

CAHIERS ECO & MATHS

97.67

SPECIFICATIONS FORMELLES DU MODELE CLFPSR

Philippe COURREGE

Pascal GOURDEL

Jean LACROIX

CERMSEM

SPECIFICATIONS FORMELLES DU MODELE CLFPSR

Philippe COURREGE (#)

avec la collaboration de

Pascal GOURDEL (+) et Jean LACROIX (*)

Version 2, novembre 1997 (°)

Résumé. Ce texte constitue un complément à la présentation générale, non formelle, du modèle CLFPSR faite dans [6]. Il contient une présentation systématique de la structure du modèle, en termes d'économie mathématique, quoique élémentaires : types de données et de variables, système de contraintes, procédures d'exploitation. Outre qu'elle fournit le cadre formel des applications numériques du modèle, cette présentation débouche en particulier, du point de vue théorique, sur le problème de l'existence de l'équilibre pour ce modèle, problème ici non classique à cause de l'intégration du Tableau Economique d'Ensemble.

Mots clefs : modèle macroéconomique, équilibre général calculable, analyse d'activité, prix intérieurs adaptés, Tableau Economique d'Ensemble.

Abstract. This paper is a companion to the non-formal general presentation of the CLFPSR model given in [6]. It contains a systematic presentation of the model's structure, in a mathematical economic's, although elementary, setting : data types, variable's types, equations system, operating procedures. Apart from the fact that it supplies the formal framework of numerical applications, this presentation comes out, in particular from the theoretical point of view, onto the equilibrium's existence problem, here non-classical due to the "Tableau Economique d'Ensemble" integration.

Key words : macroeconomic application, computable general equilibrium, activity analysis, adapted internal prices, "Tableau Economique d'Ensemble".

JEL classification : C68, F41, D51, E69, C62.

INTRODUCTION

Ce texte contient une description formelle de la structure du modèle CLFPSR, description qui constitue un complément de la présentation générale, non formelle, du modèle faite dans le document [6] (§ 2 à 4). Cette présentation n'est pas reprise ici et on s'y réfère systématiquement. Conformément à l'alinéa 1.B de [6], l'appareil conceptuel est celui qui fait l'objet du texte théorique [4] auquel on se réfère aussi systématiquement.

Eu égard à la perspective d'utilisation du modèle en dehors du cercle des experts (alinéa 1.A et 5.C de [6]) qui fait partie de la visée de prospective heuristique (alinéas 1.A,B,F,J et § 5 de [6]), la description formelle est située, du point de vue mathématique, au moins pour l'essentiel, au niveau élémentaire des exposés d'économie appliquée, sans cependant s'éloigner du standard de rigueur de l'économie mathématique, cela encore en fonction de cette visée (alinéas 1.2.D,F de [4], seconde caractéristique des modèles). Au demeurant, cette présentation élémentaire suggère et réclame des développements théoriques concernant l'existence de l'équilibre (§ 11). Par ailleurs, elle est complétée, du point de vue numérique, par le document [7] qui fournit le jeu de données de la maquette présentée dans [6], tandis que des indications sur la démarche ayant conduit à ce dernier figurent dans le journal de travail [5].

On définit d'abord les composants du modèle que sont les nomenclatures (§ 1), les données de base (§ 2) et les variables (§ 3 et 4). On explicite ensuite les contraintes de base (§ 5 à 8), avec leurs commentaires spécifiques (§ 9). On envisage enfin les procédures d'exploitation (§ 10) et le problème théorique que pose l'existence de régimes d'équilibre (§ 11).

§ 1 - NOMENCLATURES

(A) L'appareil nominatif du modèle, statique (alinéa 1.B de [6]), comporte quatre nomenclatures (^{1a}) : d'une part les nomenclatures technologiques (propriétés 2.D1 et 2.D3 de [6]), nomenclature des biens, H, et nomenclature des activités du producteur standard, L ; d'autre part les nomenclatures du TEE (alinéa 4.F de [6]), nomenclature des opérations, O, et nomenclature des secteurs, S.

(B) Les nomenclatures technologiques, H et L, sont à priori quelconques, pour ce qui est de la structure du modèle, sauf en ce que la nomenclature H contient un seul bien TRAVAIL qui est noté h_0 (^{1b}). On désigne par $H^\#$ la nomenclature des biens hors travail, i.e. le complémentaire de $\{h_0\}$ dans H.

Les quantités des biens et les niveaux des activités sont mesurés de façon standard en associant à chaque bien $h \in H$ une quantité unité et à chaque activité $l \in L$ un niveau unité (alinéas 2.1.D, 7.1.A,B, 7.2.A de [4]).

(C) Par contre, dans la version actuelle du modèle, les nomenclatures du TEE sont spécifiques (^{1c}), sont celles de la maquette présentée dans [6] (alinéa 4.G). Leurs postes sont repérés, dans l'expression des contraintes (§ 4 à 7), par les sigles de trois lettres que définissent les tableaux ci-après, à partir des noms complets qui figurent dans les TEE des régimes présentés dans [6] :

Opération	Sigle	Opération	Sigle
IMPORTATIONS	IMP	INTERETS & ASSUR.	ITA
PRODUCTIONS	PRO	IMPOTS SUR LE REVENU	IPR
CONSOMMATIONS	CON	COTISAT. SOC. MEN.	CSM
INVESTISSEMENTS	INV	PRESTATIONS SOC.	PSM
EXPORTATIONS	EXP	DIVIDENDES	DIV
SALAIRES BRUTS	SLB	COOPERAT. INTERNAT.	COO
COTISAT. SOC. EEMPL.	CSE	TRANSFERTS DIVERS	TRD
IMPOTS INDIR. TVA	TVA	EPARGNES	EPG
IMPOTS A LA PRODUC.	IPP		
DROITS DE DOUANE	DRD		

Secteur	SQS_F	MEN	ETAT	BN_SV	COMEX	EXT
Sigle	SQS	MEN	ETA	BNS	CMX	EXT

§ 2 - DONNEES DE BASE

(A) Par donnée de base on entend une variable (alinéa 3.A) toujours exogène, au moins dans les variantes du modèle envisagées ici, et qui ne figure que dans les contraintes de base (alinéa 5.A). Ces données sont distinguées des données circonstancielles qui ne figurent que dans les contraintes supplémentaires (alinéas 10.A,B). Cela étant, il est clair que, comme pour les variables (§ 3), la signification de la plupart de ces données résulte de leur rôle, de leur position par rapport aux variables dans les contraintes. Ainsi, la lecture de l'énumération qui suit sera facilitée si elle est assaisonnée par celle de ces dernières (§ 4 à 8).

Parmi les données de base, on distingue les données techniques (alinéas 2.B,C) et les données économiques (alinéas 2.D,E) (2^a). Ces données sont organisées en types de données, vecteurs ou matrices indexés par les nomenclatures (1^a), qui sont désignés par des mots de trois lettres (2^b), conformément aux définitions des alinéas 2.B et 2.D ci-après.

(B) Un jeu de données techniques est un multiplet,

(2.1) $jdt = (cpb, cfb, ceb, cfe, zbn, zbx, zin, zix, zen, zex, vep, vec, vee, vms, vme, vmo, wmn, wmx),$

qui est supposé tel que :

(B1) cpb, cfb, ceb, cfe sont des matrices à coefficients réels $\geq 0,$

(2.2) (a) $cpb = (cpb(h,l), h \in H, l \in L),$ (b) $cfb = (cfb(h,l), h \in H, l \in L),$
(c) $ceb = (ceb(h,l), h \in H, l \in L),$ (d) $cfe = (cfe(h,k), h \in H, k \in H) ;$

(B2) $zbn, zbx, zin, zix, zen, zex, vep, vec, vee, vms, vme, vmo, wmn, wmx$ sont des vecteurs à composantes réelles $\geq 0,$

(2.3) (a) $zbn = (zbn(l), l \in L),$ (b) $zbx = (zbx(l), l \in L),$

(2.4) (a) $zin = (zin(h), h \in H),$ (b) $zix = (zix(h), h \in H),$

(2.5) (a) $zen = (zen(h), h \in H),$ (b) $zex = (zex(h), h \in H),$

- (2.6) (a) $vep = (vep(h), h \in H)$, (b) $vec = (vec(h), h \in H)$,
(c) $vee = (vee(h), h \in H)$,
- (2.7) (a) $vms = (vms(h), h \in H)$, (b) $vme = (vme(h), h \in H)$,
(c) $vmo = (vmo(h), h \in H)$,
- (2.8) (a) $wmn = (wmn(h), h \in H)$, (b) $wmx = (wmx(h), h \in H)$.

En plus des conditions de positivité stipulées en B1 et B2, on suppose que les vecteurs vms , vmo , wmn et wmx sont tels que,

- (2.9) (a) pour tout $h \in H$, $vms(h) \geq vme(h)$, (b) $vms(h_0) = 0$,
(c) pour tout $h \in H$, $vmo(h) > 0$,
- (2.10) pour tout $h \in H$, $wmn(h) \leq wmx(h)$.

De plus, pour fixer les idées, on peut supposer, comme dans la maquette, que,

- (2.11) pour tout $h \in H^{\#}$, $wmn(h) = 0$ et $wmx(h) = 0$.

(C) [Interprétations des données techniques] (C1) Les matrices cpb , cfb , ceb fournissent les **coefficients techniques du système productif**, i.e. du producteur standard (propriété 2.D3 de [6]) : pour chaque activité $l \in L$, supposée à son niveau unité pendant la période courante, et chaque bien $h \in H$, $cpb(h,l)$ représente la production de ce bien, $cfb(h,l)$ la consommation due au **fonctionnement normal**, $ceb(h,l)$ la consommation due aux **investissements**, i.e. à l'entretien et au développement des équipements. (C2) La matrice cfe fournit les **coefficients techniques d'exportation** : pour chaque $h \in H$ et chaque $k \in H$, $cfe(h,k)$ représente la consommation du bien h requise par l'exportation de la quantité unité du bien k , la consommation $cfe(h,h)$ étant hors quantité exportée (^{2c}).

(C3) Les vecteurs zbn et zbx représentent les **capacités de production** des équipements en place : pour chaque $l \in L$, $zbx(l)$ est le **niveau max** de l'activité l compatible avec ces équipements (propriété 2.D3 de [6]), tandis que $zbn(l)$ est un éventuel **niveau min**. (C4) Les vecteurs zin , zix , zen , zex fournissent les limitations physiques des échanges extérieurs : pour chaque $h \in H$, $zin(h)$ et $zix(h)$ [resp. $zen(h)$ et $zex(h)$] sont des **bornes**, inf. et sup., des **importations** [resp. des **exportations**] en bien h pendant la période courante (^{2a}) (^{2c}).

(C5) Les composantes des vecteurs vms , vme et vmo (resp. wmn et wmx) représentent des **consommations spécifiques** (resp. des **bornes relatives aux apports bruts**) du secteur **ménages**, i.e. du consommateur, qui interviennent dans l'expression de sa fonction de demande excédentaire à survie (propriété 2.D2 de [6] et alinéa 5.E ci-après) : pour chaque $h \in H$, $vms(h)$, $vme(h)$, $vmo(h)$, $wmn(h)$ et $wmx(h)$ représentent respectivement, une consommation de survie, l'investissement, une consommation typique de surplus, une borne inf. et une borne sup. de l'apport brut, en bien h , des ménages pendant la période courante (^{2c}).

