$ de biens indexés par les sous-périodes. Cela étant, ce sont les biens indexés $i_h (1 \leq h \leq \bar{h})$ qui figurent dans la nomenclature retenue I et, pour chaque h (avec $1 \leq h \leq \bar{h}$), les quantités considérées du bien i_h [coefficients techniques $A_{i_h, j}, M_{i_h, j}, K_{n; i_h, \theta}, E_{i_h, i'; \sigma', \sigma''; \sigma}$ ou quantités transférées $z_{i_h; \sigma', \sigma''}$ ⁽³⁵⁾] sont supposées concentrées sur la seule sous période d'indice h , ce qui fait que l'intégration sur cette sous période équivaut à l'intégration standard sur la période type. Les productions, consommations ou transferts ainsi attachés aux sous périodes permettent alors de prendre en compte les inhomogénéités temporelles en cause, cela : d'une part en choisissant le nombre \bar{h} ainsi que la connexité et l'étendue des sous périodes

⁽³²⁾ point (1) de l'alinéa 6.1.b. ⁽³³⁾ alinéas 2.3.a et 3.2.a.

⁽³⁴⁾ alinéa 2.3.b; §3.2 et 3.3. ⁽³⁵⁾ §3.2 et 3.3.

de façon adaptée au phénomène, d'autre part en introduisant, éventuellement, des activités de stockage transformant ces biens éclatés les uns dans les autres.

Un premier exemple d'application de cette méthode concerne le travail saisonnier en agriculture : supposant que la période élémentaire est d'une durée d'un an, on peut prendre, par exemple, quatre sous périodes correspondant aux quatre saisons (ou tout autre découpage en sous périodes adapté aux modulations à prendre en compte) et éclater le bien travail ⁽³⁶⁾ en cause selon ces sous périodes; les coefficients techniques de consommation du travail peuvent alors être modulés en fonction des saisons (ou des sous périodes retenues), tandis que l'offre de travail (par les activités d'entretien de la population ⁽³⁶⁾) reste, par exemple, uniformément répartie. Dans ces conditions, les contraintes d'équilibre physique (3.4.2), pour les divers biens travail $i_h (1 \leq h \leq \bar{h})$ indexés par les sous périodes, prennent en compte les modulations saisonnières. D'autres modulations saisonnières, par exemple concernant la transformation des équipements ⁽³⁷⁾, peuvent être traitées de façon analogue.

Un second exemple concerne le problème du passage des pointes relativement à des biens divers comme le travail, les soins, les transports ou communications, l'électricité, etc. Supposant pour fixer les idées qu'il s'agit de pointes journalières, la période élémentaire étant encore d'un an, on peut singulariser, dans la journée type, les intervalles de pointe (pour la consommation du bien en cause) et définir, dans la période (ici l'année) type, deux sous périodes (i.e. $\bar{h} = 2$) : d'une part ($h = 1$) la réunion des intervalles de pointe pour toutes les journées de l'année, d'autre part ($h = 2$) son complémentaire. Cela étant, le traitement du travail ou des services de pointe est analogue à celui du travail saisonnier déjà envisagé, sans transfert possible de l'un des biens indexés à l'autre, de la base à la pointe.

Par contre, pour ce qui est d'un bien stockable ⁽³⁸⁾ comme l'électricité, un transfert est possible de l'électricité de base i_2 à l'électricité de

⁽³⁶⁾ voir l'alinéa 6.3.f.

⁽³⁷⁾ alinéa 3.2.d.

⁽³⁸⁾ même difficilement.

pointe i_1 par l'intermédiaire d'une activité de stockage ⁽³⁹⁾ : une telle activité va consommer de l'électricité de base i_2 et produire (avec un certain rendement) de l'électricité de pointe i_1 , les deux types d'électricité étant par ailleurs consommés, dans des proportions fixes, par les diverses activités et fournies par les activités de production d'électricité supposées disponibles. Dans ces conditions, les contraintes d'équilibre physique (3.4.2) pour les biens i_1 et i_2 , conjuguées avec les limitations (3.4.4) des équipements en place, permettent de prendre en compte quantitativement les arbitrages imposés par le passage des pointes : utilité d'équipements de stockage pour éviter, soit un suréquipement (et éventuellement une surproduction) de base avec des techniques à production rigide ou aléatoire, soit l'utilisation de techniques plus souples mais coûteuses (en combustibles pour ce qui est de l'électricité).

Cet exemple simple peut être élaboré afin de prendre en compte de façon plus détaillée (et pour des biens divers) l'adéquation temporelle intra-périodes élémentaires de la production à la demande via des moyens de stockage adéquats, le niveau de détail n'étant limité que par la taille des nomenclatures techniques ⁽²⁹⁾ ⁽⁴⁰⁾ .

e) Services. L'élaboration des nomenclatures techniques par l'introduction (au cours de la procédure de délimitation-agrégation ⁽⁴¹⁾) de biens représentant des services et d'activités produisant ces services est une méthode puissante pour exprimer de multiples traits du fonctionnement économique. Ces services peuvent être très divers : soins, savoirs, études, communications, transports, distribution, organisation privée ou publique, entretiens (de matériels, de locaux, du territoire ⁽⁴²⁾), etc. L'éventail des services à introduire dépend de la démarcation préliminaire. Par exemple, il n'y a pas lieu de faire figurer tous les services d'administration cen-

(39) ici journalier, par exemple par pompage.

⁽⁴⁰⁾ les transactions à un terme inférieur à la durée de la période élémentaire peuvent être traitées formellement de façon analogue en les considérant comme opérations de répartition; voir la note ⁽²⁷⁾ du § 4.1.

⁽⁴¹⁾ alinéas 6.1.c, 6.1.e, 6.2.e. ⁽⁴²⁾ alinéa 6.3.c.

traie pour une étude locale comme celle de la maquette ⁽⁴³⁾. On ne cherche pas ici à analyser cet éventail des services; on fait seulement à leur sujet diverses remarques, d'abord sur leur quantification, ensuite sur leur circulation.

En ce qui concerne la quantification en termes physiques ⁽⁴⁴⁾, certains services sont assez naturellement mesurés en termes de durées qui correspondent à du travail (de l'un ou l'autre type considérés ⁽⁴⁵⁾). Par exemple, dans la maquette ⁽¹⁰⁾, l'organisation (bien n°42) est mesurée avec la même unité de durée que le travail (bien n°4) dont elle apparaît ainsi comme une variété; de même pour les soins (bien n°41) qui sont associés, au moins pour les actifs, à du travail de soignés (i.e. du travail consistant à "se soigner"). Dans le cas de la mesure d'un service en termes de durées (de travail associé), les activités qui le produisent doivent consommer une quantité de travail au moins égale à la quantité du service produit. Par exemple, dans la maquette, l'activité d'entretien de la santé (n°47) qui produit les soins consomme le travail des soignés (en quantité égale à celle des soins produits) en plus du travail des soignants ⁽⁴⁶⁾.

D'autres services sont plus naturellement mesurés en termes de grandeurs physiques diverses (quantités d'énergie, de matières, d'espace, etc) qui leurs sont associées. Par exemple un service de transport peut être mesuré en unités d'énergie (TONNE×KM ou MWH pour le bien n°6 de la maquette ⁽¹⁰⁾); un service d'entretien de bâtiment en superficie de bâtiments entretenus (bien n°39); un service de stockage climatisé en volume des locaux de stockages; etc. On note aussi que la méthode des lots ⁽⁴⁷⁾ est souvent nécessaire pour l'agrégation des services.

La production des services est, de façon standard, le fait d'activités spécifiques, via des coefficients techniques de fonctionnement et de maintenance ⁽⁴⁸⁾ convenables; les services peuvent aussi être importés.

⁽⁴³⁾ alinéas 6.1.b et 6.1.d.

⁽⁴⁴⁾ alinéa 3.1.b.

⁽⁴⁵⁾ alinéas 6.3.d et 6.3.f.

⁽⁴⁶⁾ la représentation des services retenue pour cette maquette est évidemment assez rudimentaire : elle vise essentiellement à illustrer le propos, compte tenu du caractère fictif de l'exercice [point(7) de l'alinéa 6.1.b ; voir aussi [31], fascicule (I), § 1.4].

⁽⁴⁷⁾ alinéa 6.3.b.

⁽⁴⁸⁾ alinéa 3.2.b.

La consommation des services peut être prise en compte selon deux traitements différents : le premier traitement consiste à associer directement la consommation du service $i_s \in I$ en cause aux niveaux des activités, cela, pour chaque activité $j \in J$ concernée, via un coefficient technique $(^{48})$ $A_{i_s, j} < 0$ $(^{49})$ dont la valeur absolue mesure la consommation modulaire du service i_s par l'activité j ; le second traitement consiste à associer la consommation du service $i_s \in I$ aux niveaux des échanges entre secteurs, cela, pour chaque triplet $(\sigma', \sigma'', \sigma)$ de secteurs et pour chaque bien $i' \in I$ transféré, via un coefficient technique $E_{i_s, i'; \sigma', \sigma''; \sigma} < 0$ $(^{49})$ dont la valeur absolue mesure la consommation du service i_s imputée au secteur σ pour le transfert de la quantité unité du bien i' entre le secteur σ' et le secteur σ'' $(^{26})$. Chacun de ces traitements se traduit par une circulation du service i_s en cause : les consommations inscrites réclament productions (par les activités spécifiques) ou importations pour que soient satisfaites les contraintes (3.4.2) (avec $i = i_s$) des divers secteurs intérieurs.

Formellement les deux traitements peuvent être conjugués, partiellement ou totalement, pour un même service; cependant, chacun d'eux donne lieu à des indications particulières selon le service en cause et selon la démarcation de l'étude. Dans ce sens, le premier traitement convient naturellement aux services, d'entretien ou d'organisation, internes aux activités, tandis que le second est mieux adapté aux services liés aux transferts entre secteurs, comme les transports, les communications ou la distribution. On note cependant que, pour les transferts locaux $(^{42})$ et intra-sectoriels, seul le premier traitement est possible; il en est ainsi en particulier dans le cas où le descriptif est non différencié $(^{31})$; par exemple, dans la maquette $(^{10})$, le bien "organisation" (n° 42) prend en compte la distribution et le bien "force motrice mobile" (n° 6) tous les transports $(^{42})$.

$(^{49})$ convention faite à l'alinéa 3.2.a.

A l'opposé, un descriptif convenablement différencié permet, en conjuguant éventuellement les deux traitements, une représentation détaillée de la distribution, représentation fournissant aussi une évaluation des marges commerciales dans le contexte d'une structure adaptée au descriptif en question ⁽⁵⁰⁾. On indique ci-après un schéma d'élaboration du descriptif dans ce sens. La première étape est la spécification, d'une part des biens qui représentent les services de distribution envisagés (services de manutention, de conditionnement, de mise à disposition, etc), d'autre part des activités produisant ces services; soient I_D et J_D les sous-ensembles correspondants des nomenclatures I et J . La seconde étape consiste à situer les activités de production de services par rapport aux secteurs; pour fixer les idées, on adopte à ce sujet l'option d'organisation économique selon laquelle les activités $j \in J_D$ ne peuvent avoir lieu que dans un "secteur distribution" $\sigma_D \in S_{in}$, cette option pouvant être spécifiée par les contraintes circonstantielles ⁽⁵¹⁾,

$$(6.3.1) \quad q_{j;\sigma} = 0 \quad (j \in J_D, \sigma \in S_{in} \setminus \{\sigma_D\}) \quad (52).$$

Cela étant, les contraintes d'équilibre physique (3.4.2) (relativement aux services $i \in I_D$) des divers secteurs intérieurs $\sigma \in S_{in} \setminus \{\sigma_D\}$ entraînent que ces secteurs doivent recevoir du secteur σ_D , sous forme des transferts $z_{i;\sigma_D,\sigma}$, les services de distribution $i \in I_D$ qu'ils consomment; la valeur courante ⁽⁵³⁾ de ces transferts,

$$(6.3.2) \quad M_D = \sum_{\sigma \in S_{in}} M_\sigma \quad \text{avec} \quad M_\sigma = \sum_{i \in I_D} p_{i;\sigma_D,\sigma} z_{i;\sigma_D,\sigma} \quad (\sigma \in S_{in}),$$

fournit alors une évolution du montant total des marges commerciales. Ce schéma est à compléter par des hypothèses précisant (en termes du jeu des données d'organisation des échanges ⁽⁵⁴⁾) quels sont les biens échangés qui transitent par le secteur distribution, les options les plus simples à ce

⁽⁵⁰⁾ alinéa 5.1.f.