(C6) Les composantes des vecteurs vep , vec et vee représentent des **productions et consommations spécifiques de l'Etat** : pour chaque $h \in H$, $vep(h)$, $vec(h)$, $vee(h)$, représentent respectivement, la production, une consommation intermédiaire minimum, l'investissement, en bien h , de l'Etat pendant la période courante (propriété 2.D5 de [6] et alinéa 5.D ci-après) (^{2c}).

(D) Un jeu de données économiques est un multiplé,et,

$$(2.12) \quad jde = (\text{pre}, \text{sen}, \text{txi}, \text{txp}, \text{txb}, \text{txm}, \\ \text{cpu}, \text{cpt}, \text{cpo}, \text{cpw}, \text{cte}, \text{ctr}, \text{dte}, \text{dtr}),$$

qui est supposé tel que :

(D1) $\text{pre}, \text{txi}, \text{txp}, \text{txb}, \text{txm}, \text{cpu}$ sont des vecteurs à composantes réelles ≥ 0 ,

$$(2.13) \quad \text{pre} = (\text{pre}(h), h \in H),$$

$$(2.14) \quad (a) \quad \text{txi} = (\text{txi}(h), h \in H), \quad (b) \quad \text{txp} = (\text{txp}(h), h \in H),$$

$$(c) \quad \text{txb} = (\text{txb}(h), h \in H), \quad (d) \quad \text{txm} = (\text{txm}(h), h \in H),$$

$$(2.15) \quad \text{cpu} = (\text{cpu}(h), h \in H) ;$$

(D2) $\text{sen}, \text{cpt}, \text{cpo}, \text{cpw}$ sont des scalaires ≥ 0 ;

(D3) $\text{cte}, \text{ctr}, \text{dte}, \text{dtr}$, sont des matrices à coefficients ≥ 0 ,

$$(2.16) \quad (a) \quad \text{cte} = (\text{cte}(o,s), o \in O, s \in S), \quad (b) \quad \text{ctr} = (\text{ctr}(o,s), o \in O, s \in S),$$

$$(2.17) \quad (a) \quad \text{dte} = (\text{dte}(o,s), o \in O, s \in S), \quad (b) \quad \text{dtr} = (\text{dtr}(o,s), o \in O, s \in S).$$

En plus des conditions de positivité stipulées en D1, D2, D3, on suppose que, les vecteurs wmx et txm sont tels que,

$$(2.18) \quad \text{pour tout } h \in H, \quad \text{txm}(h) \text{ wmx}(h) = 0.$$

(E) [Interprétations des données économiques] (E1) Pour chaque $h \in H$, $\text{pre}(h)$ est le **prix extérieur** du bien h , $\text{txi}(h)$ le **taux de taxation des importations** en bien h (droit de douane), $\text{txp}(h)$ le **taux de taxation de la production** du bien h , $\text{txb}(h)$ [resp. $\text{txm}(h)$] le **taux de TVA** relatif aux consommations du producteur standard [resp. du consommateur] en bien h . (E2) Le nombre sen est un borne inf. du solde des échanges extérieurs. (E3) Les nombres $\text{cpu}(h)$ ($h \in H$) et cpt sont les coefficients de la relation de **normalisation des prix**, (E4) les nombres cpo et cpw , ceux de la **relation de Phillips**. (E5) Pour chaque couple $(o,s) \in O \times S$, les nombres $\text{cte}(o,s)$ et $\text{ctr}(o,s)$ sont, lorsqu'ils ne sont pas nuls, des coefficients intervenant dans les **relations structurelles du TEE** (§ 6). (E6) Les matrices dte et dtr fournissent les emplois et ressources du **TEE de référence** dans lequel sont prises les variables exogènes du TEE (alinéa 6.K).

(F) Un jeu de données de base du modèle est un couple $jdb = (jdt, jde)$, où jdt et jde sont respectivement un jeu de données techniques (alinéa 2.B) et un jeu de données économiques (alinéa 2.D).

§ 3 - VARIABLES DE BASE

(A) Le terme de "variable" (du modèle) est réservé aux **variables scalaires**, i.e. aux variables décrivant des nombres réels. Cette convention n'empêche pas d'organiser ces variables (scalaires) en **types de variables**, vecteurs ou matrices indexés par les nomenclatures (^{1a}), qui sont désignés par des mots de deux ou quatre lettres (^{2b}), conformément aux alinéas 3.B et 4.B-D ci-après.

(B) Les **variables de base** sont les composantes du multiplé,et,

$$(3.1) \quad \text{rg} = (\text{zb}, \text{zi}, \text{ze}, \text{xe}, \text{xm}, \text{wm}, \text{sm}, \text{pr}, \text{te}, \text{tr}),$$

qui est supposé tel que :

(B1) $z_b, z_i, z_e, x_e, x_m, w_m, p_r$, sont des vecteurs (de variables scalaires ; alinéa 3.A) indexées par les nomenclatures technologiques, H ou L (alinéas 1.A,B), conformément aux relations (3.2) à (3.6) ci-après,

$$(3.2) \quad z_b = (z_b(l), l \in L),$$

$$(3.3) \quad (a) \quad z_i = (z_i(h), h \in H), \quad (b) \quad z_e = (z_e(h), h \in H),$$

$$(3.4) \quad x_e = (x_e(h), h \in H),$$

$$(3.5) \quad (a) \quad x_m = (x_m(h), h \in H), \quad (b) \quad w_m = (w_m(h), h \in H),$$

$$(3.6) \quad p_r = (p_r(h), h \in H) ;$$

(B2) s_m est un scalaire ;

(B3) t_e et t_r sont des matrices à coefficients réels indexés par les nomenclatures du TEE (alinéas 1.A,C), conformément aux relations (3.7) ci-après,

$$(3.7) \quad (a) \quad t_e = (t_e(o,s), o \in O, s \in S), \quad (b) \quad t_r = (t_r(o,s), o \in O, s \in S).$$

(C) Un multiplet rg de la forme (3.1), sous les conditions B1 à B3 ci-dessus, est appelé **régime** (alinéa 2.G de [6]).

(D) [Interprétations des variables] (D1) Pour chaque $l \in L$, $z_b(l)$ représente, mesure, le **niveau de l'activité** l pendant la période courante. (D2) Pour chaque $h \in H$, $z_i(h)$ [resp. $z_e(h)$] représente la quantité du bien h apportée par **importation** [resp. consommée par **exportation**, hors consommation auxiliaire (^{3a})] pendant la période courante. (D3) Pour chaque $h \in H$, $x_e(h)$ représente la demande excédentaire ("consommation - production") de l'**Etat**, en bien h , pendant la période courante. (D4) Pour chaque $h \in H$, $x_m(h)$ [resp. $w_m(h)$] représente la **demande excédentaire** [resp. l'**apport brut**] de bien h par le consommateur pendant la période courante (^{3b}). (D5) Le scalaire s_m est le **solde des transferts** au consommateur pendant la période courante (^{3b}). (D6) Pour chaque $h \in H$, $p_r(h)$ est le **prix intérieur** du bien h . (D7) Le couple (t_e, t_r) représente le **TEE courant**, en ce sens que, pour chaque couple $(o,s) \in O \times S$, $t_e(o,s)$ [resp. $t_r(o,s)$] est le montant des **emplois** [resp. des **ressources**] du secteur s relativement à l'opération o , pendant la période courante.

Ainsi, un **régime** est la représentation, la description statique, dans le modèle, de l'état de l'ensemble économique en cause pendant la période courante.

(E) Toutes les variables de base, sauf celles de types x_e, x_m et s_m (qui sont des soldes), représentent des nombres ≥ 0 : les variables physiques - de types z_b, z_i, z_e, w_m - comme mesures de grandeurs physiques (niveaux d'activités ou quantités de biens ; fin de l'alinéa 1.B) ; les prix, $p_r(h)$ ($h \in H$), comme repères de valeur ; les variables du TEE par convention comptable. Ces conditions de positivité ne sont mentionnées ici, avec les interprétations, que pour mémoire, vu que leur place formelle est parmi les contraintes (alinéas 5.B,C, 6.C).

§ 4 - VARIABLES AUXILIAIRES

(A) L'introduction de **variables auxiliaires** permet de simplifier ou de clarifier l'expression de certaines contraintes. Certaines de ces variables, dites **dérivées**, sont fonctions explicites des variables de base (alinéas 4.B,D). D'autres interviennent de façon autonome (alinéa 4.C). Les types des premières sont désignés par des mots de quatre lettres, ceux des secondes par des mots de deux

lettres comme ceux des variables de base. Certains commentaires des définitions formelles ci-après figurent au § 9 avec ceux des contraintes. Ils sont indiqués par des renvois aux alinéas correspondants.

(B) Les profits, respectivement du producteur standard et du comex, sont représentés par les variables dérivées prfb et prfe, de type scalaire, qui sont définies par les relations (4.1) et (4.2) ci-après en fonction des variables de base de types zb, zi, ze et pr (alinéa 9.C) :

$$(4.1) \quad \text{prfb} = \sum_{h \in H^\#} [1 - \text{txp}(h)] \text{pr}(h) \sum_{l \in L} \text{cpb}(h,l) \text{zb}(l) \\ - \sum_{h \in H} [1 + \text{txb}(h)] \text{pr}(h) \sum_{l \in L} [\text{cfb}(h,l) \text{zb}(l) + \text{ceb}(h,l) \text{zbx}(l)] \\ - \text{cte}(\text{CSE}, \text{SQS}) \text{pr}(h_0) \sum_{l \in L} [\text{cfb}(h_0,l) \text{zb}(l) + \text{ceb}(h_0,l) \text{zbx}(l)] ;$$

$$(4.2) \quad \text{prfe} = \sum_{h \in H^\#} [\text{pr}(h) - \text{pre}(h)] [\text{zi}(h) - \text{ze}(h)] - \sum_{h \in H^\#} \text{pr}(h) \sum_{k \in H^\#} \text{cfe}(h,k) \text{ze}(k) \\ - \sum_{h \in H^\#} \text{txi}(h) \text{pr}(h) \text{zi}(h).$$

(C) D'autres variables auxiliaires, concernant aussi les contraintes de maximisation des profits, sont les multiplicateurs qui interviennent dans la formulation de ces contraintes via le théorème de Kuhn et Tucker (^{4a}). Ces multiplicateurs sont les composantes des multipléts,

$$(4.3) \quad \mathbf{mb} = (\mathbf{bn}, \mathbf{bx}), \quad (4.4) \quad \mathbf{me} = (\mathbf{in}, \mathbf{ix}, \mathbf{en}, \mathbf{ex}, \mathbf{ms}), \quad \text{où,}$$

(C1) bn, bx, in, ix, en, ex sont des vecteurs (de variables scalaires ; alinéa 3.A) indexées par les nomenclatures technologiques, H ou L (alinéas 1.A,B), conformément aux relations (4.5) à (4.7) ci-après,

$$(4.5) \quad (a) \quad \mathbf{bn} = (\mathbf{bn}(l), l \in L), \quad (b) \quad \mathbf{bx} = (\mathbf{bx}(l), l \in L),$$

$$(4.6) \quad (a) \quad \mathbf{in} = (\mathbf{in}(h), h \in H), \quad (b) \quad \mathbf{ix} = (\mathbf{ix}(h), h \in H),$$

$$(4.7) \quad (a) \quad \mathbf{en} = (\mathbf{en}(h), h \in H), \quad (b) \quad \mathbf{ex} = (\mathbf{ex}(h), h \in H),$$

(C2) ms est un scalaire.