⁽⁵¹⁾ alinéa 3.4.e.

⁽⁵²⁾ cette option est cohérente, par exemple, avec la nomenclature de secteurs intérieurs à 7 postes indiquée à l'alinéa 6.1.d.

⁽⁵³⁾ alinéa 4.1.a.

⁽⁵⁴⁾ alinéa 3.4.d.

sujet étant, soit d'exclure, soit d'imposer totalement ce transit ⁽⁵⁵⁾. En fonction de ces hypothèses, divers développements sont possibles concernant l'intégration des marges M_{σ} imputées aux secteurs $\sigma \in S_{in}$ dans un tableau d'échanges intersectoriels ⁽⁵⁶⁾ ou le calcul de prix de détails à partir des prix courants ⁽⁵⁵⁾.

Pour terminer cette discussion sur les services, on souligne que l'on peut aussi faire l'économie de certains biens "services" et des activités les produisant en affectant directement les consommations modulaires de ces dernières aux activités consommatrices des services en cause. Par exemple, dans la maquette ⁽¹⁰⁾, les consommations de service d'entretien du matériel mobile sont affectées aux activités de traction (n^{os} 34-37), tandis que les consommations inhérentes à la gestion des stocks sont affectées aux activités productrices. La représentation ainsi obtenue est nominativement plus simple, mais elle est plus rigide que celle où les services sont explicités.

f) Travail et consommations finales. Le point de départ de la représentation du travail et des consommations finales est l'introduction (au cours de la procédure de délimitation-agrégation ⁽⁵⁷⁾), dans la nomenclature I de biens, d'un ensemble I_0 de postes représentant les divers types de travail (travaux plus ou moins qualifiés, travaux saisonniers ou postés ⁽⁵⁸⁾, travaux à des rythmes divers, etc; la quantification étant toujours faite de façon standard en termes de durée) et d'un ensemble I_1 de postes représentant les objets, paniers ⁽⁵⁸⁾ ou services ⁽⁵⁹⁾ de consommation finale.

Cela étant, une première approche consiste à considérer ⁽⁶⁰⁾ l'offre totale de travail de chacun des types $i \in I_0$ et les consommations finales

⁽⁵⁵⁾ voir la fin de l'alinéa 6.3.f. ⁽⁵⁶⁾ alinéa 5.3.d.

⁽⁵⁷⁾ alinéas 6.1.c, 6.1.e, 6.2.e. ⁽⁵⁸⁾ alinéa 6.3.b.

⁽⁵⁹⁾ alinéa 6.3.e.

⁽⁶⁰⁾ comme dans le modèle de Von Neuman-Sraffa (alinéa 5.3.b) ou dans le modèle de Leontief (alinéa 5.3.d).

totales comme des données : il suffit pour cela d'introduire les contraintes circonstanciées,

$$(6.3.3) \quad \sum_{\sigma \in S_{in}} e_{i;\sigma} \geq \underline{e}_i \quad (i \in I_0 \cup I_1),$$

où \underline{e}_i , avec $\underline{e}_i \leq 0$ (resp. \underline{e}_i , avec $\underline{e}_i \geq 0$), est une donnée qui mesure l'offre totale de travail de type $i \in I_0$ (resp. la consommation finale du bien $i \in I_1$).

A la différence de cette approche trop rigide, celle qui est envisagée ci-après permet (eu égard à la liberté exploratoire requise ⁽⁶¹⁾), d'une part de considérer comme variables (éventuellement endogènes) l'effectif et la composition de la population ainsi que la structure de l'offre de travail ou de la consommation finale, d'autre part de prendre en compte un (ou des) secteur(s) de consommation finale.

Dans ce sens, on introduit dans la nomenclature J d'activités un ensemble J_0 d'activités d'entretien final de la population qui vont produire le travail en contre partie de certaines consommations finales. Chacune de ces activités $j_0 \in J_0$ est un agrégat de processus techniques régissant les consommations finales de la population et le module correspondant ⁽⁶²⁾ représente un type de groupe humain (parmi ceux pris en compte par la démarcation préliminaire ⁽⁶³⁾) : hameau, village, quartier urbain ou péri-urbain, etc. Ce module est spécifié : en compréhension par l'effectif et les caractéristiques (en particulier la pyramide des âges) de sa population ainsi que par les équipements domestiques en cause; en extension, de façon standard ⁽⁶⁴⁾, par ses coefficients techniques, le niveau de l'activité j_0 étant proportionnel à l'effectif de la population correspondante (avec l'effectif du module comme coefficient de proportionnalité). Ces coefficients techniques définissent le niveau et le genre de vie domestique du groupe humain en cause : A_{i,j_0} , avec $A_{i,j_0} > 0$ (resp. $-A_{i,j_0}$, avec $A_{i,j_0} < 0$ ⁽⁶⁵⁾),

⁽⁶¹⁾ §1.3

⁽⁶²⁾ alinéa 3.1.b.

⁽⁶³⁾ alinéa 6.1.a.

⁽⁶⁴⁾ alinéas 3.2.b et 3.2.d.

⁽⁶⁵⁾ convention faite à l'alinéa 3.2.a.

mesure la production du bien (éventuellement du déchet) $i \in I$ ou l'offre de travail de type $i \in I_0$ (resp. la consommation finale du bien $i \in I_1$) par le module, tandis que les coefficients de maintenance et de transformation reflètent la nature des équipements correspondants.

Le choix des activités d'entretien final de la population peut donner lieu à différentes options. Une première option consiste à interpréter une telle activité dans le sens du strict entretien, c'est-à-dire comme correspondant aux consommations strictes (d'aliments, d'habitat, de vêtements, de services de base ⁽⁶⁶⁾) nécessaire au maintien en état (en particulier de la force de travail représentée par l'offre indiquée) et à la reproduction, pour le groupe humain en cause. Cette option peut évidemment couvrir de nombreuses variantes correspondant à des conceptions diverses des "besoins de strict entretien", lesquels peuvent être exprimés, via les coefficients techniques en cause, par la nature des types de travail offerts ou des produits consommés aussi bien que par leurs quantités. Cependant, au delà de ces variantes, cette option est marquée par le fait que les consommations finales strictes sont distinguées de celles (plus contingentes ?) qui découlent de la vie culturelle, des loisirs... ou de "la part maudite" ⁽⁶⁷⁾. Ces dernières, qui seront dites contingentes pour fixer les idées, sont alors traitées séparément; leur couplage avec le fonctionnement global et avec l'organisation économique peut donner lieu à des traitements formels divers dont deux exemples sont examinés ci-après.

Une seconde option, plus rigide, consiste à interpréter les activités d'entretien final de la population dans un sens plus large, c'est-à-dire en leur faisant assumer des consommations finales contingentes qui seraient traitées à part dans la première option. Dans la maquette ⁽⁶⁸⁾, l'activité "entretien final de la population" (n°49) correspond plutôt à la première option, avec un niveau de vie confortable, mais les consommations contingentes ne sont pas prises en compte.

⁽⁶⁶⁾ alinéa 6.3.e

⁽⁶⁷⁾ voir [6]

⁽⁶⁸⁾ alinéas 6.1.b et 6.1.d ; voir aussi [31], fascicule (I), alinéa 1.3.c.

Dans l'une ou l'autre options, les niveaux des activités d'entretien final de la population sont, de façon standard, des variables qui, laissées endogènes, peuvent être déterminées lors des études exploratoires ⁽⁶⁹⁾ dans des conditions diverses, en particulier sous des hypothèses d'organisation variées concernant leur ventilation entre secteurs et avec des critères variés. Par exemple, l'utilisation du critère "population maximum" ⁽⁷⁰⁾ est souvent très instructive dans les analyses multicritère ⁽⁷¹⁾.

En ce qui concerne, dans la première option, les consommations finales contingentes, voici d'abord un exemple de traitement en termes purement physiques dans le contexte minimal de la structure physique \underline{p} ⁽⁷²⁾ associée à un descriptif non différencié ⁽⁷³⁾. Supposant que I_0 (resp. J_0) est réduit à un seul élément i_0 (resp. j_0), on introduit une activité j_1 (avec $j_1 \neq j_0$) dont le module correspond (par exemple) à un certain complexe culturel et sportif (considéré comme un parc ⁽⁷⁴⁾ de processus divers) et dont le niveau q_{j_1} (qui est une variable endogène) est soumis à la contrainte circonstancielle supplémentaire ⁽⁷⁵⁾,

$$(6.3.4) \quad q_{j_1} = k e_{i_0},$$

où k est une constante > 0 donnée. Cette contrainte stipule que le niveau de l'activité contingente j_1 est proportionnel au temps libre total $e_{i_0} = -e_{i_0; \sigma_{in}}$ [relation (3.3.8) avec $i = i_0$ et $\sigma = \sigma_{in}$ ⁽⁷⁶⁾]. Au delà du caractère caricatural de cet exemple, on voit la possibilité d'une multiplicité de combinaisons par l'introduction de plusieurs activités contingentes et de couplages variés en place de (6.3.4). Une analyse de ce type conjuguée avec celle des services ⁽⁵⁹⁾ devrait permettre une approche assez détaillée du secteur tertiaire en termes physiques.

Voici ensuite un exemple de traitement des consommations finales contin-

⁽⁶⁹⁾ alinéas 5.1.f, 5.2.b, ... ⁽⁷⁰⁾ relation (5.2.5a) avec $\varepsilon = -1$.

⁽⁷¹⁾ alinéa 2.2.d. ⁽⁷²⁾ alinéas 5.1.d et 5.2.b

⁽⁷³⁾ alinéa 5.1.e. ⁽⁷⁴⁾ alinéa 6.3.b

⁽⁷⁵⁾ alinéas 2.4.d, 3.4.e, 5.1.f, 5.2.e. ⁽⁷⁶⁾ alinéa 3.3.c.

gentes faisant intervenir l'organisation économique et une fonction de demande dans le contexte d'une structure adaptée à un descriptif (différentié) élaboré comme précédemment ⁽⁵⁹⁾ pour représenter la distribution ⁽⁷⁷⁾. On suppose que la nomenclature S_{in} de secteurs intérieurs contient, en plus du secteur distribution σ_D ⁽⁵⁹⁾, un secteur "entretien de la population", σ_0 , dans lequel sont concentrées les activités $j \in J_0$ conformément à la contrainte circonstancielle ⁽⁷⁸⁾,

$$(6.3.5) \quad q_{j,\sigma} = 0 \quad (j \in J_0, \sigma \in S_{in} \setminus \{\sigma_0\}),$$

qui s'ajoute à (6.3.1). Cela étant, les consommations finales contingentes peuvent être introduites via les contraintes,

$$(6.3.6) \quad e_{i;\sigma_0} \geq \zeta_i(p^0, Z^0) \quad (i \in I_1).$$

Dans ces contraintes, d'une part les fonctions de demande ζ_i ($i \in I_1$) sont données; d'autre part $p^0 = (p_i^0)_{i \in I}$ est le vecteur des prix de détail définis par

$$(6.3.7) \quad p_i^0 = p_{i;\sigma_D,\sigma_0} - \sum_{i' \in I} p_{i';\sigma_D,\sigma_0} E_{i',i;\sigma_D,\sigma_0;\sigma_0} \quad (i \in I);$$

enfin Z^0 , solde partiel des comptes du secteur σ_0 sur lequel est basé le choix des consommations finales (par exemple revenu disponible après achats de strict entretien et transferts, éventuellement après crédit), vérifie,

$$(6.3.8) \quad Z^0 = \zeta^0(\underline{x}_{\sigma_0}; p_{\sigma_0}^{ex}, p_{\sigma_0}, \tau, p^{\#}, 0_{\sigma_0}^b, 0_{\sigma_0}^{\#}),$$

où ζ^0 est la fonction explicite du mode de fonctionnement courant du secteur σ_0 ⁽⁷⁹⁾ qui spécifie de quel solde il s'agit.