Un couple (mb, me), où mb et me sont des multipléts (de multiplicateurs) de la forme (4.3) et (4.4) sous les conditions C1 et C2, est appelé sélecteur. Dès lors, on appelle régime étendu un triplet (rg, mb, me) où rg est un régime (alinéa 3.C) et (mb, me) un sélecteur.

(D) Enfin, diverses variables dérivées, de type scalaire, interviennent dans la formulation des relations structurelles du TEE (§ 6) ou des contraintes supplémentaires (alinéas 10.A,B,E). On introduit ici (^{4b}) celles qui représentent, d'une part les revenus disponibles bruts, redb et redm, des secteurs SQS et MEN, d'autre part le PIB, pibr (alinéa 9.C) :

$$(4.8) \quad \text{redb} = \text{tr}(\text{PRO}, \text{SQS}) - \text{te}(\text{CON}, \text{SQS}) - \text{te}(\text{SLB}, \text{SQS}) - \text{te}(\text{CSE}, \text{SQS}) \\ - \text{te}(\text{TVA}, \text{SQS}) - \text{te}(\text{IPP}, \text{SQS}) ;$$

$$(4.9) \quad \text{redm} = \text{tr}(\text{SLB}, \text{MEN}) + \text{tr}(\text{ITA}, \text{MEN}) + \text{tr}(\text{DIV}, \text{MEN}) ;$$

$$(4.10) \quad \text{pibr} = \text{tr}(\text{PRO}, \text{SQS}) - \text{te}(\text{CON}, \text{SQS}) + \text{te}(\text{TVA}, \text{BNS}) + \text{te}(\text{DRD}, \text{CMX}).$$

§ 5 - CONTRAINTES GENERALES

(A) Dans ce § et les § 6 à 9, on présente, sous forme scalaire (5a), les contraintes de base qui conditionnent un régime (alinéa 3.C), en distinguant les contraintes de réalisabilité (5b) et les contraintes de maximisation des profits. Les premières comprennent les contraintes générales, qui sont présentées ci-après (alinéas 5.B-H), et les relations structurelles du TEE (alinéa 2.F de [6]) qui le sont au § 6. Les secondes font l'objet des § 7 et 8, tandis que le § 9 contient des commentaires qui sont indiqués ci-après par des renvois aux alinéas correspondants.

(B) Réalisabilité du producteur standard (alinéa 9.D) :

$$(5.1) \text{ pour tout } l \in L, \quad (a) \quad z_{bn}(l) \leq z_b(l) \quad \text{et} \quad (b) \quad z_b(l) \leq z_{bx}(l).$$

(C) Réalisabilité du comex (alinéa 9.D) :

$$(5.2) \text{ pour tout } h \in H, \quad (a) \quad z_{in}(h) \leq z_i(h) \quad \text{et} \quad (b) \quad z_i(h) \leq z_{ix}(h) ;$$

$$(5.3) \text{ pour tout } h \in H, \quad (a) \quad z_{en}(h) \leq z_e(h) \quad \text{et} \quad (b) \quad z_e(h) \leq z_{ex}(h) ;$$

$$(5.4) \quad \sum_{h \in H} \text{pre}(h) [z_e(h) - z_i(h)] \geq \text{sen}.$$

(D) Réalisabilité de l'Etat (alinéa 9.D) :

$$(5.5) \text{ pour tout } h \in H, \quad x_e(h) \geq \text{vec}(h) + \text{vee}(h) - \text{vep}(h).$$

(E) Fonction de demande excédentaire à survie du consommateur (alinéa 9.E) :

(5.6) pour tout $h \in H$,

$$\begin{aligned} x_m(h) &= v_{ms}(h) - w_m(h) \\ &+ \frac{sm + \sum_{k \in H} [1 + t_{xm}(k)] \text{pr}(k) [w_m(k) - v_{ms}(k)]}{\sum_{k \in H} [1 + t_{xm}(k)] \text{pr}(k) v_{mo}(k)} v_{mo}(h) ; \end{aligned}$$

$$(5.7) \text{ pour tout } h \in H, \quad (a) \quad w_{mn}(h) \leq w_m(h), \quad (b) \quad w_m(h) \leq w_{mx}(h) ;$$

$$(5.8) \quad sm \geq \sum_{h \in H} [1 + t_{xm}(h)] \text{pr}(h) [v_{ms}(h) - w_m(h)].$$

$$(5.9) \quad sm = te(\text{CON}, \text{MEN}) + te(\text{INV}, \text{MEN}) - tr(\text{SLB}, \text{MEN}) ;$$

(F) Equilibre physique :

(5.10) pour tout $h \in H$,

$$\begin{aligned} \sum_{l \in L} \text{cfb}(h, l) z_b(l) + \sum_{l \in L} \text{ceb}(h, l) z_{bx}(l) + z_e(h) + \sum_{k \in H} \text{cfe}(h, k) z_e(k) \\ + x_e(h) + x_m(h) = \sum_{l \in L} \text{cpb}(h, l) z_b(l) + z_i(h). \end{aligned}$$

(G) Positivité et normalisation des prix (alinéa 9.F) :

$$(5.11) \text{ pour tout } h \in H, \quad \text{pr}(h) \geq 0 ;$$

$$(5.12) \quad \sum_{h \in H} \text{cpu}(h) \text{pr}(h) = \text{cpt}.$$

(H) Relation de Phillips (alinéa 9.F) :

$$(5.13) \quad \text{pr}(h_0) \geq \text{cpo} + \text{cpw} w_m(\hat{n}_0).$$

§ 6 - RELATIONS STRUCTURELLES DU TEE

(A) Contrairement aux autres contraintes (§ 5 et 7), qui sont génériques par rapport aux nomenclatures technologiques (alinéa 1.B), les relations structurelles du TEE - hormi celles des alinéas 6.C,D,K - sont spécifiques comme les nomenclatures correspondantes (alinéa 1.C), i.e. donnent lieu à des formulations, des formes algébriques, qui varient en fonction des variables d'emplois et de ressources, $te(o,s)$ et $tr(o,s)$, concernées (6a).

(B) Les couples $(o,s) \in O \times S$ sont répartis, relativement aux emplois [resp. aux ressources], entre trois sous-ensembles disjoints Df_{te} , Li_{te} , Ex_{te} [resp. Df_{tr} , Li_{tr} , Ex_{tr}] de $O \times S$ correspondant respectivement aux variables $te(o,s)$ [resp. $tr(o,s)$] qui donnent lieu à une relation spécifique (6b), sont libres, sont exogènes. Les sous-ensembles Df_{te} et Li_{te} [resp. Df_{tr} et Li_{tr}] sont définis par les conditions (6.1) et (6.2) [resp. (6.3) et (6.4)], tandis que le sous-ensemble Ex_{te} [resp. Ex_{tr}] est le complémentaire de la réunion de Df_{te} et Li_{te} [resp. de Df_{tr} et Li_{tr}] (alinéa 9.B) :

(6.1) Df_{te} est l'ensemble des (23) couples,

(IMP,BNS), (IMP,CMX), (CON,SQS), (CON,MEN), (CON,ETA), (CON,CMX),
 (INV,SQS), (INV,MEN), (INV,ETA), (EXP,CMX), (EXP,EXT),
 (SLB,SQS), (SLB,ETA), (CSE,SQS), (CSE,ETA), (TVA,BNS), (IPP,SQS),
 (DRD,CMX), (IPR,SQS), (IPR,MEN), (CSM,MEN), (PSM,ETA), (EPG,SQS) ;

(6.2) Li_{te} est l'ensemble des (6) couples,

(PRO,BNS), (DIV,SQS), (DIV,CMX), (EPG,MEN), (EPG,ETA), (EPG,EXT) ;

(6.3) Df_{tr} est l'ensemble des (8) couples,

(IMP,CMX), (PRO,SQS), (PRO,ETA), (EXP,BNS),
 (SLB,MEN), (DIV,MEN), (EPG,MEN), (EPG,SQS) ;

(6.4) Li_{tr} est l'ensemble des (15) couples,

(IMP,EXT), (CON,BNS), (INV,BNS), (EXP,CMX),
 (CSE,MEN), (TVA,ETA), (IPP,ETA), (DRD,ETA), (IPR,ETA),
 (CSM,ETA), (PSM,MEN), (DIV,ETA), (DIV,CMX), (EPG,ETA), (EPG,EXT) .

(C) Positivité des emplois et des ressources :

(6.5) pour tous $o \in O$ et $s \in S$, (a) $te(o,s) \geq 0$ et (b) $tr(o,s) \geq 0$.

(D) Equilibres emplois-ressources des opérations et des secteurs :

(6.6) pour tout $o \in O$, $\sum_{s \in S} te(o,s) = \sum_{s \in S} tr(o,s)$;

(6.7) pour tout $s \in S$, $\sum_{o \in O} te(o,s) = \sum_{o \in O} tr(o,s)$.

(E) Définitions des emplois sur biens et services (alinéa 9.G) :

(6.8) $te(IMP,BNS) = \sum_{h \in H^\#} pr(h) zi(h)$;

(6.9) $te(IMP,CMX) = \sum_{h \in H^\#} pre(h) zi(h)$;

$$(6.10) \quad te(CON, SQS) = \sum_{h \in H^{\#}} [1 + txb(h)] pr(h) \sum_{l \in L} cfb(h, l) zb(l) ;$$

$$(6.11) \quad te(CON, MEN) = \sum_{h \in H^{\#}} [1 + txm(h)] pr(h) [xm(h) - vme(h)] ;$$

$$(6.12) \quad te(CON, ETA) = \sum_{h \in H^{\#}} pr(h) [vep(h) - vee(h) + xe(h)] ;$$

$$(6.13) \quad te(CON, CMX) = \sum_{k \in H^{\#}} \sum_{h \in H^{\#}} pr(h) cfe(h, k) ze(k) ;$$

$$(6.14) \quad te(INV, SQS) = \sum_{h \in H^{\#}} [1 + txb(h)] pr(h) \sum_{l \in L} ceb(h, l) zbx(l) ;$$

$$(6.15) \quad te(INV, MEN) = \sum_{h \in H^{\#}} [1 + txm(h)] pr(h) vme(h) ;$$

$$(6.16) \quad te(INV, ETA) = \sum_{h \in H^{\#}} pr(h) vee(h) ;$$

$$(6.17) \quad te(EXP, CMX) = \sum_{h \in H^{\#}} pr(h) ze(h) ;$$

$$(6.18) \quad te(EXP, EXT) = \sum_{h \in H^{\#}} pre(h) ze(h) .$$

(F) Définitions des emplois sur salaires et charges sociales (alinéa 9.H) :

$$(6.19) \quad te(SLB, SQS) = pr(h_0) \sum_{l \in L} [cfb(h_0, l) zb(l) + cfe(h_0, l) zbx(l)] ;$$

$$(6.20) \quad te(SLB, ETA) = pr(h_0) xe(h_0) ;$$

$$(6.21) \quad te(CSE, SQS) = cte(CSE, SQS) te(SLB, SQS) ;$$

$$(6.22) \quad te(CSE, ETA) = cte(CSE, ETA) te(SLB, ETA) .$$

(G) Définitions des emplois sur impôts (alinéas 9.H, I) :

$$(6.23) \quad te(TVA, BNS) = \sum_{h \in H^{\#}} txb(h) pr(h) \sum_{l \in L} [cfb(h, l) zb(l) + ceb(h, l) zbx(l)] \\ + \sum_{h \in H^{\#}} txm(h) pr(h) xm(h) ;$$

$$(6.24) \quad te(IPP, SQS) = \sum_{h \in H^{\#}} txp(h) pr(h) \sum_{l \in L} cpb(h, l) zb(l) ;$$

$$(6.25) \quad te(DRD, CMX) = \sum_{h \in H} txi(h) pr(h) zi(h) ;$$

$$(6.26) \quad te(IPR, SQS) = cte(IPR, SQS) redb ;$$

$$(6.27) \quad te(IPR, MEN) = cte(IPR, MEN) redm ;$$

$$(6.28) \quad te(CSM, MEN) = cte(CSM, MEN) tr(SLB, MEN) ;$$

$$(6.29) \quad te(PSM, ETA) = cte(PSM, ETA) te(CSM, MEN) .$$

(H) Contraintes diverses sur emplois (alinéa 9.J) :

$$(6.30) \quad te(EPG, SQS) \geq cte(EPG, SQS) te(DIV, SQS) .$$

(I) Définitions des ressources sur biens et services (alinéa 9.G) :

$$(6.31) \quad \text{tr}(\text{IMP}, \text{CMX}) = \text{te}(\text{IMP}, \text{BNS}) ;$$

$$(6.32) \quad \text{tr}(\text{PRO}, \text{SQS}) = \sum_{h \in H^\#} \text{pr}(h) \sum_{l \in L} \text{cpb}(h, l) \text{zb}(l) ;$$

$$(6.33) \quad \text{tr}(\text{PRO}, \text{ETA}) = \text{pr}(h) \text{vep}(h) ;$$

$$(6.34) \quad \text{tr}(\text{EXP}, \text{CMX}) = \text{te}(\text{EXP}, \text{EXT}) .$$