On souligne que la définition (6.3.7) des prix de détail suppose que les biens achetés par le secteur σ_0 transitent tous par le secteur σ_D , i.e.

$$(6.3.9) \quad \beta_{i;\sigma,\sigma_0}^{(+)} = 0 \quad (i \in I, \sigma \in S \setminus \{\sigma_D\}),$$

⁽⁷⁷⁾ cet exemple est aussi à rapprocher de l'alinéa 5.3.c qu'il complète.

⁽⁷⁸⁾ alinéa 3.4.e ⁽⁷⁹⁾ alinéas 5.1.e et 5.3.c

faute de quoi le second membre de (6.3.7) serait incomplet. On souligne aussi que l'homogénéité des fonctions de demande ζ_i ($i \in I$) et la condition usuelle d'équilibre ⁽⁸⁰⁾,

$$(6.3.10) \quad \sum_{i \in I_1} p_i^0 \zeta_i(p^0, Z^0) = Z^0 \quad (p^0 \in \mathbb{R}_+^I, Z^0 \in \mathbb{R}_+)$$

peuvent ne pas être satisfaites ici, ce biais exprimant, aussi, un comportement.

⁽⁸⁰⁾ condition qui entraîne la loi de Walras dans la théorie micro-économique (voir par exemple [100] chapitre 5, §6) : l'équilibre des comptes du secteur σ_0 est ici assuré par ailleurs [contrainte (4.2.5)] .

CHAPITRE 7 - PROSPECTIVE LIBRE ET PLANIFICATION

Les instruments de prospective libre qui font l'objet de ce travail sont censés permettre l'étude exploratoire de transformations profondes, donc à long terme, de l'appareil productif ou du système économique d'une collectivité territoriale (¹). Admettant qu'un tel instrument est opérationnel pour une collectivité territoriale déterminée, la question se pose de son insertion dans un processus de planification susceptible de promouvoir de telles transformations. C'est cette question que l'on examine dans ce chapitre.

Sans aborder les problèmes que pose la réalisation du processus de planification dans sa complexité pratique, au niveau des organes de mise en œuvre, on montre d'abord (§ 7.1) le rôle déterminant que joueraient des instruments de prospective libre dans une planification intermédiaire entre la planification indicative et la planification dirigiste. On examine ensuite (§ 7.2), dans le cadre formel du modèle proposé, certains schémas d'études exploratoires selon lesquels pourraient être utilisés ces instruments pour qu'ils remplissent ce rôle. (²).

(¹) § 1.2 et 1.3.

(²) D'autres utilisations des modèles du type proposé, sans lien avec la planification ni même avec la prospective, sont possibles. Ainsi des études exploratoires (relatives à des structures pivotales convenables, essentiellement physique ; § 2.2, 2.3, 5.2) peuvent être axées sur l'analyse technico-économique globale de sociétés historiques : par exemple dans le prolongement de [113] pour les sociétés primitives, ou de [10],[93],[59] pour les sociétés traditionnelles. Des utilisations pédagogiques sont aussi envisageables, en particulier pour illustrer le fonctionnement physique de l'économie.

§ 7.1. ATTENDUS SUR LA PLANIFICATION

a) Planification indicative et planification dirigiste. Le type de planification auquel on s'intéresse ⁽¹⁾ va être intermédiaire entre les deux exemples historiques, extrêmes quant au caractère contraignant, que sont la planification indicative et la planification dirigiste. On commence par situer ces extrêmes.

Le premier exemple, à l'opposé du dirigisme, est celui de la planification qui a été pratiquée en France depuis la seconde guerre mondiale, après la période de reconstruction : planification indicative basée sur des projections économiques à moyen terme ayant un caractère de prévisions plus que d'objectifs ⁽²⁾. Cette planification a sans doute contribué à la croissance rapide de l'économie française dans un environnement mondial sans limitations essentielles, en particulier en favorisant la concertation entre l'état et les divers acteurs de la vie économique ⁽³⁾ ; mais ses méthodes sont tout à fait inadaptées, par leur caractère prévisionnel, à la mise en œuvre de transformations profondes : elles peuvent coordonner un mouvement existant mais pas promouvoir un projet explicité ⁽⁴⁾, les modèles économétriques utilisés comme instrument de prospective ne permettant pas l'anticipation, l'étude intrinsèque de la cohérence d'un projet ⁽⁵⁾.

Le second exemple est celui de la planification dirigiste qui est pratiquée, soit au niveau sectoriel dans les grandes firmes ou dans les formations militaires, soit au niveau des collectivités territoriales nationales dans les pays communistes ou certains pays en voie de développement. Cette planification est caractérisée par l'explicitation d'objectifs très rigides et essentiellement axés sur la croissance quantitative ⁽⁶⁾. Très efficace au niveau sectoriel (où les objectifs, quoique quantitativement complexes, sont peu différenciés), elle s'est révélée d'une grande inefficacité au niveau

⁽¹⁾ voir l'alinéa 7.1.b.

⁽²⁾ voir [18] (pages 569 et 607), [120], [4] et [111].

⁽³⁾ voir [18] (pages 577-579 et 599).

⁽⁴⁾ voir [111] et [25] (chapitre VI). ⁽⁵⁾ §1.1 et 1.3.

⁽⁶⁾ voir par exemple [34] (pages 48-58), [46], [80].

des collectivités territoriales de la majorité des pays communistes, ce qui fait qu'elle est devenue en Occident synonyme de centralisation absurde et de bureaucratie paralysante ⁽⁷⁾. Par ailleurs, à la rigueur envisageables pour promouvoir un développement linéaire et spécialisé, les méthodes de la planification dirigiste sont inadaptées aux problèmes que pose le redéploiement ou la stabilisation d'une économie développée.

b) Planification alternative. Face aux défis du monde contemporain, une planification alternative aux deux exemples historiques précédents ⁽⁸⁾ est envisagée depuis avant la crise du pétrole comme un outil essentiel de rééquilibrage des collectivités territoriales ⁽⁹⁾ ; la mise en œuvre d'un tel outil apparaît de plus comme importante pour l'expérience actuelle de réorganisation autocentrée de l'économie française ⁽¹⁰⁾.

S'inspirant en particulier des idées développées à ce sujet par Claude GRUSON ⁽¹¹⁾, on s'intéresse ici à une planification volontariste pour le long terme, mais concertée et souple à court terme. Cette planification est intermédiaire entre la planification dirigiste et la planification indicative en ce sens qu'elle emprunte : à la première le caractère volontariste qui consiste à axer le processus sur un objectif final plutôt que tendanciel, sur un projet global d'avenir préalablement explicité ; à la seconde la valeur donnée à la concertation (entre l'organe du plan et les

⁽⁷⁾ voir [20] et [34] ; voir aussi [21] (chapitre 3, pages 108-121) d'où ressort le contraste, en Russie, entre l'efficacité de la planification rigide dans le complexe militaro-industriel et son inefficacité totale dans le domaine civil. L'assertion d'inefficacité de la planification dirigiste au niveau national est par ailleurs à nuancer en fonction des pays et des méthodes (voir par exemple [88], pages 121-135, pour le cas de la Hongrie). On n'a besoin ici que d'un schéma des exemples extrêmes pour situer entre eux la planification à laquelle on s'intéresse.

⁽⁸⁾ alinéa 7.1.a.

⁽⁹⁾ voir par exemple [77],[63] (livre II), [64],[38] (chapitre 7), ainsi que [81],[98],[70],[22],[56] sur un mode formel.

⁽¹⁰⁾ on regrette de ne pas trouver dans [24] plus de précisions à ce sujet, au moins en ce qui concerne la recherche de méthodes nouvelles de planification ; voir cependant pages 22-24 et 56-61 ; voir aussi [25] (chapitre VI) et [26] (chapitre 5).

⁽¹¹⁾ voir [63] (livre II) et [64] (en particulier pages 27-91) ; voir aussi [102] (chapitre 1, § II, pages 33-43).

acteurs périphériques) laquelle inclut le refus d'un dirigisme centralisé. De plus, les deux traits précédents (caractère volontariste et concertation-décentralisation) sont complétés par deux autres, eux-mêmes complémentaires, qui précisent la nature de l'objectif: le processus est à horizon long (i.e. plusieurs décennies) en ce sens que le projet, l'objectif final, est à long terme dans la perspective de transformations profondes ; mais le processus est souple à court terme, ce sens que, quoique explicité, l'objectif final est intentionnel (dans la perspective à long terme) plutôt qu'impératif (en particulier pour ce qui est du terme) et, plutôt que rigidement fixé une fois pour toutes, donne lieu à des réexamens périodiques, via la concertation aux divers niveaux de décentralisation, en fonction de l'évolution des circonstances, des possibilités et des besoins (de l'éthique...). Le projet à long terme apparaît ainsi comme un guide permettant d'orienter les décisions à court terme et n'est pas à confondre avec ce que sera le système au terme du processus de planification ⁽¹²⁾.

c) Rôle de la prospective. Un processus de planification s'appuie sur deux types d'outils : d'une part des instruments de prospective permettant l'étude des divers choix possibles ; d'autre part des organes de mise en œuvre assurant la traduction technique, institutionnelle et sociale des choix effectués, lesquels relèvent du politique.

Dans la mise en œuvre d'un processus de planification du type envisagé ⁽¹³⁾, des instruments de prospective libre sont indispensables ; ils vont donner lieu à deux types d'utilisations complémentaires. D'une part, en ce qui concerne l'étude du projet à long terme, la concertation ne peut avoir lieu que si l'ensemble des acteurs concernés peut disposer d'images quantitatives de l'avenir, images contrastées en fonction des hypothèses faites : les exercices de synthèses ahistoriques caractéristiques de la prospective libre ⁽¹⁴⁾ vont permettre, ici essentiellement par des études statiques à long terme ⁽¹⁵⁾, de confronter les diverses hypothèses socio-

⁽¹²⁾ voir les alinéas 7.1.c et 7.2.c.

⁽¹³⁾ alinéa 7.1.b.

⁽¹⁴⁾ § 1.2.

⁽¹⁵⁾ alinéas 2.3.d, 7.2.b, 7.2.c.

politiques envisagées aux contraintes géographiques, techniques et économiques. D'autre part, en ce qui concerne la souplesse de réalisation à court terme, il s'agit, dans le contexte de la concertation voulue, d'adapter la transition, et éventuellement le projet final, à l'évolution de la conjoncture, intérieure ou extérieure : les études évolutives de transition ⁽¹⁶⁾ vont fournir, lors des réexamens périodiques ⁽¹³⁾, des indications macro-économiques sur les orientations du plan et décisions à court terme ainsi que sur les modifications à apporter au projet à long terme.

On souligne que les indications à court terme ainsi obtenues au niveau d'agrégation où sont les modèles de prospective ⁽¹⁷⁾ ne sont pas à confondre avec les évaluations de détail du plan : les secondes, qui sont du ressort de la mise en œuvre et non de celui de la prospective, doivent être déterminées par les organes décentralisés adéquats à partir des premières dans le cadre de la concertation voulue ⁽¹⁸⁾.

On note à ce sujet que les textes théoriques concernant la planification dirigiste font peu de cas de la distinction entre la prospective inhérente au processus de planification et les évaluations de détail qu'il réclame : la première (appelée préplanification) est seulement considérée comme une version simplifiée de la seconde, version comportant des nomenclatures plus agrégées mais un même critère correspondant à la maximisation d'une seule fonction d'utilité ⁽¹⁹⁾. Cette assimilation entre prospective et planification est un facteur de rigidité de la planification dirigiste, en particulier par l'étroitesse prospective et le caractère aveugle de la démarche d'optimisation normative basée sur un critère unique ⁽²⁰⁾. A l'opposé, comme on l'a souligné ci-dessus, les études de prospective libre inter-

⁽¹⁶⁾ alinéas 2.3.c, 7.2.b, 7.2.c. ⁽¹⁷⁾ alinéa 6.2.g.

⁽¹⁸⁾ dans ce sens, il faudrait élaborer les procédures décentralisées de planification (voir [81],[98],[22],[56]) pour qu'elles intègrent les indications prospectives en cause.

⁽¹⁹⁾ voir par exemple [80] (chapitre 3) ou [70].

⁽²⁰⁾ cette assimilation est aussi faite dans les travaux théoriques (comme [81],[98],[70],[22],[56]) relatifs aux procédures décentralisées de planification ; elle a été par contre évitée dans la conception de la planification indicative (voir [120], pages 47-60, et [9], page 117)... mais c'est pour tomber dans l'assimilation de prospective à prévision (§ 1.1 ; alinéas 2.1.c et 7.1.a).

viennent dans un processus de planification du type envisagé (¹³) selon des schémas exploratoires qui, par leur diversité et leur caractère contrasté (en particulier grâce aux analyses multicritère), se distinguent qualitativement (et pas seulement quantitativement) des évaluations de détail du plan qui est finalement retenu ; ces études seraient d'ailleurs tout à fait irréalisables, du point de vue informatique, au niveau des évaluations de détails (¹⁷).

§ 7.2. SCHÉMAS D'ÉTUDES PROSPECTIVES

a) Préliminaires : échelle temporelle et structure pivotale en cause.

Les considérations précédentes, concernant le rôle des instruments de prospective libre dans un processus de planification du type proposé ⁽¹⁾, sont précisées dans les trois alinéas suivants par l'explicitation de certains schémas d'études prospectives. On situe d'abord ci-après le cadre formel dans lequel vont s'inscrire ces schémas.

Eu égard au caractère glissant et à horizon variable des études prospectives inhérents au processus de planification envisagé ⁽¹⁾ la partie temporelle de ce processus prise en compte par les études va varier au cours de son déroulement et il importe de distinguer le temps réel et le temps discret du modèle : chaque étude se situe à un moment du déroulement et en couvre une partie qui sont représentés par une échelle temporelle $T = \{t_0, \dots, t_1\}$ ⁽²⁾ choisie de telle sorte que l'étude prend place au début de la période (élémentaire) t_0 , tandis que le terme envisagé correspond à la fin de la période t_1 . On note que, d'une part t_0 (la période "actuelle" de l'étude) ne coïncide pas avec la période initiale du processus de planification si l'étude est faite au cours du déroulement, d'autre part t_1 n'est qu'une période finale conventionnelle (dans le cadre de l'étude) qui ne préjuge en rien de ce que sera le terme réel du processus de planification.

Considérant donc les études situées au moment du processus de planification représenté par l'échelle T , le point de départ de chacune de ces études est la détermination d'un descriptif \mathcal{D} et d'une structure pivotale $P = (B, K, Y, X; \Phi, \xi, \eta)$, adaptée à ce descriptif ⁽³⁾.

Cette structure pivotale doit être spécifiée selon le protocole de construction précédemment étudié : démarcation, délimitation, agrégation, élaboration à partir de la structure cadre ⁽⁴⁾ : Elle doit permettre de représenter, pour l'ensemble humain considéré ⁽⁵⁾, la totalité des aspects du phénomène technico-économique que l'on veut prendre en compte, dans l'étude

⁽¹⁾ alinéas 7.1.b et 7.1.c.

⁽²⁾ alinéas 2.3.a et 3.2.a.

⁽³⁾ alinéas 5.1.b et 5.1.f.

⁽⁴⁾ alinéas 5.1.f et 6.1.c.

⁽⁵⁾ ensemble de type local ou de type national (alinéa 6.1.a).

en question, pendant la partie du processus représentée par l'échelle T. En particulier, doivent figurer dans la démarcation préliminaire ⁽⁶⁾ des indications sur les conditions générales dans lesquelles est supposé devoir se dérouler le processus de planification et sur les transformations auxquelles il doit donner lieu, cela tant en ce qui concerne les déterminants intérieurs (géographiques, techniques, organisationnels, comportementaux) que l'environnement extérieur.

Eventuellement, plusieurs structures différentes sont à définir, correspondant à des études diversement focalisées, par exemple structures spécialisées pour l'étude d'aspects techniques particuliers ⁽⁷⁾, structures prenant en compte plus ou moins de comportements ⁽⁸⁾, etc. On considère ici l'une de ces structures P.

Sans revenir sur les méthodes de construction étudiées dans les chapitres précédents, on donne seulement quelques indications complémentaires relatives au traitement du progrès technique, à la représentation des comportements et au choix des modes de contrôle.

Le progrès technique pendant la période considérée peut être pris en compte ⁽⁹⁾ par l'introduction, d'une part de biens et d'activités représentant respectivement les produits et les processus techniques à venir (préalablement définis par une prospective technologique adéquate), d'autre part ⁽¹⁰⁾ d'activités de recherche-développement et de contraintes à seuil du type (3.4.26) ⁽⁹⁾ subordonnant la disponibilité des techniques nouvelles à l'accumulation du savoir-faire correspondant ⁽¹¹⁾. On note que l'évolution réelle des connaissances peut réclamer des révisions de cette représentation, donc de la structure P retenue, au cours des phases successives du processus de planification.

Les comportements, privés ou publics, peuvent être pris en compte de façons diverses par l'introduction de contraintes supplémentaires lors de

⁽⁶⁾ alinéa 6.1.a.

⁽⁷⁾ alinéa 6.1.e.

⁽⁸⁾ alinéas 2.4.a, 2.4.c, 4.3.b, 5.1.f, 5.2.a,...

⁽⁹⁾ alinéa 3.4.e.

⁽¹⁰⁾ au moins dans le cas d'un ensemble de type national (alinéa 6.1.a).

⁽¹¹⁾ voir aussi ce qui concerne la spécification des jeux de données à l'alinéa 7.2.d.

l'élaboration pure de la structure cadre $P[D]$ conduisant à la structure adaptée P retenue ⁽¹²⁾. Ces contraintes peuvent représenter des comportements très divers : comportements concurrentiels ⁽¹³⁾ ; tensions sociales, comportements de consommation finale, stratégies de gestion, via l'endogénéisation ⁽¹⁴⁾ de variables intensives ou décisionnelles ⁽¹⁵⁾ ; traditions, pratiques contractuelles ou réglementations, relatives aux niveaux des activités ou des échanges ⁽¹⁶⁾, aux prix ou équilibres comptables ⁽¹⁷⁾, aux opérations monétaires ou financières ⁽¹⁸⁾; etc.

Ne cherchant pas à expliciter davantage cette élaboration, on note seulement qu'elle conditionne l'ensemble U des modes de contrôle qui peuvent être considérés comme significatifs ⁽¹⁹⁾. Cela étant, on suppose que deux de ces modes de contrôle, U et \tilde{U} , U étant un facteur de \tilde{U} , ont été spécifiés et on désigne par U_* le facteur complémentaire de U dans \tilde{U} . Les éléments de U , appelés commandes nécessaires, correspondent aux variables nécessairement exogènes, c'est-à-dire aux variables qui réclament (de façon analogue aux circonstances, aux éléments de B ⁽²⁰⁾) d'être spécifiées pour toute mise en œuvre : il en est ainsi, d'une part des variables indicatives (par

⁽¹²⁾ alinéas 2.4.c et 5.1.f.

⁽¹³⁾ alinéa 5.3.c.

⁽¹⁴⁾ alinéa 2.4.d.

⁽¹⁵⁾ taux de salaires, niveaux de consommation finale (alinéa 6.3.f), investissements, etc.

⁽¹⁶⁾ alinéas 3.4.d et 3.4.e : bien que pouvant être incluses dans la structure cadre, certaines contraintes d'organisation des échanges ou contraintes circonstanciellelles représentent des comportements et peuvent donc aussi être introduites comme contraintes supplémentaires.

⁽¹⁷⁾ Des pratiques contractuelles ou des réglementations (relatives aux prix, aux taxes, aux opérations de répartition, etc) peuvent être représentées en introduisant, dans l'élaboration de la structure en cause, les contraintes normatives au moyen desquelles sont faites les évaluations correspondantes dans le cadre des structures pivotales adaptées physiquement découplables ou découplées (alinéas 5.2.c-5.2.e) ; les relations (5.2.10)-(5.2.16) constituent des exemples de telles contraintes normatives, exemples ici surtout illustratifs des possibilités du formalisme introduit.

⁽¹⁸⁾ alinéas 4.3.a - 4.3.c : certaines contraintes d'organisation financière peuvent aussi représenter des comportements.

⁽¹⁹⁾ mode de contrôle du modèle (alinéa 2.3.c), à ne pas confondre avec le système de contrôle de la planification en cause (voir [88] pages 123-127).

⁽²⁰⁾ alinéas 2.3.c et 5.1.c.

exemple celles qui permettent de faire varier le type de certaines contraintes (¹⁴), d'autre part des variables jugées non contingentes (par exemple l'effectif de la population ou le niveau de certains équipements). Par contre, les éléments de U_* , appelés commandes libres, correspondent à des variables libres, essentiellement des variables décisionnelles a priori indéterminées et sur lesquelles les études en cause doivent fournir des indications.

On souligne que les arbitrages concernant la spécification de la structure P et des modes de contrôle significatifs U et \tilde{U} doivent s'insérer dans la concertation ayant lieu lors du réexamen périodique du processus de planification où se situent les études envisagées : concertation concernant la construction du modèle (par exemple relativement aux progrès techniques acceptés ou aux stratégies de gestion prises en compte) avant celle concernant son utilisation dont on va préciser certains schémas (²¹).

b) Etudes à long terme et études de cheminement. On suppose ici que les préliminaires précédemment envisagés (²²) ont conduit à la détermination d'une échelle temporelle T , d'une structure pivotale P et des deux modes de contrôle U et \tilde{U} de P . On suppose aussi que l'état actuel (k_0, y_0) , avec $k_0 \in K$ et $y_0 \in Y$ (²³), du système (i.e. l'état au début de la période initiale t_0) est connu dans le cadre de la structure P retenue (²⁴).

Parmi les études envisagées, on distingue les études (du projet) à long terme et les études de cheminement. Conformément aux schémas généraux (²⁵), chacune de ces études se rapporte à une réalisation : on commence ci-après par définir les réalisations en question.

Les études à long terme se rapportent aux réalisations statiques

(²¹) alinéas 7.2.b, 7.2.c, 7.2.d.

(²²) alinéa 7.2.a.

(²³) alinéa 2.3.c.

(²⁴) voir, à l'alinéa 7.2.d, ce qui concerne les jeux de données.

(²⁵) alinéa 2.2.c.

$R_1[P,U,\omega]$, notées ici $R_1^{[\omega]}$, où ω est un indicateur d'évolution relatif à P ⁽²⁶⁾, indicateur introduit pour conditionner le comportement évolutif du système à long terme ⁽²⁷⁾. Un jeu de données ⁽²⁸⁾ est alors un couple (b,u) , où b (resp. u) est un élément de B (resp. de U) qui représente un lot de circonstances (resp. une spécification de la commande nécessaire ⁽²⁹⁾) au terme en cause. L'extension correspondante $R_1^{[\omega]}(b,u)$ ⁽²⁵⁾ est un sous-ensemble de $W_{\#} = B \times K \times Y \times X$, contenu dans $V_{\#}^{[\omega]}$ ⁽²⁶⁾ et ayant en général de multiples éléments ⁽³⁰⁾; chacun d'eux $w_1 = (b,k,y,x)$ représente un régime à long terme possible (sous les hypothèses correspondant aux données b,u,ω). Le résultat des études (relatives à la réalisation $R_1^{[\omega]}$) est un sous-ensemble fini \tilde{F} de $V_{\#}^{[\omega]}$: l'ensemble des régimes à long terme retenus après évaluations et concertations. On souligne que, même si les régimes w_1 retenus sont obtenus après des analyses multicritère, certains d'entre eux (et en général les plus élaborés) peuvent ne correspondre à aucun critère (ici fonction numérique c_1 sur $W_{\#}$ ⁽³¹⁾) préalablement explicité: ces régimes résultent des tâtonnements de la concertation et pas seulement de la maximisation d'une fonction d'utilité ⁽³²⁾.

Les études de cheminement se rapportent à des réalisations évolutives qui sont des élaborations simples ⁽³³⁾ de la réalisation évolutive $R_T[P,U]$ ⁽²³⁾. Chacune de ces réalisations est de la forme,

$$(7.2.1) \quad R_T^F = (W_T, D_T[U]; V_T^F) \quad ,$$

où V_T^F est le sous-ensemble de V_T ⁽²³⁾ formé des cheminements (éléments de V_T) $w = (w^t)_{t \in T}$ vérifiant,

$$(7.2.2) \quad w^{t_1} \in F \quad ,$$

⁽²⁶⁾ alinéa 2.3.d.