(J) Contraintes diverses sur ressources (alinéa 9.J) :

$$(6.35) \quad \text{tr}(\text{SLB}, \text{MEN}) \geq \text{ctr}(\text{SLB}, \text{MEN}) \text{tr}(\text{DIV}, \text{MEN}) ;$$

$$(6.36) \quad \text{tr}(\text{DIV}, \text{MEN}) = \text{ctr}(\text{DIV}, \text{MEN}) \text{te}(\text{DIV}, \text{SQS}) ;$$

$$(6.37) \quad \text{tr}(\text{EPG}, \text{SQS}) \leq \text{ctr}(\text{EPG}, \text{SQS}) \text{tr}(\text{DIV}, \text{SQS}) ;$$

$$(6.38) \quad \text{tr}(\text{EPG}, \text{MEN}) \leq \text{ctr}(\text{EPG}, \text{MEN}) [\text{tr}(\text{SLB}, \text{MEN}) + \text{tr}(\text{DIV}, \text{MEN})] .$$

(K) Variables exogènes (alinéa 9.B) :

$$(6.39) \quad \text{pour tout } (o, s) \in \text{Ex}_{\text{te}}, \quad \text{te}(o, s) = \text{dte}(o, s) ;$$

$$(6.40) \quad \text{pour tout } (o, s) \in \text{Ex}_{\text{tr}}, \quad \text{tr}(o, s) = \text{dtr}(o, s) .$$

§ 7 - CONTRAINTES DE MAXIMISATION DES PROFIT (I)

(A) Les contraintes de réalisabilité introduites aux § 5 et 6 sont complétées ci-après (alinéas 7.B, C) par celle qui expriment la maximisation des profits en termes des multiplicateurs. Ainsi, ces contraintes concernent un régime étendu (rg, mb, me) (alinéa 4.C). La formulation usuelle (^{7a}), sous forme fonctionnelle, seulement en termes du régime, fait l'objet du § 8 (^{7b}).

(B) Maximisation du profit du producteur standard :

$$(7.1) \quad \text{pour tout } l \in L, \quad \text{bn}(l) \geq 0 \quad \text{et} \quad (b) \quad \text{bx}(l) \geq 0 ;$$

$$(7.2) \quad \text{pour tout } l \in L, \quad \sum_{h \in H^\#} [1 - \text{txp}(h)] \text{pr}(h) \text{cpb}(h, l) \\ - \sum_{h \in H} [1 + \text{txb}(h)] \text{pr}(h) \text{cfb}(h, l) \\ - \text{cte}(\text{CSE}, \text{SQS}) \text{pr}(h_0) \text{cfb}(h_0, l) = \text{bx}(l) - \text{bn}(l) ;$$

$$(7.3) \quad \sum_{l \in L} [\text{bx}(l) - \text{bn}(l)] \text{zb}(l) = \sum_{l \in L} \text{bx}(l) \text{zbx}(l) - \sum_{l \in L} \text{bn}(l) \text{zbn}(l) .$$

(C) Maximisation du profit du ccmex :

$$(7.4) \quad \text{pour tout } h \in H, \quad (a) \quad \text{in}(h) \geq 0 \quad \text{et} \quad \text{ix}(h) \geq 0, \\ (b) \quad \text{en}(h) \geq 0 \quad \text{et} \quad \text{ex}(h) \geq 0 .$$

$$(7.5) \quad \text{ms} \geq 0 .$$

$$(7.6) \quad \text{pour tout } h \in H, \quad [1 - \text{txi}(h)] \text{pr}(h) - \text{pre}(h) \\ = \text{ix}(h) - \text{in}(h) + \text{ms} \text{pre}(h) ;$$

$$(7.7) \quad \text{pour tout } h \in H, \quad \text{pr}(h) - \text{pre}(h) + \sum_{k \in H} \text{pr}(k) \text{ cfe}(k, h) \\ = \text{en}(h) - \text{ex}(h) + \text{ms pre}(h) ;$$

$$(7.8) \quad \sum_{h \in H} [\text{ix}(h) - \text{in}(h)] \text{zi}(h) + \sum_{h \in H} [\text{ex}(h) - \text{en}(h)] \text{ze}(h) \\ + \text{ms} \sum_{h \in H} \text{pre}(h) [\text{zi}(h) - \text{ze}(h)] \\ = \sum_{h \in H} \text{ix}(h) \text{zix}(h) + \sum_{h \in H} \text{ex}(h) \text{zex}(h) \\ - \sum_{h \in H} \text{in}(h) \text{zin}(h) - \sum_{h \in H} \text{en}(h) \text{zen}(h) - \text{ms sen.}$$

(D) Un régime rg (alinéa 3.C) est dit réalisable ^(5b) s'il vérifie les contraintes générales (5.1) à (5.13) et les relations structurelles du TEE (6.5) à (6.40). Il est appelé équilibre, ou régime d'équilibre, s'il est réalisable et s'il existe un sélecteur (mb, me) tel que le régime étendu (rg, mb, me) (alinéa 4.C) vérifie les contraintes de maximisation du profit (7.1) à (7.8).

§ 8 - CONTRAINTES DE MAXIMISATION DES PROFIT (II)

(A) On revient dans ce § sur les contraintes de maximisation des profit, afin d'explicitier l'équivalence entre leur formulation en termes des multiplicateurs, i.e. en termes d'un régime étendu, qui est présentée au § 7 (alinéas 7.B,C) et leur formulation fonctionnelle, seulement en termes du régime. Cette dernière (alinéa 8.D) réclame, contrairement au reste du texte, des notations fonctionnelles qu'on introduit à l'alinéa 8.B en supposant fixé un jeu de données de base $jdb = (jdt, jde)$ (alinéa 2.F).

(B) Pour chaque couple de vecteurs $(pr, zb) \in R^H \times R^L$ [resp. chaque triplet de vecteurs $(pr, zi, ze) \in R^H \times R^H \times R^H$], on désigne par $Fb(jdb, pr, zb)$ [resp. par $Fe(jdb, pr, zi, ze)$] le scalaire $prfb$ [resp. le scalaire $prfe$] défini par la relation (4.1) [resp. (4.2)] (8a).

Par ailleurs, on désigne, par $Zb(jdb)$ [resp. $Ze(jdb)$] le sous-ensemble de l'espace R^L [resp. de l'espace $R^H \times R^H$] constitué des vecteurs $zb \in R^L$ [resp. des couples de vecteurs $(zi, ze) \in R^H \times R^H$] vérifiant les contraintes (5.1) [resp. les contraintes (5.2) à (5.4)]. Avec ces notations, les contraintes (5.1) sont équivalentes à la contraintes vectorielle (8.1), tandis que les contraintes (5.2) à (5.4) son équivalentes à la contraintes vectorielle (8.2), où,

$$(8.1) \quad zb \in Zb(jdb), \quad (8.2) \quad (zi, ze) \in Ze(jdb).$$

(C) Ainsi, du point de vue interprétation, lorsque pr est le vecteur des prix, $Fb(jdb, pr, zb)$ représente le profit du producteur standard correspondant aux niveaux d'activité $zb(l)$ ($l \in L$), tandis que $Fe(jdb, pr, zi, ze)$ représente le profit du comex correspondant aux importations $zi(h)$ et aux exportations $ze(h)$ ($h \in H$). Par ailleurs, la contrainte vectorielle (8.1) exprime la réalisabilité du producteur standard et la contrainte vectorielle (8.2) celle du comex.

(D) Cela étant, sous forme fonctionnelle, la contrainte de maximisation du profit du producteur standard s'exprime par la propriété,

(8.3) pour tout $\underline{z_b} \in \mathbf{Zb}(\underline{jdb})$, $\mathbf{Fb}(\underline{jdb}, \text{pr}, \underline{z_b}) \geq \mathbf{Fb}(\underline{jdb}, \text{pr}, \underline{z_b})$,

et celle du **comex** par la propriété,

(8.4) pour tout $(\underline{z_i}, \underline{z_e}) \in \mathbf{Ze}(\underline{jdb})$, $\mathbf{Fe}(\underline{jdb}, \text{pr}, \underline{z_i}, \underline{z_e}) \geq \mathbf{Fe}(\underline{jdb}, \text{pr}, \underline{z_i}, \underline{z_e})$.

(E) Dès lors, l'équivalence annoncée des deux formulations (alinéa 8.A) réside dans les propriétés (8b) :

(E1) pour qu'un vecteur $\underline{z_b}$, appartenant à $\mathbf{Zb}(\underline{jdb})$, vérifie la propriété (8.3), il faut et il suffit qu'il existe un élément $\underline{m_b} = (\underline{b_n}, \underline{b_x})$ de $\mathbf{R}^L \times \mathbf{R}^L$ tel que les contraintes (7.1) à (7.3) soient satisfaites ;

(E2) pour qu'un couple de vecteurs $(\underline{z_i}, \underline{z_e})$, appartenant à $\mathbf{Ze}(\underline{jdb})$, vérifie la propriété (8.4), il faut et il suffit qu'il existe un élément $\underline{m_e} = (\underline{i_n}, \underline{i_x}, \underline{e_n}, \underline{e_x}, \underline{m_s})$ de $\mathbf{R}^H \times \mathbf{R}^H \times \mathbf{R}^H \times \mathbf{R}^H \times \mathbf{R}$ tel que les contraintes (7.4) à (7.8) soient satisfaites.

(F) Ainsi, un **équilibre**, précédemment défini comme un régime étendu (alinéa 4.C), peut aussi être considéré, de façon équivalente, sous forme fonctionnelle, comme un régime réalisable **rg** (alinéa (7.D) vérifiant les contraintes vectorielles de maximisation des profits (8.3) et (8.4).

§ 9 - COMMENTAIRES

(A) Les commentaires que contient ce § ont pour but, d'une part de faciliter l'interprétation de certaines contraintes ou de souligner leurs aspects importants, en particulier par l'explicitation de leurs liens, soit avec les motifs du modèle (§ 1 de [6]), soit avec le texte théorique [4] (alinéa 1.B de [6]), d'autre part de mentionner des difficultés, insuffisances ou arbitraires en facilitant l'accès aux passages du journal de travail [5] (alinéa 2.A de [6]) où ils sont discutés. Dans ce sens, on indique, au début de chaque commentaire, le ou les alinéas des § 4 à 8 concernés. Par contre, ce § 9 ne concerne pas, ou ne concerne qu'indirectement, la justification, la cohérence, du système de contraintes dans sa globalité, laquelle est envisagée au § 11.

(B) (alinéas 6.B,K) Les contraintes d'exogénéité (6.39) et (6.40) (alinéa 4.K) servent essentiellement à cerner la structure du TEE par la mise à zéro de ses variables qui n'ont pas lieu de prendre des valeurs non nulles, mise à zéro assurée, via ces contraintes, par celle des données correspondantes $\text{dte}(o,s)$, pour $(o,s) \in \text{Ex_te}$, et $\text{dtr}(o,s)$, pour $(o,s) \in \text{Ex_tr}$. Par exemple, dans la maquette présentée dans [6] (voir le régime de référence), seules les opérations ITA, COO et TRD donnent lieu à des montants non nuls pour ces données, en ce sens que :

(9.1a) $\text{dte}(o,s) = 0$, pour tous les couples $(o,s) \in \text{Ex_te}$, sauf les couples, (ITA,ETA), (COO,ETA), (COO,EXT), (TRD,MEN), (TRD,EXT) ;

(9.1b) $\text{dtr}(o,s) = 0$, pour tous les couples $(o,s) \in \text{Ex_tr}$, sauf les couples, (ITA,SQS), (ITA,MEN), (ITA,EXT), (COO,ETA), (COO,EXT), (TRD,SQS), (TRD,MEN), (TRD,EXT).

(C) (alinéa 4.B) Les relations (4.1) et (4.2), de définition des variables de profit prfb et prfe , sont respectivement équivalentes aux relations (9.2) et (9.3) ci-après, en vertu des relations structurelles du TEE (9a) et de la relation de définition (4.8) de la variable redb , :

$$(9.2) \quad \text{prfb} = \text{redb} + \text{te}(\text{TVA}, \text{SQS}) - \text{te}(\text{INV}, \text{SQS}) ;$$

$$(9.3) \quad \text{prfe} = \text{tr}(\text{IMP}, \text{CMX}) - \text{te}(\text{IMP}, \text{CMX}) + \text{tr}(\text{EXP}, \text{CMX}) + \text{te}(\text{IXP}, \text{CMX}) \\ - \text{te}(\text{CON}, \text{CMX}) - \text{te}(\text{DRD}, \text{CMX}) .$$

Par ailleurs, sous les conditions (9.1), les relations (9.2) et (9.3) sont respectivement équivalentes aux relations (9.4) et (9.5) ci-après, en particulier en vertu des équilibres emplois-ressources des secteurs SQS et CMX :

$$(9.4) \quad \text{prfb} = \text{te}(\text{DIV}, \text{SQS}) - \text{tr}(\text{DIV}, \text{SQS}) + \text{te}(\text{EPG}, \text{SQS}) - \text{tr}(\text{EPG}, \text{SQS}) \\ + \text{te}(\text{ITA}, \text{SQS}) - \text{tr}(\text{ITA}, \text{SQS}) + \text{te}(\text{TRD}, \text{SQS}) - \text{tr}(\text{TRD}, \text{SQS}) ;$$

$$(9.5) \quad \text{prfe} = \text{te}(\text{DIV}, \text{CMX}) - \text{tr}(\text{DIV}, \text{CMX}) .$$

Les relations (9.2) à (9.5) mettent en évidence le caractère contingent de la définition des variables de profit prfb et prfe . Par exemple, en ce qui concerne prfb , le terme $\text{te}(\text{TVA}, \text{SQS})$ pourrait être supprimé [relation (9.2)], tandis que la simplicité de l'expression (9.5) de prfe , par rapport à celle (9.4) de prfb , tient à ce que la condition (9.1) stipule que le secteur comex n'est pas concerné par les opérations ITA, TRD et EPG, ce qui est évidemment qu'une première approximation. Par ailleurs, on souligne que, du point de vue formel de la caractérisation des équilibres par les contraintes (7.1) à (7.8), ce sont les expressions (4.1) et (4.2) des profits, en termes des variables de base, qui interviennent et non leurs expressions en termes des variables du TEE.

(D) (alinéas 5.B,C,D) La contrainte (5.1b) exprime la limitation des capacités de production du producteur standard (propriété 2.D3 de [6]), conformément à l'analyse d'activité (alinéas 7.2.C,D de [4]) et à l'interprétation 2.C3 des données $\text{zbx}(1)$ ($1 \in L$). Les contraintes (5.2) à (5.4) définissent l'ensemble de production du producteur d'import-export, i.e. du comex (propriété 2.D4 de [6]), conformément aux alinéas 7.3.B,C de [4], les prix extérieurs à l'importation et à l'exportation étant ici supposés identiques. La contrainte (5.5) délimite l'ensemble de production de l'Etat, conformément à la propriété 2.D5 de [6].

(E) (alinéa 5.E) Les contraintes (5.6) à (5.8) - qui lient aux prix $\text{pr}(h)$ ($h \in H$) les demandes excédentaires $\text{xm}(h)$ ($h \in H$), les apports bruts $\text{wm}(h)$ ($h \in H$) et le solde des transferts sm du consommateur - s'inscrivent dans le cadre de la théorie des fonctions de demande excédentaire à survie développée dans [4] (§ 2.2, 2.3, 2.5 et 6.1 à 6.5). Afin de le montrer (^{9b}), on introduit des notations vectorielles analogues à celle de [4] en désignant, d'une part, en ce qui concerne les données, par \underline{v} et \underline{v} les vecteurs vms et vmo , d'autre part, en ce qui concerne les variables, par \underline{x} le vecteur xm , par $\underline{\mu}$ le vecteur wm , par s le scalaire sm , enfin par \hat{p} le vecteur $((1 + \text{txm}(h)) \text{pr}(h), h \in H)$ de \mathbb{R}_{+*}^H (alinéa 9.F). Cela étant, les contraintes (5.6), (5.7) et (5.8) s'expriment respectivement par les contraintes (vectorielles) (9.6), (9.7) et (9.8),

$$(9.6) \quad \underline{x} \in \Phi(\underline{\mu}, \hat{p}, \hat{p} \cdot \omega(\underline{\mu}, \hat{p}) + s) - \omega(\underline{\mu}, \hat{p}),$$

$$(9.7) \quad \underline{\mu} \in \Gamma(\hat{p}), \quad (9.8) \quad s \geq \zeta(\underline{\mu}, \hat{p}) - \hat{p} \cdot \omega(\underline{\mu}, \hat{p}),$$

en termes du multipléte d'indexation $(M, \Gamma, \zeta, \Phi, \omega)$ (alinéa 6.3.C de [4]) défini - dans la ligne des alinéas 6.1.B, 6.2.B, 6.3.B de [4] - par les relations,

$$(9.8a) \quad M \text{ est le pavé } \mathbb{R}^H \text{ constitué de l'ensemble des } \underline{\mu} \in \mathbb{R}^H \text{ vérifiant (5.7),}$$

$$(9.8b) \quad \text{pour tout } p \in \mathbb{R}_{+*}^H, \quad \Gamma(p) = M,$$

(9.9) pour tout $(\mu, p) \in M \times R_{+*}^H$, (a) $\zeta(\mu, p) = p \cdot \underline{v}$ et (b) $\omega(\mu, p) = \mu$,

(9.10) pour tout $(\mu, p, r) \in M \times R_{+*}^H \times R$, $\Phi(\mu, p, r) = \left\{ \underline{v} + \frac{r - \zeta(\mu, p)}{p \cdot \underline{v}} \underline{v} \right\}$,

multiplet d'indexation qui, en particulier eu égard à la condition (2.9c) sur \underline{v} , vérifie les conditions (6.15) à (6.19) de [4] requises par la proposition 6.3 et le scolie 6.3 de [4].

Dès lors, soient, d'une part (σ, f) la fonction de demande excédentaire à survie de type indexé associée, par les relations (6.20) de [4], au multipliant d'indexation $(M, \Gamma, \zeta, \Phi, \omega)$ défini par les relations (9.8) à (9.10) ci-dessus, d'autre part t le protocole de taxation du consommateur (alinéa 2.5.A de [4]) associé aux taux $tx_m(h)$ ($h \in H$) par les relations (2.33) et (2.37) de [4], enfin p le vecteur des prix pr , ce qui fait que $\hat{p} = t(p, x)$. De ces définitions, résulte immédiatement la jonction annoncée avec la théorie de [4] :

(E1) pour qu'il existe $\mu \in M$ tel que les contraintes (9.6) à (9.8) soient vérifiées, il faut et il suffit que le multipliant de variables (x, p, s) vérifie les contraintes d'équilibre du consommateur avec taxation (2.28) de [4], i.e.,

(9.11) (a) $s \geq \sigma(t(p, x))$ et (b) $x \in f(t(p, x), s)$.

Par ailleurs, en vertu de la condition (2.18) et de la positivité des vecteurs donnés vms et vmo (propriété 2.B2), les relations (5.6) et (5.8) entraînent que,

(9.12) pour tout $h \in H$, $tx_m(h) > 0$ entraîne $x_m(h) - vms(h) \geq 0$,

donc aussi, en vertu de la condition (2.9a), que (voir l'alinéa 9.I),

(9.13) $\sum_{h \in H^\#} tx_m(h) pr(h) [x_m(h) - vme(h)] \geq 0$.

(F) (alinéas 5.G, H) La contrainte de normalisation des prix (5.12) doit stipuler que, sous la condition de positivité (5.11), le vecteur pr des prix est non nul, i.e. appartient au cône R_{+*}^H , ce que réclame le traitement de la fonction de demande excédentaire du consommateur (alinéa 9.E). Plusieurs modes de détermination des données $cpu(h)$ ($h \in H$) et cpt ont été essayés dans la maquette, dont aucune n'est satisfaisante (voir les passages de [5] indiqués à la rubrique "normalisation des prix" de l'index). La relation de Phillips statique (5.13) est inspirée de celle du modèle FIFI (équations (12), p. 73, de [1] et (26), p. 186, de [3] ; voir les passages de [5] indiqués à la rubrique "Phillips" de l'index).

(G) (alinéas 6.E, I) Les relations structurelles (6.8) à (6.18) et (6.31) à (6.34) reflètent, expriment, la règle - essentielle à l'adaptation des prix intérieurs (alinéa 1.D de [6]) - selon laquelle les échanges extérieurs sont entièrement assumés par des agents spécialisés dans l'import-export (alinéas 1.H, I de [6]), agents dont le secteur $comex$ représente l'agrégat (propriété 2.D4 de [6]). En effet, d'une part les relations (6.10) à (6.16), (6.32) et (6.33) signifient que toutes les opérations intérieurs sur biens et services se font aux prix intérieurs, $pr(h)$ ($h \in H$), d'autre part les relations (6.8), (6.9), (6.17), (6.18), (6.31) et (6.34) expriment le rôle tampon du $comex$ (alinéa 1.H de [6]). Par exemple, les relations (6.8), (6.9) et (6.31) signifient que le $comex$ achète les quantités importées à l'extérieur aux prix extérieurs $pre(h)$

(h \in H) et les revend sur le marché intérieur, représenté par le secteur BNS, aux prix intérieurs pr(h) (h \in H).