⁽²⁷⁾ voir l'alinéa 7.2.d en ce qui concerne le choix des indicateurs.

⁽²⁸⁾ alinéas 2.2.b et 2.2.c. ⁽²⁹⁾ alinéas 2.3.c et 7.2.a.

⁽³⁰⁾ voir, à l'alinéa 7.2.d, ce qui concerne le caractère sous déterminé de P dans le mode de contrôle U .

⁽³¹⁾ alinéa 2.2.d.

⁽³²⁾ alinéa 7.1.c.

⁽³³⁾ alinéa 2.4.b.

F étant un sous-ensemble convenable de $W_{\#}$ qui sera précisé ultérieurement de plusieurs manières ⁽³⁴⁾. Un jeu de données ⁽²⁸⁾ est alors un multiplet $(k_0, y_0, \bar{b}, \bar{u})$, où $\bar{b} = (b^t)_{t \in T}$ (resp. $\bar{u} = (u^t)_{t \in T}$) est un élément de B^T (resp. U^T) ⁽³⁵⁾ qui représente une évolution envisagée des circonstances (resp. de la commande nécessaire ⁽²⁹⁾) pendant la période couverte par l'échelle T . L'extension correspondante $R_T^F(k_0, y_0, \bar{b}, \bar{u})$ ⁽²⁵⁾ est un sous-ensemble de $W_T = (B \times K \times Y \times X)^T$, sous-ensemble dont chaque élément représente un cheminement possible (sous les hypothèses correspondant aux données \bar{b} , \bar{u} et F) à partir de l'état actuel (k_0, y_0) ; un tel cheminement $w = (w^t)_{t \in T}$ peut être interprété comme une transition entre l'état actuel et le régime à long terme w^{t_1} auquel il aboutit ⁽³⁴⁾; le résultat des études de cheminement (relatives à la réalisation R_T^F) est un sous-ensemble fini \tilde{W} de V_T^F : l'ensemble des cheminements retenus après évaluations et concertations. A chacun de ces cheminements $w = (b^t, k^t, y^t, x^t)_{t \in T}$ correspond une spécification de la commande libre ⁽²⁹⁾ à court terme: l'élément u_*^w de U_* obtenu par projection de x^{t_0} sur U_* , i.e. par la relation,

$$(7.2.3) \quad u_*^w = \Pi_{U_*} \chi(x^{t_0}) ;$$

cet élément représente l'indication de politique à court terme déduite du cheminement w ⁽³⁶⁾.

c) Couplage ou découplage de la transition. On envisage ci-après deux types d'études de cheminement qui se distinguent formellement par le choix de l'ensemble F définissant la réalisation R_T^F en cause ⁽³⁷⁾: les études intégrales et les études de transition. Ces deux types d'études correspondent à deux approches de la transition vers le régime à long terme: l'approche avec couplage et l'approche avec découplage.

Dans les études intégrales, lesquelles sont associées à l'approche avec

⁽³⁴⁾ voir l'alinéa 7.2.c.

⁽³⁵⁾ note ⁽¹³⁾ du § 2.3.

⁽³⁶⁾ alinéas 7.1.c et 7.2.d.

⁽³⁷⁾ alinéa 7.2.b.

couplage de la transition, on prend l'ensemble F de la forme,

$$(7.2.4) \quad F = V_{\#}[\omega] \quad ,$$

où ω est un indicateur d'évolution ⁽²⁶⁾ devant conditionner le régime à long terme comme dans les études à long terme ⁽³⁷⁾. Dans ces conditions, les études prospectives relatives à la réalisation R_T^F , notée alors $R_T^{[\omega]}$, concernent conjointement le régime à long terme [conditionné, via (7.2.2) et (7.2.4), par l'indicateur d'évolution ω] et la transition entre l'état actuel et ce régime ; ce couplage entraîne que l'approche en question du projet à long terme, en lui-même, est très lourde, tant du point de vue du calcul que de celui de la spécification des données qui doivent couvrir aussi la transition. En ce qui concerne l'analyse multicritère ⁽³¹⁾, un critère c_T (fonction numérique sur W_T) peut être global, concerner tout le cheminement, ou peut ne concerner que le régime à long terme, c'est-à-dire être de la forme particulière,

$$(7.2.5) \quad c_T(w) = c_1(w^{t_1}) \quad \text{pour} \quad w = (w^t)_{t \in T} \quad ,$$

où c_1 (fonction numérique sur $W_{\#}$) est un critère relatif à la réalisation statique $R_1^{[\omega]}$, susceptible d'intervenir aussi dans les études à long terme ⁽³⁷⁾.

L'approche avec découplage de la transition pallie la lourdeur de l'approche avec couplage en distinguant deux étapes. La première étape consiste en études à long terme conditionnellement à un indicateur d'évolution ω , cela sans aucun couplage avec la transition ⁽³⁸⁾ ; soit \tilde{F} le résultat de ces études, c'est-à-dire l'ensemble des régimes retenus. La seconde étape consiste en études de cheminement se rapportant aux réalisations R_T^F où F est de la forme,

$$(7.2.6) \quad F = \{\tilde{w}_1\} \quad \text{avec} \quad \tilde{w}_1 \in \tilde{F} \quad ,$$

Les études correspondant à chaque choix (7.2.6) de F apparaissant comme des

⁽³⁸⁾ alinéa 7.2.b. On note que le caractère statique de ces études permet de les envisager relativement à des descriptifs de dimensions supérieures à celles qui sont possibles pour des études de cheminement; voir les alinéas 6.2.f et 6.2.g.

études de transition entre l'état actuel et le régime à long terme \tilde{w}_1 .

On note que, dans ces études, le jeu de données d'évolution (\bar{b}, \bar{u}) , avec $\bar{b} = (b^t)_{t \in T}$ et $\bar{u} = (u^t)_{t \in T}$, doit être compatible, en ce sens que

$$(7.2.7) \quad b^{t_1} = b \quad \text{et} \quad u^{t_1} = u \quad ,$$

avec le jeu de données à long terme (b, u) conditionnant le régime \tilde{w}_1 [i.e. pour lequel $\tilde{w}_1 \in R_1^{[\omega]}(b, u)$]. On note aussi que, dans l'analyse multicritère (31) concernant les études de transition, les critères ne portent en fait que sur la transition stricte $(w^t)_{t \in T_0}$, avec $T_0 = T \setminus \{t_1\}$ (39), puisque w^{t_1} est ici fixé et égal à \tilde{w}_1 conformément à (7.2.2) et (7.2.6). Parmi ces critères figure celui qui correspond à la minimisation de la durée de transition :

$$(7.2.8) \quad c_T(w) = \text{Min} \{t - t_0 \mid t \in T \quad \text{et} \quad w^t = \tilde{w}_1\} \quad \text{pour} \quad w = (w^t)_{t \in T} \quad .$$

Bien que formellement découplées, les deux étapes doivent donner lieu à un va-et-vient entre elles, en particulier puisque ce sont les études de transition qui fournissent les indications de politique à court terme conformément à (7.2.3). Cependant, l'examen de régimes à long terme pour lesquels il n'existe pas de transition (dans les conditions envisagées) est aussi intéressant : cet examen peut amener, au cours de la concertation, par exemple à réviser les conditions postulées pour la transition (24) ou à allonger la durée du processus de planification. Les études à long terme apparaissent ainsi comme ayant un intérêt intemporel, indépendant du terme où elles sont situées dans le processus de planification : elles sont la quintessence de la prospective libre (40).

d) Indications complémentaires. On complète la présentation formelle précédente par des indications concernant la détermination des jeux de données, le choix de l'indicateur d'évolution à long terme et le caractère plus ou moins déterminant des modes de contrôle U et \tilde{U} .

(39) alinéa 2.3.a.

(40) § 1.2 et 1.3.

La spécification des jeux de données $(k_0, y_0, \bar{b}, \bar{u})$ relatifs aux études de cheminement ⁽³⁷⁾ pose des problèmes considérables : la connaissance de l'état actuel suppose une transparence de l'économie et une rapidité de transmission de l'information sans doute difficile à réaliser ⁽⁴¹⁾, tandis que la détermination des jeux de données évolutives (\bar{b}, \bar{u}) réclame, outre cette transparence, des instruments de prospective spécialisés (prospective technologique, socio-culturelle, politique, concernant l'environnement international, etc ⁽⁴²⁾). De plus, la détermination des jeux (\bar{b}, \bar{u}) ne peut être faite de façon indépendante de la mise en œuvre du modèle et, parmi les études envisagées, les études de sensibilité ⁽²⁵⁾ par rapport à (\bar{b}, \bar{u}) sont essentielles. Enfin, dans l'approche avec découplage de la transition, le va-et-vient entre les deux étapes ⁽⁴³⁾ est nécessaire ⁽⁴⁴⁾ pour accorder, par retouches successives, ce jeu de données, l'indicateur d'évolution et l'ensemble F des régimes à long terme retenus ; ce va-et-vient fait partie de la concertation voulue ⁽¹⁾.

Le choix de l'indicateur d'évolution à long terme ω peut donner lieu à des options très diverses en liaison avec celui des jeux de données à long terme (b, u) . Parmi ces options, on souligne celle consistant à prendre pour ω l'indicateur identité ω_0 ⁽²⁶⁾. Cette option revient à s'intéresser aux régimes à long terme stationnaires ⁽²⁶⁾, les études de transition correspondantes apparaissent comme des études de stabilisation de l'ensemble économique en question. Un tel objectif s'oppose à l'objectif de croissance quantitative qui domine aussi bien la planification indicative que la planification dirigiste ⁽⁴⁵⁾ : contrairement aux études à long terme accompagnant ces planifications, celles envisagées ici ne sont pas limitées à la recherche de régimes de croissance équilibré ⁽⁴⁶⁾. A propos de ces études de stabilisation, on rappelle le caractère glissant de la planification en-

⁽⁴¹⁾ voir à ce sujet [64], pages 40, 41, 67, 68.

⁽⁴²⁾ voir par exemple [38], [77], [76], [39].

⁽⁴³⁾ alinéa 7.2.c.

⁽⁴⁴⁾ mises à part les études à long terme totalement découplées (alinéa 7.2.c).

⁽⁴⁵⁾ alinéa 7.1.a.

⁽⁴⁶⁾ voir par exemple [42] (§ 1.2) et [80] (chapitre 3).

visagée et le caractère intentionnel qu'y a l'objectif à long terme ⁽¹⁾ : utiliser, dans la prospective accompagnant le processus de planification, un régime stationnaire comme objectif glissant exprime une volonté de stabilisation mais ne stipule pas que le régime réel sera stationnaire au terme du processus...

Dans la logique de la prospective libre envisagée ⁽⁴⁷⁾, la structure pivotale P doit être largement sous-déterminée dans le mode de contrôle U ⁽²³⁾. Chacune des réalisations $R_1[P,U,\omega]$ auxquelles se rapportent les études à long terme ⁽³⁷⁾ est alors aussi sous-déterminée, ce qui correspond à la liberté exploratoire cherchée à long terme ⁽⁴⁷⁾. Par contre, le mode de contrôle \tilde{U} peut être catégorique (ou proche de l'être) pour la structure P , ce qui correspond à la prise en compte, à court terme, des comportements "actuels". Lorsque \tilde{U} est ainsi catégorique pour P , chaque spécification u_*^W de la commande libre, déduite d'une étude de cheminement par la relation (7.2.3), peut donner lieu à des études de sensibilité du régime à court terme $R_{\#}(b_{t_0}^0, k_{t_0}^0, y_{t_0}^0, u_{t_0}^0, u_*)$ lorsque u_* varie au voisinage de u_*^W , où $R_{\#}$ désigne la réalisation instantanée $R_{\#}[P, \tilde{U}]$ qui est ici catégorique ⁽²³⁾. Des études de simulation à moyen terme peuvent alors aussi être menées relativement aux réalisations $R_T[P, \tilde{U}]$ où $T' = \{t_0, \dots, t_1\}$, avec $t_1 < t_1$, représente le début de la période couverte par l'échelle T . Enfin le cours de la transition peut aussi donner lieu à des études statiques à moyen terme : ces études, relatives aux réalisations $R_1[P, \tilde{U}, \tilde{\omega}]$, sont analogues aux projections à moyen terme basées sur les modèles macroéconomiques statiques ⁽⁴⁸⁾ mais ici avec un indicateur d'évolution $\tilde{\omega}$ adapté au régime à long terme envisagé.

e) Perspectives. On souligne pour terminer que les schémas proposés ci-dessus ⁽⁴⁹⁾, pour généraux qu'ils soient dans leur présentation formelle,

⁽⁴⁷⁾ § 1.2, 1.3, 5.2, ...