(H) (alinéas 6.F,G) Le traitement des divers transferts correspondant aux relations structurelles (6.19) à (6.29) ne constitue évidemment qu'une première approximation concomitante du caractère préliminaire, adapté à la maquette, de la nomenclature d'opérations (fin de l'alinéa 9.C ci-dessus ; alinéas 3.C,F et 5.B de [6]). Par exemple, le calcul, sans progressivité, des impôts sur le revenu, via les relations (6.26) et (6.27), serait à améliorer, de même que celui des transferts sociaux, via les relations (6.21), (6.22), (6.28), (6.29) où les coefficients de type cte sont, dans la maquette, seulement ceux du régime de référence (alinéas 2.F et 3.F [6]).

(I) (alinéa 6.G) La relation (6.23) fournit le montant de la TVA en sommant les dépenses correspondantes des secteurs SQS et MEN qui figurent aux seconds membres des relations structurelles (6.10), (6.11), (6.14), (6.15). Les expressions de ces montants - par exemple $\sum_{h \in H} \# \text{txm}(h) \text{pr}(h) [\text{xm}(h) - \text{vme}(h)]$ et $\sum_{h \in H} \# \text{txm}(h) \text{pr}(h) \text{vme}(h)$ en ce qui concerne le secteur MEN, le premier étant ≥ 0 d'après la relation (9.13) - correspondent à la conception usuelle de la TVA, mais celles relatives au secteur SQS ne relèvent pas directement de la formalisation des protocoles de taxation des producteurs utilisée dans [4] (§ 2.6), puisque le montant de la taxe dépend, pour chaque bien, de la demande effective et pas seulement de la demande excédentaire (^{9c}).

De plus, il faut noter que les taux de taxation $\text{txb}(h)$ et $\text{txm}(h)$ (h \in H[#]) qui interviennent ne peuvent pas être identifiés sans précaution aux taux de TVA usuels, puisqu'ils s'appliquent à des montants hors marges commerciales, alors que les taux usuels s'appliquent, en particulier dans le TES, aux montants marges comprises. Pour dépasser cette disparité, il faut préciser le lien entre les deux types de taux par un traitement des marges commerciales. On le fait dans la maquette en particularisant le formalisme général présenté ici par l'introduction d'un poste "service de distribution" dans la nomenclature des biens (alinéas 3.C,D de [6]) (^{9d}).

(J) (alinéas 6.H,J) Les contraintes diverses (6.30) et (6.35) à (6.38) sont aussi marquées par le caractère préliminaire de la maquette et par la construction du TEE de référence correspondant (alinéas 2.F et 3.F,G de [6]), en particulier par la propriété 3.G2 de [6] qui vise à faire en sorte que le système des relations structurelles - de la maquette, i.e. y compris les spécifications 9.1 concernant les contraintes d'exogénéité (6.39) et (6.40) - ne soit pas trop sous-déterminé. Par ailleurs, certaines de ces contraintes peuvent aussi être considérées comme des contraintes supplémentaires (alinéa 10.D).

§ 10 - PROCEDURES D'EXPLOITATION

(A) Une fois spécifié un jeu de données de base (alinéa 2.F), l'exploitation du modèle repose sur la détermination de régimes d'équilibre (alinéa 7.D), laquelle est marquée par la propriété de non-unicité qui consiste en ce que l'ensemble de ces régimes contient, en général, lorsqu'il n'est pas vide, une large multiplicité d'éléments qu'il s'agit de décrire, de classier, au moyen de critères significatifs. Cette propriété de non-unicité participe évidemment de celle des modèles d'équilibre général, notamment du modèle de Scarf (^{10a}). Cependant, elle tient aussi au caractère sous-déterminé du système des contraintes

de base (alinéa 5.A) en ce qui concerne la représentation du comportement de l'Etat. Ainsi, le mode de description de la multiplicité des équilibre qui est retenu ici consiste, dans la ligne du chapitre 5 de [4], en diverses déterminations de régimes d'équilibre par **optimisation** selon divers **critères** et sous diverses **contraintes supplémentaires**, les uns et les autres participant de façon complémentaire à la délimitation d'une orientation globale, d'une **finalité collective** (alinéas 5.3.B de [4]), via celle de ce comportement.

Après l'introduction du schéma général des procédures d'exploitation (alinéa 10.B-C), on explicite, à titre illustratif, certains des critères et contraintes supplémentaires de serrage (alinéas 10.D,F), ainsi que certaines des procédures d'exploitation (alinéa 10.G), qui conduisent aux régimes présentés dans [6]. Par contre, on n'aborde pas ici la recherche de politiques optimales, bien qu'elle soit aussi envisageable dans le cadre du modèle, conformément au § 5.3 de [4].

(B) Les critères et les contraintes supplémentaires en cause sont associées, conformément aux § 5.1 et 5.3 de [6], à des fonctions numériques, $rg \rightarrow m(rg)$, sur l'ensemble des régimes, qui sont appelées **indicateurs de serrage**. Dans ce sens, un critère consiste en l'optimisation, maximisation ou minimisation, d'un tel indicateur, qui joue ainsi le rôle de **fonction objectif**, tandis que les contraintes supplémentaires, de serrage, sont de la forme (10.1) ci-après, où m est aussi un tel indicateur et α un nombre réel, dit **niveau de serrage** (^{10b}) :

$$(10.1) \quad m(rg) \leq \alpha.$$

Ces indicateurs sont en général définis explicitement en fonction des données de base et des variables du modèle, ainsi que, éventuellement, de paramètres supplémentaires (alinéa 10.F). Ces derniers, comme les niveaux de serrage, représentent des paramètres de politique économique. Dans l'exploitation préliminaire envisagée ici, ces paramètres sont des **données circonstancielles** du modèle (alinéa 2.A) (^{10c}).

(C) On appelle **protocole de serrage** tout multipléte $m = (m_c, \alpha_c, c \in C)$, où C est un ensemble d'indices fini non vide et où, pour chaque $c \in C$, m_c est un indicateur de serrage et α_c un niveau de serrage (alinéa 10.B). Si $m = (m_c, \alpha_c, c \in C)$ est un tel protocoles, on désigne par $Eq(jdb, m)$ l'ensemble des régimes d'équilibre rg (alinéa 7.D) tels que,

$$(10.2) \quad \text{pour tout } c \in C, \quad m_c(rg) \leq \alpha_c.$$

Un couple (jdb, m) est appelé **jeu de données**. Un régime rg vérifiant les contraintes (10.2) est dit **compatible**, avec le protocole de serrage m ou avec le jeu de donnée (jdb, m) .

Une **procédure d'exploitation** du modèle (alinéa 10.A) consiste alors en la détermination de régimes d'équilibre par résolution du problème d'optimisation,

$$(10.3) \quad \text{trouver un régime } rg \text{ tel que,}$$

$$(a) \quad rg \in Eq(jdb, m),$$

$$(b) \quad J(rg) = \text{Opt} \{ J(rg') \mid rg' \in Eq(jdb, m) \},$$

où m est protocoles de serrage et J un indicateur de serrage jouant le rôle de fonction objectif, tandis que Opt vaut "Max" ou "Min" (^{10d}). Une telle procédure est caractérisée par le triplet $(m \mid J \mid \text{Opt})$ correspondant qui est appelé **protocole de détermination**, ou seulement **détermination**, de la procédure.

(D) A propos des définitions précédentes, on note que la distinction entre contraintes de base et contraintes supplémentaires n'est pas absolue. En particulier, certaines des contraintes diverses concernant le TEE (alinéas 6.H,J) peuvent aussi être considérées comme contraintes supplémentaires (alinéa 9.J), même si elles ne concernent pas directement l'Etat. Cette ambiguïté est sans incidence sur les déterminations.

(E) Les régimes présentés dans [6] sont obtenus, entre autres, à partir des indicateurs de serrage De , Em , Ee , Ds , Pi , Rs définis par les relations (10.4) à (10.9) ci-après où les multiplats de variables tr , wm , pr , te sont des composants du régime rg (alinéa 3.B), tandis que $pibr$ est la variable dérivée (du même régime rg) qui est définie par la relation (4.10) :

$$(10.4) \quad De(rg) = tr(EPG,ETA) ;$$

$$(10.5) \quad Em(rg) = wm(h_0) ;$$

$$(10.6) \quad Ee(rg) = xe(h_0) ;$$

$$(10.7) \quad Ds(rg) = \text{Max}_{h \in H^\#} (\text{Max}_{h \in H^\#} [pr(h) / pre(h)], \text{Max}_{h \in H^\#} [pre(h) / pr(h)]) ;$$

$$(10.8) \quad Pi(rg) = [te(CON,ETA) + te(INV,ETA)] / pibr ;$$

$$(10.9) \quad Rs(rg) = te(DIV,SQS) / te(EPG,SQS) .$$

Les interprétations de ces indicateurs découlent directement de celles des variables qui figurent dans leurs expressions : $De(rg)$ représente le déficit du budget de l'Etat, du secteur ETA, comme montant de l'emprunt requis par l'équilibre emploi-ressource de ce secteur ; $Em(rg)$ représente l'offre brute de travail par le consommateur ; $Ee(rg)$ représente la consommation de travail par l'Etat ; $Ds(rg)$ mesure la dispersion des prix des biens hors travail (alinéa 4.C de [6]) ; $Pi(rg)$ représente le rapport des dépenses de l'Etat au PIB, rapport dont le contrôle est une des règles d'or de l'économie libérale ; enfin $Rs(rg)$ est l'indicateur permettant de mettre la contrainte (6.30) sous la forme (10.1) d'une contrainte supplémentaire (alinéa 10.D).

(F) On note que ces indicateurs sont entièrement explicites en termes des variables et des données de base, i.e. ne réclament pas de données - circonstancielles (alinéa 10.B) - supplémentaires, ce qui fait que leur spécification est purement qualitative, réside seulement dans la forme de leur expression. Cette propriété est contingente, en ce sens que d'autres indicateurs peuvent réclamer l'introduction de données numériques (alinéa 5.2.E de [4]). Par exemple, une variante de l'indicateur $Ds(rg)$ de la forme (10.10) ci-après comporte les poids $p_{xd}(h)$ et $p_{nd}(h)$ ($h \in H$) comme données circonstancielles :

$$(10.10) \quad Ds(rg) = \text{Max}_{h \in H^\#} (\text{Max}_{h \in H^\#} p_{xd}(h) [pr(h) / pre(h)], \text{Max}_{h \in H^\#} p_{nd}(h) [pre(h) / pr(h)]) .$$

(G) Les expressions (10.11) à (10.14) ci-après fournissent les protocoles de détermination (alinéa 10.C) correspondant à certains des régimes d'équilibre présentés dans [6] (alinéa 4.I) :

$$(10.11) \quad (Rs, \alpha_1 \mid De \mid \text{Min}) \text{ pour le régime n° 5,}$$

(10.12) $(Rs, \alpha_1 \mid Em \mid Max)$ pour le régime n° 6,

(10.13) $(Rs, \alpha_1 ; De, \alpha_2 ; Pi, \alpha_3 \mid Em \mid Max)$ pour le régime n° 2,

(10.14) $(Rs, \alpha_1 ; De, \alpha_2 ; Pi, \alpha_3 ; Ee, \alpha_4 \mid Em \mid Max)$ pour le régime n° 3.

Dans ces expressions, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ désignent des niveaux de serrage donnés ; par exemple, $\alpha_3 = 0.12$ (définition 4.D2 de [6]).

§ 11 - PROBLEME DE L'EXISTENCE D'UN EQUILIBRE

(A) La première justification du système des contraintes de base de modèle réside dans sa **cohérence**, i.e. dans la **propriété d'existence** d'un régime d'équilibre compatible, pour chaque jeu de données (jdb, m) correspondant à une procédure d'exploitation (alinéas 7.D et 10.C). Cette justification de cohérence est, en particulier, requise par la visée de **prospective heuristique** qui concerne l'étude de la possibilité de régimes profondément différents de l'actuel (alinéa 1.C de [6] et alinéas 1.2.A,B de [4]), représenté dans le modèle par le régime de référence (alinéa 3.G de [6]), donc de régimes dont la cohérence ne peut plus être inférée de la proximité de ce dernier (^{11a}).

(B) La possibilité d'une telle justification repose sur la disposition de conditions sur le jeu de données entraînant cette existence, plus précisément de **conditions réalistes**, susceptibles d'être vérifiées par les jeux courants. C'est un des buts de la théorie de l'équilibre général développée dans [4] que de fournir de telles conditions (^{11b}), mais les résultats qui y sont énoncés (^{11c}) ne s'appliquent pas au présent modèle, car le cadre formel de cette théorie ne permet pas de prendre en compte la complexité de l'organisation macroéconomique qui est représentée par le TEE (alinéas 2.E,F de [6]). Ainsi, le **problème** est ouvert de l'obtention de conditions réalistes assurant l'existence de régimes d'équilibre pour le modèle présenté dans ce texte. Sans rentrer dans les difficultés mathématiques qu'il soulève, on cerne ci-après ce problème, d'abord par des remarques sur l'extension et la forme du système de contraintes (alinéas 11.C,D), puis (alinéas 11.E-G) par l'esquisse d'une version simplifiée du modèle proche de ceux de [4].

(C) On note d'abord que, au moins pour commencer, il faut ne considérer que le **problème de base** qui consiste à trouver des conditions réalistes (alinéa 11.B) sur un jeu de données de base jdb (alinéa 2.F) assurant l'existence d'un équilibre sans contraintes supplémentaires (alinéas 7.D et 8.F).

(D) L'approche mathématique (alinéa 11.A,B) réclame de mettre sous forme vectorielle le système des contraintes de réalisabilité qui est présenté aux § 5 et 6 sous forme scalaire. On indique ci-après une manière compacte de le faire de telle sorte que la complexité des relations structurelles du TEE - dans laquelle réside essentiellement le problème (alinéa 11.B) - soit masquée, mais pas la position de ces relations dans le système. Pour cela, un régime rg [défini, en tant que multipllet, par la relation (3.1)] est identifié à un couple (vd, vt) , en distinguant le multipllet $vt = (te, tr)$ des composantes de rg constituées des variables du TEE [définies par les relations (3.7)], du multipllet $vd = (zb, zi, ze, xe, xm, wm, sm, pr)$ des autres composantes, les espaces euclidiens que décrivent les multipllets vd et vt étant désignés respectivement par V_d et V_t . Avec ces notations, le système de ces contraintes peut être écrit sous forme du système des contraintes vectorielles (11.1) à (11.4) ci-après,

- (11.1) $G(v_d) \leq 0$ [contr. (5.1) à (5.8) et (5.10) à (5.13)],
 (11.2) $L(v_t) \leq 0$ [contr. (6.5) à (6.7), (6.30), (6.35),
 (6.37), (6.38), (6.39), (6.40)],
 (11.3) $L_t(v_t) = L_d(v_d)$ [contr. (5.9)],
 (11.4) $v_t = F(v_d, v_t)$ [contr. (6.8) à (6.29), (6.31) à (6.34), (6.36)],

où G , L et F sont respectivement des applications des espaces V_d , V_t et $V_d \times V_t$ dans des espaces euclidiens convenables qu'il est inutile de préciser à ce stade, L étant linéaire, tandis que L_t et L_d sont des formes linéaires sur V_t et V_d , ces diverses applications ayant des expressions algébriques, polynômiales. A ces contraintes de réalisabilité, il faut adjoindre celles de maximisation des profits sous forme fonctionnelle (8.3) et (8.4).

On note la forme spécifique du couplage entre v_d et v_t qu'expriment les contraintes (11.3) et (11.4) : la première est scalaire, tandis que la seconde exprime que v_t est un point fixe de l'application partielle $F(v_d, \cdot)$.

(E) Dans cet alinéa et les deux suivants, on esquisse une version du modèle, simplifiée, en ce qui concerne le TEE, de telle sorte que la propriété d'existence de l'équilibre (alinéas 11.A,B) puisse être déduite des résultats de [4] ou de variantes (alinéa 2.E de [6]). Les composants de cette version -nomenclatures (§ 1), données (§ 2), variables (§ 3 et 4) - sont formellement les mêmes que ceux du modèle complet, mais la nomenclature d'opérations (alinéa 1.C) est remplacée par la nomenclature simplifiée dont les postes sont indiqués par le tableau suivant, ainsi que les sigles correspondants de trois lettres :

Opération	Sigle	Opération	Sigle
IMPORTATIONS	IMP	SALAIRES BRUTS	SLB
PRODUCTIONS	PRO		
CONSOMMATIONS	CON	TAXES	TAX
INVESTISSEMENTS	INV	PROFITS	PRF
EXPORTATIONS	EXP	AUTRES TRANSFERTS	ATR

On note, d'une part que les six premiers postes de cette nomenclature (opérations sur biens et services et travail) sont les mêmes que ceux du modèle complet, d'autre part que la nomenclature des secteurs est aussi inchangée.

Les contraintes générales (§ 5) et celles de maximisation des profits (§ 7 et 8) sont inchangées, sauf que, dans la relation (4.1) de définition du profit $prfb$ et dans les contraintes (7.2), le coefficient $cte(CSE, SQS)$ est mis à zéro.

(F) Les relations structurelles du TEE (§ 6) sont par contre modifiées conformément aux indications F1 à F3 ci-après.

(F1) Les contraintes (6.5) à (6.20) et (6.31) à (6.34), sont conservées.

(F2) La contrainte (6.23) est reprise, avec $te(TAX, BNS)$ au premier membre et un second membre totalisant, en plus, ceux des contraintes (6.24) et (6.25), qui sont omises, ainsi que les contraintes (6.26) à (6.30) et (6.35) à (6.38).

(F3) Les contraintes (6.39) et (6.40) sont conservées, mais, d'une part toutes les données de référence $dte(o, s)$ et $dtr(o, s)$ sont nulles,

(11.5) pour tout $(o, s) \in O \times S$, $dte(o, s) = 0$ et $dtr(o, s) = 0$,

d'autre part, les ensembles Ex_{te} et Ex_{tr} sont définis, en même temps que les ensembles Df_{te} , Li_{te} , Df_{tr} , Li_{tr} (alinéa 6.B) par les conditions :

(11.6) Df_te est l'ensemble des (14) couples,
 (IMP,BNS), (IMP,CMX), (CON,SQS), (CON,MEN), (CON,ETA), (CON,CMX),
 (INV,SQS), (INV,MEN), (INV,ETA), (EXP,CMX), (EXP,EXT),
 (SLB,SQS), (SLB,ETA), (TAX,BNS) ;

(11.7) Li_te est l'ensemble des (6) couples,
 (PRO,BNS), (PRF,SQS), (PRF,MEN), (PRF,CMX), (ATR,MEN), (ATR,ETA) ;

(11.8) Df_tr est l'ensemble des (4) couples,
 (IMP,CMX), (PRO,SQS), (PRO,ETA), (EXP,BNS) ;

(11.9) Li_tr est l'ensemble des (11) couples,
 (IMP,EXT), (CON,BNS), (INV,BNS), (EXP,CMX), (SLB,MEN),
 (TAX,ETA), (PRF,SQS), (PRF,MEN), (PRF,CMX), (ATR,MEN), (ATR,ETA).

On note que ces conditions, jointes à la condition (11.5), correspondent, dans ce modèle simplifié, à la conjonction des conditions générales (6.1) à (6.4) et des conditions spécifiques (9.1). Ainsi, elles remplacent, engendrent, compte tenu des équilibres emplois-ressources (6.6) et (6.7), nombre de relations structurelles concernant les transferts. Par exemple, les relations ^{11d},

$$(11.10) \quad tr(SLB,MEN) = te(SLB,SQS) + te(SLB,CMX),$$

$$(11.11) \quad tr(PRF,MEN) - te(PRF,MEN) = te(PRF,SQS) - tr(PRF,SQS) \\ + te(PRF,CMX) - tr(PRF,CMX).$$

On note aussi que le système des contraintes de réalisabilité de ce modèle simplifié se met sous la forme vectorielle des contraintes (11.1) à (11.4).

(G) L'étude de ce modèle peut être ramenée, par diverses consolidations, à celle d'un modèle de la classe introduite au chapitre 3 de [4] dont l'appareil nominatif comporte deux producteurs privés (dont le comex), l'Etat et un consommateur (alinéa 2.D de [6]). Pour ce dernier modèle, les conditions d'application du scolie 6.3 de [4], autres que celle de viabilité, sont satisfaites ^{11e}, tandis que celle de s-viabilité peut prendre la forme (11.12) ci-après ^{11f}, où les vecteurs (zim(h), hεH) et (zib(h), hεH) d'importations et d'exportations sont donnés vérifiant la contrainte d'équilibre des échanges extérieurs (5.4),

$$(11.12) \quad \text{pour tout } h \in H, \quad vms(h) + vec(h) + vee(h) + zem(h) \\ + \sum_{l \in L} [cfb(h,l) + ceb(h,l)] zbx(l) + \sum_{k \in H} cfe(h,k) zem(k) \\ \leq wmn(h) + vep(h) + \sum_{l \in L} cpb(h,l) zb(l) + zim(h).$$

Ainsi, en l'absence de taxation des producteurs [i.e. si les taux de taxation txi(h), txp(h), txb(h) (hεH) sont nuls], la condition de s-viabilité (11.12) suffit à assurer l'existence d'un équilibre. Par contre, en présence de ces taxations, on ne peut appliquer tel quel le scolie 6.3 de [4], car le mode de taxation qu'il requiert n'est pas celui stipulé ici (alinéa 9.I). D'où la nécessité d'une extension de ce résultat à ce dernier mode de taxation ^{11g}.

Ces indications situent la difficulté du problème posé (alinéa 11.B) : c'est le caractère rudimentaire du TEE du modèle simplifié en ce qui concerne les transferts ^{11h} qui permet l'application à ce modèle des résultats de [4].