⁽⁴⁸⁾ par exemple le modèle FIFI ([2],[3],[112]).

⁽⁴⁹⁾ alinéas 7.2.b, 7.2.c, 7.2.d.

ne sont pas seulement illustratifs ou symboliques mais sont descriptifs de procédures susceptibles s'être mises en œuvre numériquement (⁵⁰), même si le travail qui est à faire pour en arriver là est considérable : travail théorique pour élaborer les structures du point de vue économique, les approfondir du point de vue mathématique et développer les logiciels nécessaires ; travail technique pour rassembler l'information numérique et l'organiser de façon à constituer les bases de données, adaptées au formalisme, d'où sont tirés les jeux de données ; travail politique pour déterminer les conditions de la liaison entre l'équipe du modèle et ses utilisateurs dans la perspective de la concertation voulue.

Toutefois, l'ampleur du travail à faire n'est pas la même selon que le modèle visé concerne une collectivité de type local ou une collectivité de type national (⁶).

En ce qui concerne les collectivités de type local, une équipe restreinte devrait pouvoir réaliser un pré-modèle type, rassemblant les éléments communs à toutes les collectivités locales françaises mais susceptible d'intégrer aussi les spécificités régionales. Ce pré-modèle pourrait comporter : des schémas de démarcation, des nomenclatures et une base de données communes (⁵¹), un lot de contraintes variées concernant l'organisation économique locale et les comportements, enfin un logiciel permettant une sélection des jeux de données et un traitement numérique commodes. Des non-spécialistes pourraient alors, compléter ou adapter les éléments communs du pré-modèle en fonction d'une démarcation de type local déterminée, puis procéder aux études prospectives avec le logiciel opérationnel.

En ce qui concerne les collectivités de type national, le travail à faire est d'une tout autre ampleur. On remarque seulement à ce sujet que les trois types de travail cités ci-dessus, bien que devant être précisément coordonnés, pourraient être situés institutionnellement de façon diversifiée, en fonction de leurs spécificités, plutôt que regroupés de façon monolithique : le travail théorique dans un cadre de recherche avec une large ouverture multidisciplinaire ; le travail technique dans un cadre administratif avec une utilisation

(⁵⁰) § 1.4 et introduction du chapitre 2.

(⁵¹) la plupart des activités de type local ne diffèrent, d'une région à l'autre, que par des nuances facilement modulables.

de circuits d'information existants convenablement réorientés vers le recueil des données nouvelles requises par le modèle ; le travail politique ramifié auprès des partis, syndicats, associations, organes d'information ...

BIBLIOGRAPHIE

- [1] G. ABRAHAM-FROIS, E. BERREBI - *Théorie de la valeur, des prix et de l'accumulation* - Economica, 1976.
- [2] M. AGLIETTA, R. COURBIS - *Un outil pour le plan : le modèle FIFI* ; Economie et statistique, 1, 1969, pp. 45-65.
- [3] M. AGLIETTA, R. COURBIS, C. SEIBEL - *Le modèle FIFI* ; Tome I, présentation générale - Coll. INSEE, C 22, 1973.
- [4] ATREIZE - *La planification Française en pratique* ; ouvrage collectif animé par P. DUBOIS - Economie et humanisme, Les Editions Ouvrières, 1971.
- [5] P. BARRET & Al. - *Théories et méthodes de la prospective* ; Futuribles, numéro hors série, 1977.
- [6] G. BATAILLE - *La part maudite* - Editions de Minuit, 1967.
- [7] C. BENETTI, J. CARTELIER - *Marchands, salariat et capitalistes* - François Maspero, 1980.
- [8] C. BERGE - *Espaces topologiques ; fonctions multivoques* - Dunod, 2° édition, 1966.
- [9] G. BERGER & Al. - *Etapas de la prospective* - PUF, 1967.
- [10] E. BERNUS - *Touaregs Nigériens* - Ed. ORSTOM, 1981.
- [11] O. BJERKHOLT - *A precise description of the equation system of the economic model Modis III* ; Economics of Planning, 8, 1968, pp. 26-56.
- [12] S. BONNY - *Les répercussions d'un renchérissement de l'énergie sur divers systèmes de production : étude de simulation* - INRA, Grignon, 1980.
- [13] N. BOURBAKI - *Théorie des ensembles, chapitre 4, structures* - Act. Sc. et Ind., 1258, Hermann, 1957.
- [14] N. BOURBAKI - *Théorie des ensembles, fascicule de résultats* - Act. Sc. et Ind., 1141, Hermann, 4° édition, 1964.
- [15] R. BOYER - *La croissance Française de l'après guerre et les modèles macroéconomiques* ; Revue économique, 27, 1976.
- [16] G. BRUCKMANN (Ed.) - *Input-Output approaches in global modeling ; proceedings of the fifth IIASA symposium on global modeling* - Pergamon press, 1980.
- [17] B. BRUNHES - *Présentation de la comptabilité nationale* - Coll. INSEE, C 51, 6° édition, 1976.
- 18_a [18] J.J. CARRE, P. DUBOIS, E. MALINVAUD - *La croissance Française, un essai d'analyse économique causale de l'après guerre* - Editions du seuil, 1972.
- [19] A.P. CARTER, A. BRODY - *Applications of input-output analysis* - Tomes 1 et 2, North Holland, 1972.
- [20] C. CASTORIADIS - *La société bureaucratique* - Tomes 1 et 2, Editions 10/13, 1973.

- [21] C. CASTORIADIS - *Devant la guerre* - Fayard, 1981.
- [22] P. CHAMPSAUR, G. LAROQUE - *Le plan face aux comportements stratégiques d'unités décentralisées*; Annales de l'INSEE, 42, 1981.
- [23] B. CHATEAU, B. LAPILLONNE - *La prévision à long terme de la demande d'énergie ; propositions méthodologiques* - Editions du CNRS, 1977.
- [24] COMMISSARIAT AU PLAN - *Plan intérimaire ; stratégie pour deux ans, 1982, 1983* - La Documentation Française, 1981.
- [25] COMMISSION DU BILAN - *La France en mai 1981 ; forces et faiblesses* - La Documentation Française, 1982.
- [26] COMMISSION DU BILAN - *La France en mai 1981 ; les grands équilibres économiques* - La Documentation Française, 1982.
- [27] P. CORDONNIER, R. CHARLES, P. MARSAL - *L'économie de l'entreprise agricole* - Editions Cujas, 1977.
- [28] R. COURBIS - *Compétitivité et croissance en économie concurrencée* - Tomes 1 et 2, Dunod, 1975.
- [29] R. COURBIS - *Les modèles de prix* - Dunod, 1977.
- [30] P. COURREGE, J. DEFLANDRE, P. MATARASSO, F. VALETTE - *Présentation discutée d'une recherche d'économie physique* - Manuscrit déposé au centre de documentation du CNRS sous le N° AO 596, 1980.
- [31] P. COURREGE, J. DEFLANDRE, P. MATARASSO - *Une maquette de macroéconomie physique : (I) présentation d'un jeu de données techniques ; (II) quelques résultats numériques ; présentation générale ; (III) quelques résultats numériques ; listes d'ordinateur* - Fascicules déposés au centre de documentation du CNRS, 1982.
- [32] P. COURREGE, J. DEFLANDRE, P. MATARASSO - *Essai théorique sur le problème de l'agrégation* - En préparation.
- [33] A. COUTIERE - *Un modèle du système monétaire français ; Statistiques et études financières, 1975/17.*
- [34] M.A. CROSNIER & AT. - *Panorama de l'URSS ; institutions, économie* - Le courrier des pays de l'est, 226-227, La Documentation Française, 1980.
- [35] G.B. DANTZIG - *Linear programming and extensions* - Princeton Univ. Press, 1963.
- [36] G.B. DANTZIG - *On the reduction of an integrated energy and interindustry model to a smaller linear program*; The review of economy and statistics, 58, 1976, pp. 248-250.
- [37] G. DEBREU - *Théorie de la valeur* - Dunod, 1966.
- [38] A.C. DECOUFLE (Ed.) - *Traité élémentaire de prévision et de prospective* - PUF, 1978.
- [39] B. DE JOUVENEL - *L'art de la conjecture* - Futuribles, SEDEIS, 1972.
- [40] M. DELEAU, P. MALGRANGE - *Les modèles macroéconomiques empiriques ; analyse et optimisation* - Rapport final de la convention CORDES-CEPREMAP, 37/1974.
- [41] M. DELEAU, P. MALGRANGE, B.A. OUDET - *L'application du contrôle aux modèles macroéconomiques Français : expériences et perspectives d'avenir* - Comptes-rendus du colloque sur l'analyse des systèmes, IRIA, 1976, pp. 453-467.

- [42] M. DELEAU, P. MALGRANGE, P.A. MUET - *Une maquette représentative des modèles macroéconomiques* ; Annales de l'INSEE, 42, 1981, pp. 53-91.
- [43] J. DENIZET - *Monnaie et financement* - Dunod, 1969.
- [44] R. DORFMAN, P.A. SAMUELSON, R. SOLOW - *Programmation linéaire et gestion économique* - Dunod, 1962.
- [45] ELECTRICITE DE FRANCE - *Recueil simplifié des méthodes* - Service des études économiques générales, 1977.
- [46] M. ELLMAN - *Soviet planning today* - Cambridge university press, 1972.
- [47] P. EWENCZYK, B. NIVOLET, A. ORLEANS - *La gauche au pouvoir : réformisme ou transformisme* - Revue Babylone, 0, 1982.
- [48] D. FINON - *Un modèle énergétique pour la France* - Editions du CNRS, 1977.
- [49] W.D. FISHER - *Clustering and aggregation in economics* - The John Hopkins press, 1969.
- [50] M. FLORENZANO - *L'équilibre économique général transitif et intransitif ; problèmes d'existence* - Editions du CNRS, 1981.
- [51] D. FOUQUET, J.M. CHARPIN, H. GUILLAUME, P.A. MUET, D. VALLET - *DMS, modèle de prévision à moyen terme* ; Economie et statistique , 79, 1976, pp. 33-48.
- [52] D. FOUQUET, J.M. CHARPIN, H. GUILLAUME, P.A. MUET, D. VALLET - *DMS, modèle dynamique multisectoriel* - Coll. INSEE, C 64-65, 1978.
- [53] J. FRADIN - *Les fondements logiques de la théorie néoclassique de l'échange* - François Maspéro, 1976.
- [54] M. FRIEDMAN, D. MEISELMAN - *The relative stability of monetary velocity and investment multipliers in the United States, 1897-1958* ; dans "Commission on money and credit"- Prentice Hall, 1963.
- [55] M. FRIEDMAN - *A theoretical framework for monetary analysis* ; Journal of political economy, 1970.
- [56] G. FUCHS - *Maximization of production through a mixed plan and market mechanism* - Laboratoire d'économétrie de l'Ecole Polytechnique, 2310381, 1981.
- [57] D. GABAY, M. GUILLAUME - *Computers in economic policy-making : challenging advances in computers systems and economic models* ; pp. 797-802 de "Information processing 80", S.H. LAVINGTON (Ed.) - North Holland, 1980.
- [58] M. GARLET, E. L'HERMITTE, D. LEVY - *Methods and models used by EDF in the choice of its investments for its power generation system* ; Communication in "XXXIII international meeting on the institute of management sciences", Athènes, 25- 27juil. 1977.
- [59] J. GIMPEL - *La révolution industrielle au moyen âge* - Editions du Seuil, 1975.
- [60] J. GIROD - *La demande d'énergie ; méthodes et techniques de modélisation* - Editions du CNRS, 1977.
- [61] M. GODET - *Crise de la prévision, essor de la prospective ; exemples et méthodes* - PUF, 1977.