NOTES

- # Philippe COURREGE, APH, 85 Bd du Port-Royal, 75013 - Paris.
- + Pascal GOURDEL, CERMSEM, Université de Paris I, 106-112 Bd de l'Hôpital, 75013 - Paris. Mél : gourdel@univ-paris1.fr.
- * Jean LACROIX, Laboratoire de Probabilités, Univ. de Paris VI, 4 Place Jussieu, 75005 - Paris.
- o Le travail dont a participé le présent document, commun avec celui du document [6], a bénéficié des concours mentionnés dans la note (°) de ce dernier.
- 1a [1.A, 2.A, 3.A] A propos du rôle des nomenclatures dans l'indexation des divers types de données et de variables, voir l'alinéa 2.1.A de [4].
- 1b [1.B] Cette restriction concernant le traitement du travail est la seule particularité de la maquette actuelle grévante le formalisme général (alinéa 3.C de [6], en particulier note (3g)), au moins en ce qui concerne les nomenclatures techniques (1c).
- 1c [1.C] La spécificité, le caractère non générique, des nomenclatures du TEE est réclamé par l'expression des relations structurelles, elles aussi spécifiques (§ 6). Cette spécificité peut sans doute être réduite, mais seulement dans certaines limites car elle tient à ce que le TEE exprime la complexité de l'organisation économique. Cette réduction, en particulier en vue de la prise en compte de nomenclatures plus détaillées, fait partie des travaux d'amélioration du modèle CLFPSR qui sont envisagés dans [6] (alinéas 2.A et 4.E). Voir l'alinéa 11.B.
- 2a [2.A,C] La classification en données techniques et données économiques est sans doute discutable en ce qui concerne certaines données. Par exemple, les bornes de types zbn, zin, zix, zen, zex, qui sont mises avec les données techniques pourraient aussi l'être avec les données économiques. A propos de l'interprétation de ces bornes, voir l'alinéa 7.3.C de [4].
- 2b [2.A] Vu la désignation des types de données ou de variables par des mots de plusieurs lettres, les postes des nomenclatures qui indexent les composantes sont indiqués entre parenthèses plutôt qu'en indice. Par exemple, le coefficient d'indices h et l de la matrice cfb est noté $cfb(h,l)$, plutôt que $cfb_{h,l}$, ce qui conduit à écrire cette matrice, considérée comme un multiplète, sous la forme $(cfb(h,l), h \in H, l \in L)$ plutôt que sous la forme $(cfb_{h,l})_{h \in H, l \in L}$. L'avantage de cette notation apparaît clairement lorsque des noms (sigles) de postes remplacent les indices génériques [voir, par ex. la relation (4.8)].
- 2c [2.C] Les termes de "production", "consommation", "importation", "exportation", "apport" se rapportent toujours à des mesures de quantités des divers biens (fin de l'alinéa 1.B).
- 3a [3.D] Les consommations auxiliaires d'exportation sont prises en compte via les coefficients techniques de type cfe [contraintes (5.10)].
- 3b [3.D] A propos de la terminologie relative aux fonctions de demande excédentaire, voir le § 2.2 de [4], en particulier l'alinéa 2.2.B.

- 4a [4.C] La connaissance de la théorie de Kühn et Tucker n'est pas nécessaire à la compréhension du présent exposé des contraintes du modèle : un lecteur ne la connaissant pas doit seulement admettre le résultat énoncé au § 8 (alinéa 8.E), en l'occurrence l'équivalence entre l'expression standard de la maximisation des profits et celle en termes des multiplicateurs donnée au § 7.
- 4b [4.D] De façon non limitative.
- 5a [5.A] Conformément à l'option consistant à privilégier les variables scalaires (alinéa 3.A), on écrit toutes les contraintes sous forme scalaires, "avec les indices", même celles qui ont une expression simple sous forme vectorielle. L'alourdissement des expressions qui en résulte est largement compensé, en pratique, par la commodité de la forme scalaire pour l'interprétation des contraintes et pour leur transcription dans le programme de calcul. De plus, cette option s'accorde avec celle consistant à situer le corps du texte à un niveau élémentaire du point de vue mathématique, sans toutefois que soit exclue l'utilisation parallèle de la forme vectorielle (§ 8, alinéas 9.E et 11.D).
- 5b [5.A, 7.D] Le qualificatif "réalisable" est employé ici en un sens plus strict que le sens usuel (par ex. [8], p.82), car incluant l'équilibre complet du consommateur, budget compris (alinéa 1.1.A et § 2.2 de [4], alinéa 9.E ci-après).
- 6a [6.A] Ce caractère spécifique des relations structurelles du TEE augmente notablement la complexité d'ensemble du système des contraintes de base. Sa réduction (^{1c}) réclame la poursuite du travail d'analyse du TEE qui a conduit à la formulation présentée (alinéa 2.F de [6]). On ne l'aborde ici que par l'essai de formulation compacte qui fait l'objet de l'alinéa 11.D. Au demeurant, cette complexité apparaît comme bien bénigne si on la compare à celle des systèmes de contraintes des modèles macroéconomiques empiriques (par ex., [1], [2], [9], [13]), où la multiplicité des spécifications particulières - aggravée par le mélange "informatique" de formel et de numérique dans les formules (par ex. pp. 48-54 de [13]) - rend quasi impossible une vue d'ensemble du système in extenso et limite l'étude de ce dernier à celle de maquettes (par ex. [3], pp. 185 sq, [11], [12]) ou de formulations simplifiées ([1], pp. 71-4). Voir l'alinéa 1.2.E de [4].
- 6b [6.B] En l'occurrence, les relations structurelles des alinéas 6.D-J ci-après.
- 7a [7.A] Par ex., pp. 46, 86, 132 de [8], ou, plus près de ce qui est fait ici, § 2.4, 2.6, 7.2, 7.3 de [4].
- 7b [7.A] La formulation en termes des multiplicateurs est privilégiée (présentée d'abord) ici, malgré son caractère abstrait, d'une part conformément à l'option en faveur de la forme scalaire des contraintes (^{5a}), d'autre part car elle est directement programmable (alinéas 3.H et 4.E de [6]).
- 8a [8.B] Les notations concernant les espaces euclidiens produits sont celles introduites à l'alinéa 2.1.B de [4].
- 8b [8.E] Ces propriétés sont des conséquences directes du théorème de Kühn et Tucker dans le cas convexe, par exemple tel qu'il figure dans l'annexe B de [4] (§ B.4 et B.5).

- 9a [9.C] Plus précisément, en vertu des relations (6.10), (6.14), (6.19), (6.21), (6.24), (6.32), en ce qui concerne prfb, et des relations (6.8), (6.9), (6.13), (6.17), (6.18), (6.25), (6.31), (6.34), en ce qui concerne prfe.
- 9b [9.E] Voir aussi les pp. 34-36 et 433-43 de [5], ainsi que, plus généralement, les passages de [5] indiqués à la rubrique "fonction de demande excédentaire" de l'index.
- 9c [9.I] L'expression de la taxation n'est pas non plus celle introduite par Shoven & Whalley dans le cadre du modèle de Scarf (par ex., [14], p. 476). Voir l'alinéa 8.3.F de [4]. De plus, cette diversité existe aussi en ce qui concerne le calcul des droits de douane, i.e. la taxation du comex en tant que producteur d'import-export (propriété 2.D4 de [6] et relation (6.25) ci-dessus).
- 9d [9.I] Voir aussi les pp. 159-61, 409 et surtout 413, de [5], ainsi que, plus généralement, les passages de [5] indiqués à la rubrique "TVA" de l'index.
- 10a [10.A] Voir, par ex., [10] et la note (^{8w}) de [4].
- 10b [10.B] Au niveau de généralité de cette définition, n'importe quelle contrainte (scalaire) peut être mise sous la forme (10.1). Dès lors, la pertinence du qualificatif "de serage" des contraintes supplémentaires envisagées dépend des propriétés, de la forme, de l'indicateur correspondant (alinéa 10.F).
- 10c [10.B] Par contre, dans une exploitation plus élaborée, donnant lieu à la recherche de politiques optimales conformément aux § 5.3 et 5.4 de [4], ces paramètres sont des variables.
- 10d [10.C] En pratique, au lieu de l'optimum global stipulé par la relation (10.3a), il faut se contenter d'un optimum local (alinéa 4.E de [6]).
- 11a [11.A] Dans les présentations des modèles macroéconomiques empiriques (par ex., [1], [2], [9], [13]), l'argument de cohérence par proximité du régime de référence est implicite, non formalisé, et lié à la démarche de résolution itérative par recherche d'un point fixe (par ex. [1], p. 60). Sa formalisation réclamerait un important travail préalable de reformulation mathématique des systèmes de contraintes en cause (^{6a}).
- 11b [11.B] Voir, dans [4], l'alinéa 1.1.C, en particulier la note (^{1g}), la fin de l'alinéa 1.2.F et l'alinéa 3.5.D, ainsi que, ci-après, la condition (11.12).
- 11c [11.B] Essentiellement via le théorème 3.4 et le scolie 6.3.
- 11d [11.F] A propos de ces relations, voir la fin de l'alinéa 11.G.
- 11e [11.G] Les conditions relatives à la fonction de demande excédentaire du consommateur découlent de l'étude de cette dernière (alinéa 9.E), celles relatives aux ensembles de production des producteurs n'offrent pas de difficulté. En particulier, on se ramène au cas où l'ensemble de production de l'Etat est compact par un argument analogue à celui utilisé à l'alinéa 3.6.E de [4].
- 11f [11.G] Cette condition de s-viabilité (11.12) est un exemple important de condition réaliste du type cherché (alinéa 11.B). On souligne que la formulation (11.12) admet de nombreuses variantes, en particulier selon le choix des vecteurs zim et zem.

11g [11.G] Au demeurant, dans ce cas, le résultat basé sur la condition de t-viabilité n'est pas satisfaisant (alinéa 3.5.C de [4]).

11h [11.G] Ce caractère rudimentaire apparaît en particulier lorsqu'on confronte les contraintes simplifiées (11.10) et (11.11) aux contraintes (6.24) à (6.30) et (6.35) à (6.38) du modèle complet.

REFERENCES

- 1 Aglietta M., Courbis R., Seibel C. (1973), Le modèle FIFI, Tome I, Présentation générale, C 22, INSEE, Paris.
- 2 Bussery H., Courbis R., Seibel C. (1975), Le modèle FIFI, Tome II, Les équations, C 37-38, INSEE, Paris.
- 3 Courbis R. (1975a), Compétitivité et croissance en économie concurrencée, tome 1, Bordas, Paris.
- 4 Courrège P., Gourdel P. (1996), Une classe de modèles statiques d'équilibre général avec taxation, Etat producteur et échanges extérieurs, Cahiers Eco & Maths, 95.57 et 96.74, CERMSEM, Université de Paris I.
- 5 Courrège P. (1997), Journal de travail du modèle CLFPSR, manuscrit.
- 6 Courrège P., Gourdel P., Lacroix J. (1997a), Présentation d'une maquette du modèle CLFPSR, Cahiers Eco & Maths, 97.66, CERMSEM, Université de Paris I.
- 7 Courrège P., Gourdel P., Lacroix J. (1997b), Spécifications numériques d'une maquette du modèle CLFPSR, en préparation.
- 8 Debreu G. (1984), Théorie de la valeur, Dunod, Paris.
- 9 Fouquet D., Charpin J.M., Guillaume H., Muet P-A., Vallet D. (1978), DMS, Modèle dynamique multisectoriel, C 64-65, INSEE, Paris.
- 10 Kehoe T.J. (1985), Multiplicity of equilibria and comparative statics, Quaterly Journal of economics, 100 (1).
- 11 Laffargue J-P. (1980), Les modèles macrodynamiques de politique économique : dialogue entre le théoricien et l'économètre, Annales de l'INSEE, 40, 33-64.
- 12 Laffargue J-P., Malgrange P., Pujol T. (1992), Une maquette trimestrielle de l'économie française avec anticipations rationnelles et concurrence monopolistique, L'Actualité économique, 68, 225-61.
- 13 Mouttet F., Plateau C., Brillet J.L., Morand J.P. (1983), Mini-DMS-Energie, modèle des interactions économie-énergie, Arch. et Documents, 74, INSEE, Paris
- 14 Shoven J.B., Whalley J. (1973), General Equilibrium with Taxes: A Computational Procedure and an Existence Proof, Review of Economic Studies, 60, 475-89.