- [62] GROUPE DE BELLEVUE - *Alter 2 : un modèle de prospective libre* - texte multigraphié, 1981.
- [63] C. GRUSON - *Origine et espoirs de la planification Française* - Dunod, 1968.
- [64] C. GRUSON - *Champ actuel d'une éthique politique* - Publication multigraphiée du centre de Villemétrie (8, villa du Parc Montsouris, 75014, Paris), 1978.
- [65] B. GUIBERT, J. LAGANIER, M. VOLLE - *Essai sur les nomenclatures industrielles* ; *Economie et statistiques*, 20, 1971, pp. 23-36.
- [66] B. GUIBERT - *Prix de production et relations interindustrielles* - Note INSEE, 314/930, 1977.
- [67] H. GUILLAUME, P.A. MUET - *Simulations et multiplicateurs dynamiques du modèle DMS* ; *Revue économique*, 30, 1979, pp. 207-243.
- [68] M. GUILLAUME - *Modèles économiques* - Coll. Themis, PUF, 1971.
- [69] M. HATANAKA - *Note on consolidation within a Leontief system* ; *Econometrica*, 20, 1952, pp. 301-303.
- [70] G.M. HEAL - *The theory of economic planning* - North Holland, 1973.
- [71] Ph. HERZOG, P. VAJDA - *Esquisse d'un modèle de projection macroéconomique intégrant des variables financières* ; *Annales de l'INSEE*, 1, 1969.
- [72] A.O. HERRERA - *Un monde pour tous ; le modèle mondial latino-américain ; modèle de la fondation Bariloche* - PUF, 1977.
- [73] Y. IJIRI - *Fundamental queries in aggregation theory* ; *Journal of the American statistical association*, 66, 1971, pp. 766-782.
- [74] INSEE - *Méthodes de la comptabilité nationale* - *Etudes et conjonctures*, 3, 1966.
- [75] W. ISARD - *Méthodes d'analyse régionale* - Tomes 1 et 2, Dunod, 1972.
- [76] E. JANTSCH - *La prévision technologique* - OCDE, 1967.
- [77] E. JANTSCH (Ed.) - *Prospective et politique* ; Actes de la réunion de travail de l'OCDE sur la prévision et la planification à long terme, Bellagio, 27 oct.-2 nov. 1968 - OCDE, 1969.
- [78] P.A. JULIEN & Al. - *La méthode des scénarios* - *Travaux et recherches prospectives*, 59, La Documentation Française, 1975.
- [79] L.V. KANTORIVITCH - *Calcul économique et utilisation des ressources* - Dunod, 1963.
- [80] T.S. KHACHATUROV (Ed.) - *Methods of long term planning and forecasting* - Mac Millan, 1976.
- [81] J. KORNAI & Th. LIPTAK - *Two level planning* ; *Econometrica*, 33, 1965, pp. 141-169.
- [82] H.P. KUNZI, W. KRELLE - *La programmation non linéaire* - Gauthier-Villars, 1969.
- [83] D. LACAZE - *Croissance et dualité en économie marxiste* - *Economica*, 1976.

- [84] D. LACAZE - *Théorie des prix et décentralisation des décisions par dualité* - Editions du CNRS, 1976.
- [85] B. LAPONCHE, P. VALETTE - *Le modèle énergétique des communautés européennes ; exemple d'application des modèles MEDEE et EFOM avec des données françaises* - Service de documentation du CEA, R 5031, 1980.
- [86] G. LAPOUGE - *Utopie et civilisations* - Flammarion, 1978.
- [87] L.S. LASDON, A.D. WARREN - *Survey of nonlinear programming applications; Operations Research*, 28, 1980, pp. 1029-1073.
- [88] M. LAVIGNE (Ed.) - *Economie politique de la planification en système socialiste* - Economica, 1978.
- [89] W. LEONTIEF - *La structure de l'économie américaine* - Editions Génin, 1958.
- [90] W. LEONTIEF - *Input-output economics* - Oxford univ. press., 1966.
- [91] W. LEONTIEF - *Essais d'économiques* - Calman-Levy, 1974.
- [92] W. LEONTIEF, A.P. CARTER, P. PETRI - *1999, l'expertise de Wassily Leontief* - Dunod, 1977.
- [93] E. LE ROY LADURIE - *Les paysans du Languedoc* - Tomes 1 et 2, Mouton, 1966.
- [94] J. LESOURNE - *Technique économique et gestion industrielle* - Dunod, 2^o édition, 1971.
- [95] G. MAAREK - *Introduction au Capital de Karl Marx* - Calman-Levy, 1975.
- [96] P. MALGRANGE - *Méthodes mathématiques de la modélisation macroéconomique* - Synthèse du SESORI, IRIA, 1979.
- [97] E. MALINVAUD - *Aggregation problem in input-output models* ; dans "The structural interdependence of the economy", T. BARAN (Ed.)-Wiley, 1956.
- [98] E. MALINVAUD - *Decentralized procedures of planning* ; dans "Activity analysis in the theory of growth and planning", E. MALINVAUD & M.O.L. BACHARACH (Ed.)-Mac Millan, 1967, pp. 170-208.
- [99] E. MALINVAUD - *Théorie macroéconomique (1ère partie)* -Cours ENSAE, 1973-1974.
- [100] E. MALINVAUD - *Leçons de microéconomie* - 4^o édition, Dunod, 1977.
- [101] E. MALINVAUD - *Méthodes statistiques de l'économétrie* - Dunod, 3^o édition, 1978.
- [102] P. MASSE - *Le Plan ou l'anti-hasard* - NRF, Gallimard, 1965.
- [103] M. MESAROVIC , E. PESTEL - *Stratégies pour demain ; 2^o rapport au Club de Rome* - Editions du Seuil, 1974.
- [104] MINISTERE DE L'ECONOMIE ET DES FINANCES - *Nomenclatures d'activités et de produits 1973* - Ed. des Journaux Officiels, 1976.
- [105] M. MORISHIMA - *Equilibrium, stability and growth* - Oxford univ. press., 1964.

- [106] M. MORISHIMA - *Marx's economics* - Cambridge univ. press., 1973.
- [107] P. NASSE & Al. - *Metric, modèle économétrique trimestriel de la conjoncture*; Annales de l'INSEE, 26-27, 1977.
- [108] J. VON NEUMAN - *A model of general equilibrium*; Review of economic studies, XIII (I), 1945-46, pp. 1-9.
- [109] P. OUTREQUIN - *Elaboration d'une méthode de comparaison des quantités d'énergie fixées par les principales chaînes énergétiques* - CNRS (ATP n° 2857), CEREN, INSTN, 1978.
- [110] R. PALLU DE LA BARRIERE - *Cours d'automatique théorique* - Dunod, 1966.
- [111] F. PERROUX - *Le IV^o plan Français (1962-65)*; dans "Les problèmes de la planification", colloque de janvier 1962 - Ed. de l'Institut de Sociologie de l'Université libre de Bruxelles, 1962, pp. 135-167.
- [112] Ph. ROSSIGNOL, P. ROUX-VAILLAND - *MINIFITOF : maquette du modèle français de planification. Etude de l'intégration des variables financières*; Annales de l'INSEE, 12/13, 1973.
- [113] M. SAHLINS - *Age de pierre, âge d'abondance* - NRF, Gallimard, 1976.
- [114] B. SCHEFOLD - *Von Neuman and Sraffa : mathematical equivalence and formal difference*; The economic journal, 90, 1980, pp. 140-156.
- [115] M. SIMONNARD - *Programmation linéaire* - Tomes 1 et 2, Dunod, 2^o édition, 1972 et 1973.
- [116] P. SRAFFA - *Production des marchandises par des marchandises* - Dunod, 1977.
- [117] L. STOLERU - *L'équilibre et la croissance économique* - Dunod, 4^o édition, 1978.
- [118] R. THOM - *Modélisation et scientificité* - Comptes-rendus du colloque sur les modèles en biologie, Paris, oct. 1978.
- [119] J.C. TIREL - *Comment valoriser les résultats de l'analyse énergétique en agriculture* - INRA, 1978.
- [120] Y. ULLMO - *Les méthodes de la planification économique en France*; dans "La planification en France et au Japon" - Coll. INSEE, C 61, 1978.

INDEX DES NOTATIONS

- $A_{i,j}$, A 3.2.b
 α_+ , α_- , α_j 3.2.c
 B, b 2.3.b
 \underline{B} 5.1.c
 \underline{B} , \underline{B}_* 5.1.e
 $\beta_{i;\sigma',\sigma''}^{(\pm)}$, $\beta_{i;\sigma',\sigma''}^{(\pm)}$, β 3.4.d
 c 2.2.d
 $C_{j;\sigma}^*$, $c_{\theta;\sigma}$, ... 5.2.b
 D 2.2.b
 $D_{\#}$ 2.3.b
 $D_{\#}[U]$, $D_{\top}[U]$ 2.3.c
 $D_1[U]$ 2.3.d
 $d_{i;\sigma}$ 3.4.b
 $D_{\ell;\sigma}$, $D_{\ell;\sigma}^{\pm}$ 4.2.a
 \mathcal{D} , $\underline{\mathcal{D}}$ 5.1.b
 $\delta_{j;\sigma}^{(\pm)}$ 3.4.e
 $E_{i,i';\sigma',\sigma'';\sigma}$, E 3.2.e
 $E'_{i,i';\sigma,\sigma''}$, E' 3.2.e
 $e_{i;\sigma}$ 3.3.c
 $\bar{e}_{i;\sigma}$, $\underline{e}_{i;\sigma}$ 3.4.e
 \underline{E} , \underline{E}_0 5.1.c
 Φ 2.3.b
 $\underline{\Phi}$, $\underline{\Phi}$ 5.1.d
 $\underline{\Phi}_*$ 5.1.e
 ϕ_W , ϕ_D 2.4.b
 ϕ_K , ϕ_X , ϕ_U 2.4.c, 6.2.c
 ϕ_B , ϕ_Y 2.4.c
 $\phi_{\underline{K}/G}$, $\phi_{\underline{X}/G}$ 6.2.b
 $\phi_{\underline{K}/\underline{G}}$, $\phi_{\underline{X}/\underline{G}}$ 6.2.b
 \underline{G} , \underline{g} 5.1.c
 \underline{G} , \underline{G}_* 5.1.e
 G , \underline{G} 6.2.b
 Γ_I , Γ_J , Γ_S , Γ_L , Γ , $\underline{\Gamma}$ 6.2.a
 $\gamma_{\sigma}^{(\pm)}$ 5.2.e
 $H(\underline{b}$, \underline{b}_* , \underline{k}_*) 5.3.c
 $h_{i;\sigma}$, $h_{i;\sigma}^{\#}$ 4.1.c
 I 3.1.a
 I_R 3.1.c
 $I_{\#j}$, i_j 3.2.c
 J 3.1.a
 $J_{\#}$, J_+ , J_- 3.2.c
 j_+ , j_- 3.2.c
 J_{\emptyset} , j_{\emptyset} 3.2.d
 K , k 2.3.b
 $K_{n;i,\theta}$, K 3.2.d
 \underline{K} , \underline{K} , \underline{k} , \underline{k} 5.1.c
 \underline{K}_* 5.1.e
 χ_j , χ 3.2.b
 ξ 2.3.b
 $\underline{\xi}$, $\underline{\xi}$ 5.1.d
 L , $L^{\#}$, L^b 4.1.d
 $\lambda'_{n;\theta}$, $\lambda''_{n;\theta}$, Λ' , Λ'' 3.2.d

| | |
|---|---|
| $M_{i,j}$, M 3.2.b | $R_{\#}[P,U]$, $R_T[P,U]$ 2.3.c |
| μ_j , μ 3.2.b | $R_1^{[\omega]}$, R_T^F 7.2.b |
| n_T 2.3.a | $R_{\ell;\sigma}$, $R_{\ell;\sigma}^{\pm}$ 4.2.a |
| n_{θ} 3.2.d | ρ_{ℓ} 4.3.b |
| n_I , n_J , n_S , n_L 5.1.b | S 3.1.a |
| θ^b , $\theta^{\#}$ 4.2.a | S_{in} , S_{ex} 3.1.d |
| Ω_D , Ω_R , Ω_{DR}^{\pm} , Ω 4.3.a | $\Sigma[P,U]$ 2.3.c |
| ω 2.3.d | T , T_0 , t , t_0 , t_1 2.3.a |
| P 2.3.b | τ 4.1.a |
| \underline{P} , \underline{P} , $\underline{P}[\mathcal{D}]$, $\underline{P}[\mathcal{D}]$ 5.1.d | Θ , θ 3.2.d |
| $P_{i;\sigma',\sigma''}^{ex}$, P^{ex} 3.4.f, 4.1.a | $\Theta_j^!$, $\Theta_j^{\#}$ 3.3.c |
| $P_{i;\sigma',\sigma''}$ 4.1.a, 4.2.a | U , u 2.3.c |
| $P_{\ell}^{\#}$ 4.1.e, 4.2.a | u_{*}^W 7.2.b |
| $\Pi_{X',X}$, $\Pi_{X'}$ 2.2.a | $u_{\theta;\sigma}$, u 3.3.a |
| Π_K , Π_X 5.1.c, 5.1.f | V 2.2.b |
| $\pi_{\tilde{i}}^I$, $\pi_{\tilde{j}}^J$, $\pi_{\tilde{i};\tilde{\sigma}',\tilde{\sigma}''}^S$, $\pi_{\tilde{\ell}}^L$ 6.2.b | $V_{\#}$ 2.3.b |
| π^I , π^J , π^S , π^L 6.2.b | V_T 2.3.c |
| π_{θ}^{Θ} 6.2.b | $V_{\#}[\omega]$ 2.3.d |
| $q_{j;\sigma}$, q , $q^{\#}$ 3.3.a | V_T^F 7.2.b |
| $q_{j;\sigma}^*$, q^* , 3.3.a | W 2.2.b |
| $q_{n;\theta;\sigma}^*$, q_{θ}^* 3.3.a | w 2.2.b, 2.3.c |
| $q_{j;\sigma}^{**}$ 3.3.c | $W_{\#}$ 2.3.b |
| $\hat{q}_{j;\sigma}$, $\hat{q}_{j;\sigma}^*$ 3.4.c | W_T 2.3.c |
| R 2.2.b | $W_{\ell;\sigma}^{\pm}$ 4.2.a |
| $R(d)$, $\underline{R}(d)$, \underline{R} 2.2.c | $\hat{W}_{\ell;\sigma}^{\pm}$ 4.2.c |
| $R_{\#}[P]$ 2.3.b | W_{ℓ} , ΔW_{ℓ} 4.2.d |
| $R_T[P]$ 2.3.c | X , x 2.3.b |

\underline{X} , \underline{X} 5.1.c

\underline{X}_* 5.1.e

Y , y 2.3.b

η 2.3.b

$Z_{i;\sigma',\sigma''}$ 3.3.a

$Z_{\sigma',\sigma''}$, Z_{σ} , Z_{in} 4.1.b

Z^{ex} 3.4.f , 4.1.b

$Z_{\sigma}^{\#}$ 4.1.c

$Z_{\sigma}^{L^0}$ 4.3.c

$Z_*(\underline{X}_* ; p_{\sigma}^{ex} , p_{\sigma} , \tau)$ 5.3.c

z , z_{σ} 5.3.c

ζ_j , ζ^0 6.3.f

INDEX TERMINOLOGIQUE

Les termes figurant dans cet index sont essentiellement ceux qui font l'objet d'une définition formelle dans le texte : les § et alinéas indiqués renvoient aux définitions.

Acceptable
 - (structure pivotale) 2.4.a
 - (système de contraintes) 2.4.a
 Actif 4.2.a
 Activité 3.1.a
 Agrégation 6.1.c, 6.2
 - primaire, secondaire 6.2.e
 - (problème de l') 6.2.c,d
 Analyse multicritère 2.2.d
 Bien 3.1.a
 Catégorique
 - (mode de contrôle) 2.3.c
 - (réalisation) 2.2.c
 Cheminement 2.3.c
 Commande 2.3.c
 - nécessaire, libre 7.2.a
 Comparables
 - (modes de contrôle) 2.4.c
 - (réalisations) 2.4.b
 - (structures pivotales) 2.4.c, 6.2.c
 Complet
 (système de nomenclatures techniques) 6.1.e
 Comportements 5.1.f, 7.2.a
 Composantes 2.2.a
 Compréhension (définition en) 3.1.b
 Condensation 2.4.b,c
 - (fonctions) de 2.4.b,c
 - pure 2.4.b,c
 - stricte 6.2.c
 Conditions exogènes (jeu de) 2.2.b
 Consolidation d'un descriptif 5.1.e
 Consommation finale 6.3.f
 Contrainte
 - à seuil 3.2.b, 3.4.b, 3.4.e.
 - avec délai 2.4.d
 - circonstancielle 3.4.e
 - d'équilibre physique des secteurs intérieurs 3.4.b
 - d'organisation des échanges 3.4.d
 - extérieure minimale 3.4.f
 - fondamentale d'une réalisation 2.2.b
 d'une structure pivotale 2.3.b

Contrainte
 - formelle d'organisation financière 4.3.a
 - instantanée 2.4.d
 - numérique d'organisation financière 4.3.b
 - supplémentaire 2.4.d, 5.1.f
 Contrôle (mode de) 2.3.c
 Couplage, découplage (de la transition) 7.2.c
 Cours
 - de la devise 4.1.a, 4.2.a
 - relatifs aux opérations 4.1.e, 4.2.a
 Critère 2.2.d
 - linéaire 5.2.b
 Déchets 6.3.c
 Délimitation 6.1.c,e
 - (mode de) 2.2.b
 Démarcation 6.1.a
 Désagrégation (opérateur de) 6.2.d
 Descripteur
 - d'une réalisation 2.2.b
 - d'une structure pivotale 2.3.b
 Descriptif 5.1.b
 - physique 5.1.b
 Destockage (activité de) 3.2.c
 Déterminants exogènes 2.3.b
 Différentié (descriptif) 5.1.e
 Dimensions (d'un descriptif) 5.1.b
 Distribution (services de) 6.3.e
 Données 2.3.b,c
 - circonstancielle 5.1.c
 - modulaires 5.1.c
 - (jeu de) 2.2.b, 7.2.b
 Dotations 3.4.b, 6.3.c
 Economiques (phénomènes) 2.1.b
 Effets d'échelle 3.2.b, 3.4.b
 Elaboration, pure, simple, d'une réalisation 2.4.b
 Elaboration, pure, simple, formelle, d'une structure pivotale 2.4.c
 Encours 4.2.a

- Endogénéisation 2.4.d
 Equations comptables 4.2.b
 Equations d'évolution 3.4.c
 - des encours 4.2.c
 Equilibres emplois-ressources 4.2.b
 Ensemble de production 5.3.c
 Entretien final de population 6.3.f
 Espace
 - facteur 2.2.a
 - fondamental 2.2.b
 - standard 2.2.a
 Etat 2.3.c
 - initial 2.3.c
 Etranger (espace facteur) 2.2.a
 Etude
 - à long terme 7.2.b
 - de cheminement 7.2.b
 - de sensibilité 2.2.c
 - de stabilisation 7.2.d
 - de transition 7.2.c
 - d'extension 2.2.c
 - évolutive 2.3.c
 - exploratoire 2.2.c
 - prospective 2.2.c
 - statique 2.3.d
 Extension
 - (définition en) 3.1.b
 - d'une réalisation 2.2.b
 - d'une structure pivotale 2.3.b
 - d'un jeu de données 2.2.c
 Facteur complémentaire 2.2.a
 Fiche descriptive 6.2.e
 Fiche technique 6.2.e
 Fonction
 - de condensation 2.4.b,c
 - de demande 6.3.f
 - d'endogénéisation 2.4.d
 - d'évolution 2.3.b
 - de mémorisation 2.3.b
 - de production 5.3.c
 Fonctionnement (coefficients techniques de) 3.2.b
 Indicateur d'évolution 2.3.d
 - constant 2.3.d
 - de type linéaire 5.2.b
 - identité 2.3.d, 7.2.d
 Indicatif (facteur) 2.4.d
 Jeu de données 2.2.b, 7.2.b
 - d'organisation des échanges 3.4.d
 Localisation des activités 6.3.c
 Lot 6.3.b
 Lot de circonstances 2.3.c
 Macro-descriptif 6.2.a
 Maintenance
 (coefficients techniques de) 3.2.b
 Masse monétaire 4.2.d
 Micro-descriptif 6.2.a
 Mode de délimitation 2.2.b
 Mode de fonctionnement 2.3.b
 Module d'une activité 3.1.b
 Monnaie intérieure 4.1.a
 Monnaie extérieure 4.1.a
 Niveaux
 - des activités 3.1.b, 3.3.a
 - des transferts 3.3.a
 Nomenclatures 2.2.a, 3.1.a, 4.1.d
 Non différentié (descriptif) 5.1.e
 Occurrence 2.2.b
 - Compatible 2.2.b,c
 Opérateur de désagrégation 6.2.d
 Opération 4.1.d
 - de répartition 4.1.d
 - financière 4.1.d
 Panier 6.3.b
 Parc 6.3.b
 Passif 4.2.a
 période élémentaire 2.3.a, 3.2.a
 période type 3.2.a
 Poids 6.2.b
 Politique 2.3.c
 - à court terme 7.2.b,d
 Planification
 - alternative 7.1.b
 - dirigiste 7.1.a
 - indicative 7.1.a
 Prévision 1.1, 2.1.c
 Prix courants 4.1.a
 Prix duaux 5.2.d
 Prix extérieurs 4.1.a
 Processus d'agrégation 6.2.b
 - nominatif 6.2.a
 - physique 6.2.a,b
 Produit 3.1.c
 Programme linéaire 5.2.b
 Prospective 1.1
 - libre 1.2, 2.1.c, 2.2.c, 2.2.d
 Progrès technique 3.4.e, 7.2.a
 Quantités d'un bien 3.1.b
 Réalisation 2.2.b
 - évolutive 2.3.c
 - instantanée 2.3.b
 - statique 2.3.d
 - statique minimale 2.3.d

- Recyclages 6.3.c
- Régime 2.3.c
 - stationnaire 2.3.d, 7.2.d
- Relèvement 6.2.c
 - (propriété de) 2.4.c
- Ressource
 - dégradable 6.3.c
 - primaire 3.1.c
 - renouvelable 6.3.c
- Résidu 6.3.c

- Schéma d'organisation
 - financière 4.3.a
- Secteur 3.1.a,d
- Service 6.3.e
- Seuil caractéristique 3.2.b
- Simulation 2.2.c
- Socle
 - d'une réalisation 2.2.c
 - d'une structure pivotale 2.3.c
- sous-déterminée
 - (réalisation) 2.2.c
 - (structure pivotale) 2.3.c
- Solde de la balance commerciale 4.1.b
- Spécification (d'un critère)
 - intrinsèque 2.2.d
 - modulée 2.2.d
- Stockage (activité de) 3.2.c
- Stocks (activité d'entretien des) 3.2.c
- Strict entretien 6.3.f
- Structure pivotale 2.3.b
 - adaptée 5.1.f
 - cadre 5.1.d
 - physique 5.1.d
 - (physiquement découplable) 5.2.c
 - (physiquement découplée) 5.2.c
 - primaire 2.3.b
 - sectorielle 5.1.e
- Système de poids 6.2.b

- Taux de disponibilité 3.2.b,d
- Transferts (coefficients techniques de) 3.2.e
- Transformations des équipements (coefficients techniques de) 3.2.d
- Transports 6.3.c
- Transition 7.2.b,c
- Travail 3.1.c, 6.3.f
- Type local, national
 - (collectivité de) 6.1.a

- Utilisation exploratoire
 - (d'une réalisation) 2.2.c

- Variable 2.2.b
 - de capital 4.2.a
 - de capital fixe 3.3.a
 - de fonctionnement monétaire et financier 4.2.a
 - de fonctionnement physique 3.3.a
 - endogène, exogène 2.2.b
 - numérique 2.2.b
- Volume d'une opération 4.1.e